Potências de dez, ordens de grandeza e algarismos significativos

Potências de dez

Há muitos séculos que o homem procura compreender e prever o comportamento da natureza. O que chamamos de ciências naturais pode ser compreendido como uma área de conhecimento resultante desse esforço humano em compreender e explicar os fenômenos que ocorrem na natureza. No entanto, ao lidar com seus modelos sobre a natureza, o homem se depara com medidas extraordinariamente grandes ou pequenas, que fogem do nosso quadro de referências. Por exemplo, a distância do nosso planeta até o Sol é cerca de 150.000.000.000 m, o raio médio de um átomo de hidrogênio é igual a 0,000000005 cm e o número de átomos em uma determinada célula é da ordem de 2.000.000.000.000. É muito difícil trabalhar com esses números escritos dessa maneira. Por isso, é comum que grandezas como essas sejam representadas por potências de 10.

Escrever uma grandeza, como a distância da Terra ao Sol ou o número de átomos em uma célula, como uma potência de dez, significa expressá-la como um produto de um número compreendido entre 1 e 10 (mais precisamente, entre 1 e 9,999999999...) por uma potência de dez adequada. A seguir, fornecemos alguns exemplos que lhe ajudarão a compreender esta ideia..

Considere o número 935. De sua experiência com a matemática, esse número pode ser escrito como 9,35 X 100 ou 9,35 X 10^2. O número 935 foi, então, expresso como um número entre 1 e 10 (9,35), multiplicado por uma potência de 10 (10^2).

Agora, considere um número um pouco maior, como 23.542, por exemplo. Podemos expressar esse número da seguinte forma: 2,3542 X 10.000 ou 2,3542 X 10^4.

Por fim, como um último exemplo, tome o número 0,0089. Esse número pode ser escrito como:

$$\frac{8,9}{1000} \quad \text{ou} \quad 8,\frac{9}{10^3} \quad \text{ou, ainda,} \qquad 8,9 \text{ X } 10^{-3}$$

Note que, agora, o expoente é negativo, pois o número é menor que 1.

Resumindo, escrever um número em uma potência de dez significa expressá-lo como um produto de um número maior ou igual a 1 e menor que 10, por uma potência de 10 adequada. Expressando os números dos exemplos do primeiro parágrafo em potências de 10, temos:

Distância da Terra ao Sol: 1,5 X 10^{11} m

Raio médio de um átomo de hidrogênio: 5 X 10^{-9} cm

Número de átomos em uma célula: 2 X 10^{12} átomos

Faça os exercícios que se seguem e certifique-se de que você consegue expressar os números corretamente em potências de 10. Esse assunto é muito importante para o próximo tópico a ser tratado nesta atividade.

Exercícios

1 – Expresse os números a seguir em potências de 10:

a) 11.682

b) 0,528

c) 0,0000034

d) 3.958.000.000

e) 34

f) 0,0456

2 – Complete as igualdades seguintes, conforme o modelo da alternativa "a":

a) cem = 100 = 10^2

b) mil =

c) cem mil =

d) um milhão =

e) um décimo =

f) um centésimo =

g) um milésimo =

Estimativas e ordens de grandeza

Em diversas situações, ao trabalharmos com grandezas físicas - como massa, comprimento, velocidade, entre outras - , não há necessidade de conhecer, com precisão, o valor da grandeza. Nesses casos, basta termos uma suposição, ou estimativa, do valor da grandeza. Isso é muito comum em nosso cotidiano. Por exemplo, ao fazer o cálculo para a compra do piso necessário para cobrir determinada área, geralmente o pedreiro não leva em conta, com grande precisão, a medida da área. Ele faz uma estimativa, baseado em alguns parâmetros. De outra forma, ao comprar carne para um churrasco, as pessoas estimam quanta carne cada pessoa come e, assim, estimam quanta carne será necessária.

Nas ciências, é também comum que os cientistas trabalhem com estimativas de ordens de grandeza de uma medida, quando não se tem a necessidade de conhecer seu valor com precisão. A ordem de grandeza de um número é a potência de 10 mais próxima desse número, ou seja, determinar a ordem de grandeza de uma medida significa escolher a potência de 10 que mais se aproxima de seu valor. Os exemplos a seguir podem ajudá-lo a compreender essa noção.

