14-09-2020

Teórico-prática n.º 10

Funções e Portas lógicas. Álgebra Booleana.

1. Simplifique a expressão algébrica recorrendo aos teoremas/regras da álgebra booleana.

$$y = \overline{A}\,.\,\overline{B}\,.\,C + C\,.\,B\,.\,\overline{A} + B\,.\,A\,.\,C + A\,.\,\overline{C}\,.\,\overline{B} + A\,.\,C\,.\,\overline{B}$$

Res: $y = A\,.\,\overline{B} + C$ (expressão simplificada)

2. Considere a expressão lógica: $F = A \cdot B \cdot C + (B + C) \cdot (D + C)$. Desenhe o diagrama lógico que permite representar a expressão algébrica.

3. Considere a expressão algébrica:

$$F = \overline{A\,.\,B\,.\,C + B\,.\,C\,.\,D + C\,.\,A}$$

i) Minimize (simplifique) a expressão.
ii) Desenhe o diagrama lógico que permite representar a expressão algébrica simplificada.

4. Considere os circuitos lógicos das Fig. 1. Para cada circuito: i) Escreva a expressão algébrica para X (saída do circuito lógico). ii) Use os teoremas/regras da álgebra booleana para simplificar X (ver tabelas no final da ficha). iii) Construa a tabela de verdade do circuito.

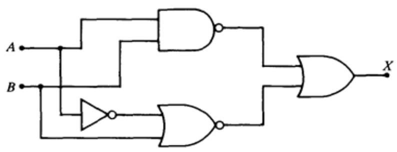


Fig. 1(a)

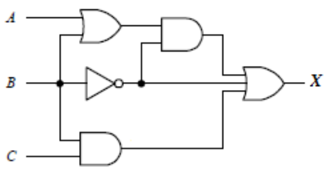


Fig. 1(b)

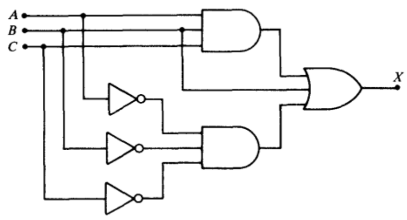


Fig. 1(c)

5. Um procedimento comum no desenho de circuitos digitais é gerar uma afirmação ou função lógica que descreve o circuito sem estar preocupado com a sua complexidade, e depois manipular a função usando as regras e teoremas da lógica booleana até que se atingir um equivalente que requeira o número mínimo de portas lógicas. Considere um circuito que realize a seguinte função lógica:
   a. Se A, B, e C estão todos presentes (i.e são iguais a 1, verdadeiro), então o processo ocorre (saída é 1, X=1)
   b. Se A, B, e C estão ausentes (i.e. São iguais a 0, falso), então o processo ocorre (X=1)
   c. Se B está presente (B=1), então o processo ocorre (X=1)
   d. Para qualquer outra combinação de A, B, e C, o processo não ocorre (X=0).

i) Obtenha a expressão para a função lógica do circuito e desenhe o circuito correspondente.
ii) Manipule a expressão lógica obtida de forma a simplificar o circuito (requerendo assim poucas portas lógicas), e desenho o novo circuito.

6. Um processo sistemático de construir uma função lógica consiste em gerar uma tabela onde se identificam todas as interceções (combinações de E que são verdade), sendo a função lógica igual à união (combinação OU) de todas as interceções. A partir o enunciado do

problema anterior gere a tabela de verdade da função lógica do circuito e desenhe o diagrama do circuito lógico considerando (como limite prático) portas OR com 4 entradas no máximo.

7. Projete, da maneira que considerar mais simples, circuitos que implementem as tabelas de verdade das Fig. 8.2(a), (b) e (c).

A	B	C	X
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

Fig. 2(a)

A	B	C	Y
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

Fig. 2(b)

A	B	C	D	X
0	0	0	0	1
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	0

Fig. 2(c)

8. Construa a tabela de verdade para as funções lógicas:

$a)\ F_1 = A \cdot \bar{B} + A \cdot B$ $\qquad$ $b)\ F_2 = \bar{A} \cdot B \cdot C + \bar{A} \cdot \bar{B}$

9. Implemente a função lógica $F = A \cdot B + \bar{A} \cdot B$: i) usando apenas porta lógicas NOR; ii) Implemente a função lógica $F = A \cdot B + \bar{A} \cdot B$ usando apenas porta lógicas NAND.