Suponha que uma pessoa meça, com uma trena, a rua em que mora e encontre o valor de 87 m. Podemos dizer que a ordem de grandeza do comprimento da rua é de 10^2 m, pois 87 é um número que está entre as potências de 10^1 (10) e de 10^2 (100), mas está mais próximo de 10^2. Já o comprimento de um lote, cerca de 30 m, possui ordem de grandeza de 10^1. Embora o número 30 também esteja entre as potências de 10^1 e 10^2, ele está mais próximo de 10^1 que de 10^1.

Como outro exemplo, qual será a ordem de grandeza de uma folha de papel? Suponha que se tenha obtido o valor de 0,00009 m para a espessura de uma folha A4(esta é a espessura típica de uma folha comum). O número 0,00009, que pode ser escrito como 9×10^{-5}, está entre as potências de 10^{-4} e 10^{-5}. No entanto este número está muito mais próximo de 10^{-4}, pois 9×10^{-5} é quase 10×10^{-5}. Mas note que 10×10^{-5} é igual a 10^{-4}. Logo, a ordem de grandeza de uma folha de papel como esta é 10^{-4}. Agora, se a medida encontrada para a folha de papel fosse, por exemplo, 2×10^{-5}, então, a ordem de grandeza da folha seria 10^{-5}, pois é a potência de 10 mais próxima.

Embora aproximada, a ordem de grandeza nos permite fazer estimativas rápidas, sem muito esforço, exatamente por não considerar a precisão com os valores. Acompanhe o exemplo a seguir.

Em certo programa de TV, daqueles em que se oferecem prêmios aos participantes, o apresentador chegou carregando nas mãos uma maleta com o prêmio do dia, em barras de ouro: 10 milhões de reais. Seria possível alguém carregar 10 milhões de reais, em barras de ouro, nas mãos?

Para resolver este problema, temos que estimar a ordem de grandeza da massa de ouro em 10 milhões de reais e avaliarmos se uma pessoa poderia carregar esta quantia nas mãos. O grama do ouro está em torno de R$ 93,50[1]. Portanto, a ordem de grandeza do preço de 1 grama de ouro é de 10^2 reais. Se 10^2 reais corresponde a 1 grama de ouro, então, a ordem de grandeza da massa total de ouro, em 10 milhões de reais ($10.000.000 = 10^7$), será:

1 gramas ---------------------------- 10^2 reais

X gramas ---------------------------- 10^7 reais

[1] Cotado em 26 de junho de 2013

$$X = \frac{10^7}{10^2} = 10^5 \; gramas$$

Portanto, em 10 milhões de reais existem cerca de 10^5 g de ouro ou 10^2 kg (lembre-se de que 1 kg = 10^3 g). Mas 10^2 kg são 100 kg! Uma pessoa conseguiria carregar todo esse ouro em uma maleta, nas mãos?

Exercícios

1 – Determine a ordem de grandeza das medidas apresentadas a seguir:

a) Distância da Terra à estrela mais próxima (Proxima Centauri): 2×10^{16} m

b) Raio da nossa galáxia: 6×10^{19} m

c) Diâmetro do Sol: $1,4 \times 10^{9}$ m

d) Diâmetro da Terra: $1,2 \times 10^{7}$ m

e) Altura do monte Everest: 9×10^{3} m

f) Diâmetro de um fio de cabelo: 5×10^{-5} m

g) Tamanho típico de um vírus: 1×10^{-6} m

h) Massa de um grão de poeira: 7×10^{-10} kg

i) Massa do elétron: 9×10^{-31} kg

j) Velocidade da luz no vácuo: $2,99 \times 10^{8}$ m/s

2 – Determine a ordem de grandeza dos números a seguir:

a) 0,32

b) 1.895.000

c) 0,00042

d) 7.000.000.000

3 – Determine a ordem de grandeza do número de gotas de leite em uma caixinha de 1 litro de leite. Dica: comece tentando estimar a ordem de grandeza do volume de uma gota.

Algarismos significativos

Suponha que você tenha que medir o comprimento da barra da figura 1, abaixo, utilizando a régua mostrada na figura, graduada em cm.

Figura 1

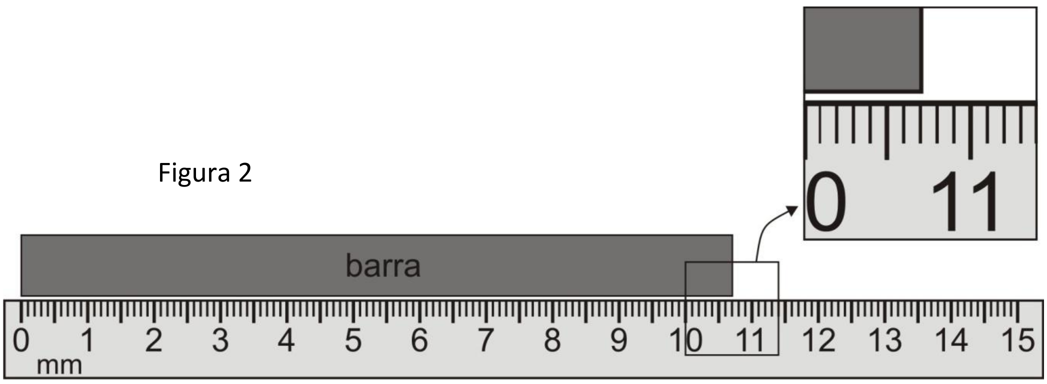
É fácil perceber que o comprimento da barra é maior que 10 cm e é menor que 11 cm. No entanto a fração de cm, que deverá ser acrescentada a 10 cm, terá de ser estimada por você, pois não há subdivisões na régua. Se você imaginar o espaço entre 10 e 11 cm, dividido em 10 partes, notará que a barra parece passar da metade. Assim, uma estimativa de 10,6 cm, 10,7 cm ou até 10,8 cm são igualmente corretas. Pela posição da barra, vamos admitir que o comprimento seja de 10,7 cm. Note que há certeza acerca dos algarismos 1 e 0 (10 cm), pois ele foi obtido através de divisões inteiras da régua. Contudo o algarismo 7 foi estimado, ou seja, não há certeza sobre seu valor. Damos o nome de *algarismo duvidoso* ou *algarismo incerto* a esse algarismo avaliado em uma medida. Aos outros algarismos, de cujos valores temos certeza, damos o nome de *algarismos corretos*.

Chamamos de **algarismos significativos** de uma medida **todos** os *algarismos corretos*, mais o **primeiro** *algarismo duvidoso*. Assim, a medida da barra acima possui três algarismos significativos: 2 corretos e 1 duvidoso: 10,7 cm.

Não faz sentido colocar qualquer outro algarismo após o primeiro algarismo duvidoso, como 10,73 cm ou 10,75 cm, pois a régua não oferece subdivisões para isso. Se o fizéssemos, estaríamos cometendo um erro, pois nosso instrumento não oferece toda essa precisão.

Agora, considere uma segunda situação, em que você deverá medir o comprimento da mesma barra, porém utilizando uma régua graduada em mm, como mostra a figura 2, a seguir. Qual das duas medidas estaria correta: 10,7 cm ou 10, 70 cm? Será que elas expressam a mesma coisa?