10. Mostre, para o caso de três variáveis, que portas NAND podem ser interligadas para formarem o equivalente a uma porta OU.

11. Indique a opção correta: Para a maioria dos trabalhos digitais, um osciloscópio deve ser usado no modo/acoplamento: a) DC; b) GND/Terra; c) AC; d) Nenhuma das anteriores.

Circuitos Elétricos e Sistemas Digitais
Departamento de Física da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa
1.º Semestre 2019/2020
L4 CESDig
25.09.2019

1. Vertical Controls

Position and Volts-Per-Division (Volts/Div)

- The vertical position control allows you to move the waveform up and down on the display.
- The volts-per-division (volts/div) setting varies the size of the waveform on the screen. The volts/div setting is a scale factor. If the volts/div setting is 5 volts, then each vertical division represents 5 volts and an entire screen of 8 divisions can display 40 volts from top to bottom.

Input Coupling

Determines which part of the signal presented to the oscillscope's input is displayed on the screen.

- DC coupling shows all of an input signal.
- AC coupling blocks the DC component of a signal so that you see the waveform centered around zero volts.
- Ground coupling disconnects the input signal from the vertical system, which lets you see where zero volts is located on the screen.

2. Horizontal Controls

Position and Seconds-Per-Division (Sec/Div)

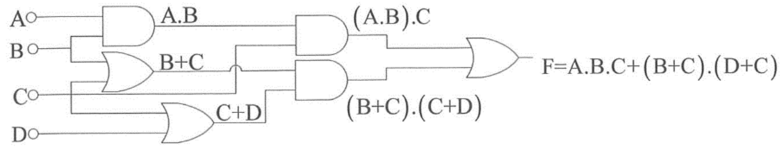
- The horizontal position control allows you to move the waveform left and right on the display.
- The seconds-per-division (sec/div) setting varies the rate at which the waveform is drawn across the screen (also known as the time base setting or sweep speed). The sec/div setting is a scale factor. If the setting is 1 ms, then each horizontal division represents 1 ms and the entire screen of 10 divisions represents 10 ms.

Soluções

(Soluções/Resoluções resumidas)

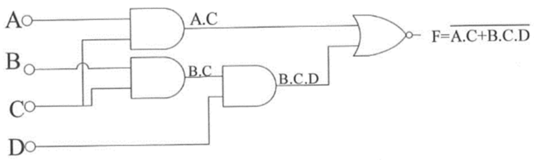
As soluções/resoluções apresentadas incluem, na maior parte dos casos, apenas algumas das componentes da resposta, e devem ser consideradas essencialmente como ajudas para obter a resposta completa.

Exercício 2:

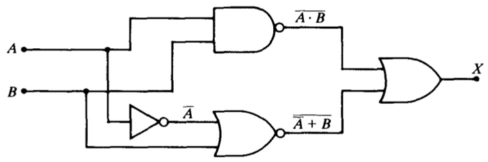


Exercício 3:

$F = \overline{A\,.\,C + B\,.\,C\,.\,D} = \bar{A}\,.\,\bar{B} + \bar{A}\,.\,\bar{D} + \bar{C}$ (expressão simplificada)



Ex. 4, Fig. 1(a)**:** (i) Primeiro determinam-se as saídas nas portas lógicas intermédias, e obtém-se



a expressão algébrica para a saída *X*:

$$X = \overline{A \cdot B} + \overline{\bar{A} + B}$$

(ii) Simplificação: usam-se os "teoremas" da álgebra booleana (ver tabela no fim da ficha), obtendo-se, $X = \bar{A} + (\bar{B} + \bar{\bar{A}} \cdot \bar{B}) = \bar{A} + \bar{B}$

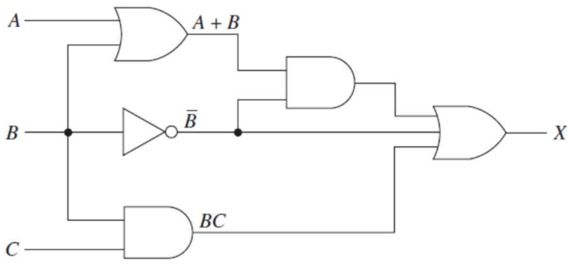
o que é equivalente a (ver tabela no fim da ficha): ou $X = \overline{A \cdot B}$.