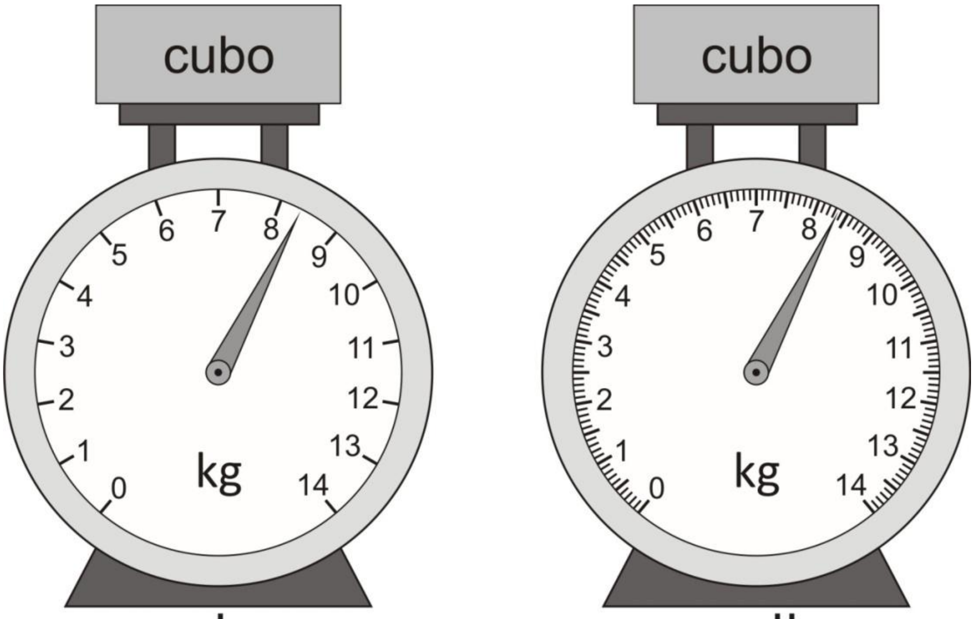
Figura 2



Perceba que, agora, a régua oferece condições para que você determine, com certeza, os algarismos 1, 0 e 7 (10,7 cm). Mas, como vimos, toda medida deve ser expressa com todos os algarismos corretos (aqueles de cujos valores se tem certeza) mais o primeiro algarismo duvidoso ou incerto. Assim, é preciso determinar o algarismo duvidoso. Como ele será estimado, você pode supor que ele seja 0, 1 ou, ainda, 2. Assim, as medidas 10,70 cm, 10,71 cm ou 10,72 cm são igualmente aceitas e válidas. Novamente, não faria sentido expressar essa medida como 10,710 cm, pois, após o primeiro algarismo duvidoso, não faz sentido acrescentar outro.

A partir do que foi tratado até aqui, há duas observações importantes a se considerar: i) é fácil perceber que o número de algarismos significativos que se obtém no resultado da medida de uma grandeza dependerá do aparelho utilizado. Quanto mais subdivisões na graduação possuir o aparelho, mais algarismos significativos terá a grandeza medida; ii) as medidas 6,5 e 6,50 expressam valores muito diferentes, do ponto de vista das ciências. A medida 6,5 nos informa que o valor real da medida pode estar entre 6,4 e 6,6. Já o valor 6,50 nos informa que o valor real está entre 6,49 e 6,51. Note como a segunda forma é mais precisa que a primeira: na primeira (6,5), a variação é de um décimo para mais ou para menos; já na segunda (6,50), a variação é de um centésimo, para mais ou para menos.

Para fixar o que foi dito anteriormente, considere mais um exemplo. Você precisa determinar a massa de um cubo, utilizando duas balanças diferentes : uma com graduações em quilogramas (kg) – balança I – e outra com graduações em décimos de quilogramas – balança II. Veja as figuras a seguir:



I II

Pela balança I, você sabe que o valor da massa do cubo está entre 8 e 9 kg, mas não tem certeza sobre a fração. Embora você não tenha certeza sobre a fração, você percebe que o ponteiro não passou da metade da divisão. Assim, uma medida da massa do cubo, expressa com todos os algarismos significativos, para esta balança, poderia ser 8,1 kg, 8,2 kg ou 8,3 kg. Note que, em todas as medidas, você tem certeza do algarismo 8. Ele é o algarismo correto. Já o 1, o 2, ou o 3 são incertos, ou avaliados, sendo o primeiro algarismo duvidoso. Portanto, com a balança I, sua medida deve ter apenas dois algarismos significativos (8,2 kg, por exemplo).

Já a balança II fornece a você uma medida com três algarismos significativos. Note que o ponteiro da balança está entre 8,3 kg e 8,4 kg. Portanto, você tem certeza dos algarismos 8 e 3. Pela posição, pode-se avaliar o algarismo duvidoso como sendo 5 centésimos de kg. Portanto, uma medida, nesta balança, expressa de forma correta, poderia ser 8,35 kg. Perceba que, agora, sua medida é expressa com 3 algarismos significativos: 2 corretos e 1 duvidoso. É claro que, para este último exemplo, as medidas 8,34 kg ou 8,36 kg também seriam aceitas, pois a incerteza está no último algarismo, que é estimado, portanto, incerto.

Resumindo: sempre que você fizer uma medida, é importante expressar o resultado com todos os algarismos significativos, lembrando que algarismos significativos são **todos os algarismos corretos**, mais o **primeiro algarismo duvidoso**.