(iii) Tabela de verdade com valores intermédios:

A	B	$\overline{A \cdot B}$	$\overline{\bar{A} + B}$	X
0	0	1	0	1
0	1	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0

Como se pode ver pela tabela de verdade ou pela solução acima, o circuito lógico da Fig. 1(a) pode ser substituído por uma única porta NAND.

Fig. 1(b)**:** Mesmo procedimento …



Solution: The Boolean equation for X is

$$X = (A + B)\overline{B} + \overline{B} + BC$$

To simplify, first apply *Law 3* $[(A + B)\overline{B} = A\overline{B} + B\overline{B}]$:

$$X = A\overline{B} + B\overline{B} + \overline{B} + BC$$

Apply *Rule 7* ($B\overline{B} = 0$):

$$X = A\overline{B} + 0 + \overline{B} + BC$$

Apply *Rule 3* ($A\overline{B} + 0 = A\overline{B}$):

$$X = A\overline{B} + \overline{B} + BC$$

Factor a $\overline{B}$ from terms 1 and 2:

$$X = \overline{B}(A + 1) + BC$$

Apply *Rule 4* ($A + 1 = 1$):

$$X = \overline{B} \cdot 1 + BC$$

Apply *Rule 2* ($\overline{B} \cdot 1 = \overline{B}$):

$$X = \overline{B} + BC$$

Apply *Rule 10(b)* ($\overline{B} + BC = \overline{B} + C$):

$$X = \overline{B} + C \quad \leftarrow \textit{simplified equation}$$

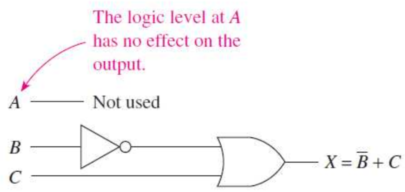
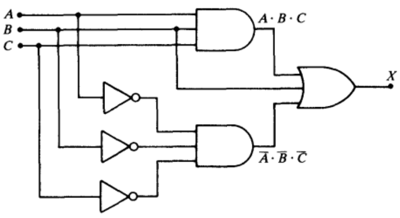


Fig. 1(c)**:**



$$X = A \cdot B \cdot C + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + B$$

Ex. 5: A expressão que comporta todas as combinações que levam à execução do processo (saída igual a 1) é:

$$X = A \cdot B \cdot C + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + B$$

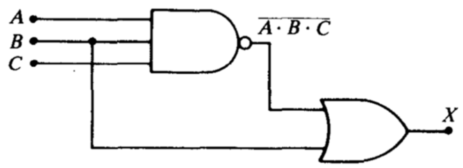
Circuito lógico: ver circuito lógico da Fig. 1(c).

Simplificação da expressão anterior:

$$X = A \cdot B \cdot C + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + B$$

$$X = A \cdot B \cdot C + \overline{A + B + C} + B$$

$$X = (B + A \cdot B \cdot C) + \overline{A + B + C} = B + \overline{A + B + C}$$



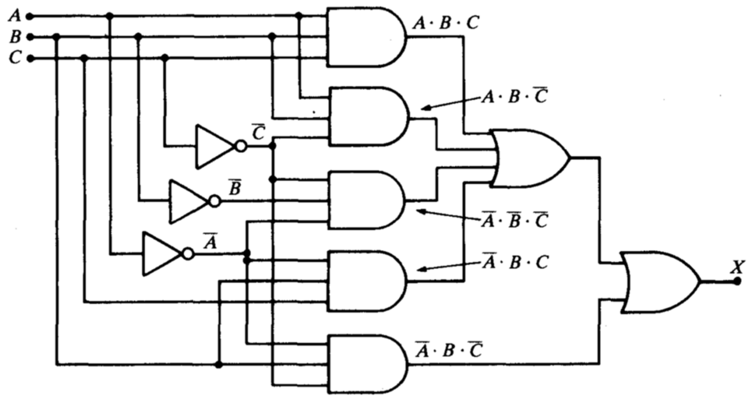
Conclui-se que o circuito da direita é equivalente ao circuito da esquerda, sendo muito mais simples.

Ex. 6: A tabela abaixo mostra todas as combinações das variáveis de entrada, bem como todas as interseções que satisfazem as condições a-d do problema 6.

A	B	C	Intersections
0	0	0	$\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$
0	0	1	
0	1	0	$\bar{A} \cdot B \cdot \bar{C}$
0	1	1	$\bar{A} \cdot B \cdot C$
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	$A \cdot B \cdot \bar{C}$
1	1	1	$A \cdot B \cdot C$

A união das interseções é: $X = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot \bar{C} + A \cdot B \cdot C$

O circuito lógico correspondente à expressão acima, usando portas lógicas com apenas 4 entradas, é:



Ex. 9: **(a)** $F_1 = A \cdot \bar{B} + A \cdot B$, **(b)** $F_2 = \bar{A} \cdot B \cdot C + \bar{A} \cdot \bar{B}$

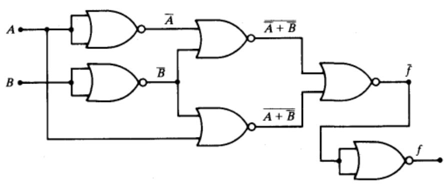
A	B	$A\cdot\bar{B}$	$A\cdot B$	f_1
0	0	0	0	0
0	1	0	0	0
1	0	1	0	1
1	1	0	1	1

A	B	C	$\bar{A}\cdot B\cdot C$	$\bar{A}\cdot\bar{B}$	f_2
0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	1	1
0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	1
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0
1	1	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0

Ex. 9: Implemente a função lógica $F = A\cdot B + \bar{A}\cdot B$ usando apenas portas lógicas NOR.

$$\bar{f} = \overline{\overline{\overline{A\cdot B + \bar{A}\cdot B}}} = \overline{\overline{(\overline{A\cdot B})\cdot(\overline{\bar{A}\cdot B})}} = \overline{\overline{(\bar{A}+\bar{\bar{B}})\cdot(A+\bar{\bar{B}})}} = \overline{\overline{(\bar{A}+\bar{\bar{B}})}+\overline{(A+\bar{\bar{B}})}}$$

$$f = \bar{\bar{\bar{f}}} = \overline{\bar{f}+\bar{f}}$$



Comentário: ter presente que $A\cdot B + \bar{A}\cdot B = B$. Portanto, F pode ser realizada sem qualquer porta NOR (ou qualquer outra porta), tomando diretamente o sinal B.

Table 12-1 Boolean Algebra Theorems

Number	Theorem	Name
1	$A+B=B+A$ $A\cdot B=B\cdot A$	commutative law
2	$(A+B)+C=A+(B+C)$ $(A\cdot B)\cdot C=A\cdot(B\cdot C)$	associative law
3	$A\cdot(B+C)=A\cdot B+A\cdot C$ $A+(B\cdot C)=(A+B)\cdot(A+C)$	distributive law
4	$A+A=A$ $A\cdot A=A$	identity law
5	$\bar{\bar{A}}=A$	negation law
6	$A+A\cdot B=A$ $A\cdot(A+B)=A$	redundancy law
7	$0+A=A$ $1\cdot A=A$ $1+A=1$ $0\cdot A=0$	Boolean postulates
8	$\bar{A}+A=1$ $\bar{A}\cdot A=0$	
9	$A+\bar{A}\cdot B=A+B$ $A\cdot(\bar{A}+B)=A\cdot B$	
10	$\overline{A+B}=\bar{A}\cdot\bar{B}$ $\overline{A\cdot B}=\bar{A}+\bar{B}$	DeMorgan's laws

TABLE 5–2 Boolean Laws and Rules for the Reduction of Combinational Logic Circuits

Laws

1 $A+B=B+A$
$AB=BA$

2 $A+(B+C)=(A+B)+C$
$A(BC)=(AB)C$

3 $A(B+C)=AB+AC$
$(A+B)(C+D)=AC+AD+BC+BD$

Rules

1 $A\cdot 0=0$
2 $A\cdot 1=A$
3 $A+0=A$
4 $A+1=1$
5 $A\cdot A=A$
6 $A+A=A$
7 $A\cdot\bar{A}=0$
8 $A+\bar{A}=1$
9 $\bar{\bar{A}}=A$
10 (a) $A+\bar{A}B=A+B$
(b) $\bar{A}+AB=\bar{A}+B$