Exercícios

1 – Determine o número de algarismos significativos, em cada uma das medidas a seguir. Para cada medida, diga quais são os algarismos corretos e o duvidoso.

a) 8,57 kg

b) 839 s

c) 1,2 m

d) 5.532 cm

2 – Diga, para cada alternativa, se as precisões das medidas são equivalentes ou se há uma medida mais precisa que outra.

a) 5780 km e 5780,0 Km

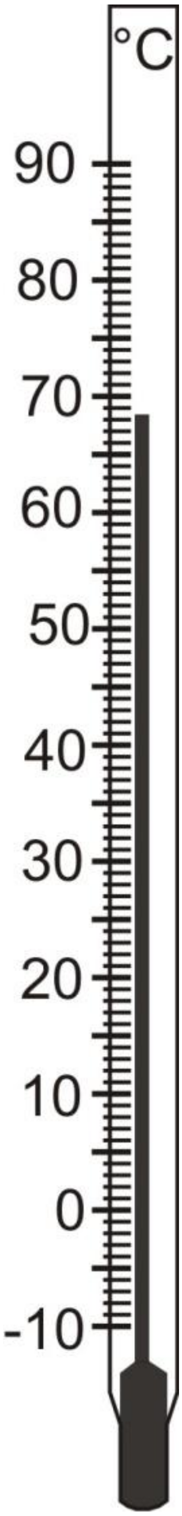
b) 325 kg e 327 kg

c) 0,32 s e 0,320 s

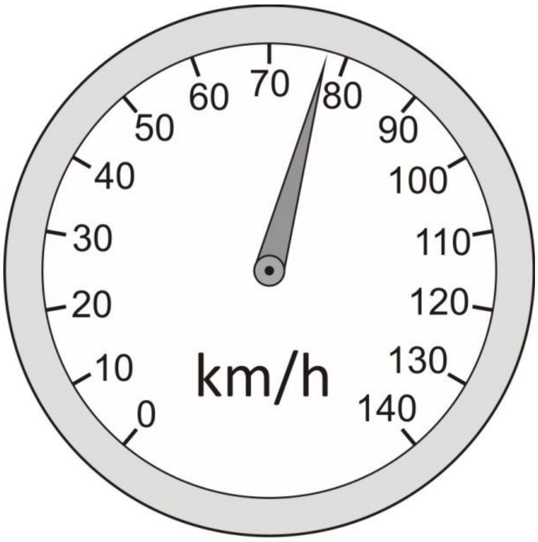
3 – Para cada situação, forneça a leitura do instrumento com o número correto de algarismos significativos.

a) Qual o comprimento da barra, em cm?

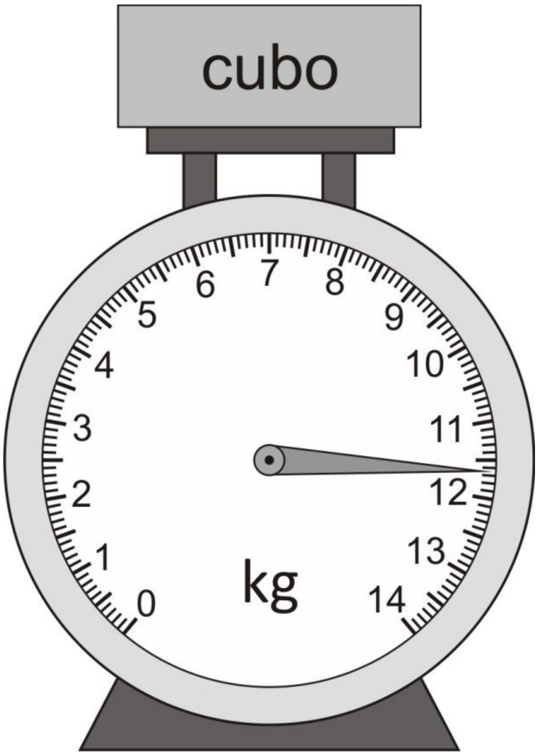
b) Qual a temperatura, em graus celsius, indicada por este termômetro?



c) Qual a indicação de velocidade desse velocímetro, em km/h?



d) Qual o peso do cubo, em kg, indicado pela balança?



Referências:

DOCA, R. H., BISCUOLA, G. J. e VILLAS BOAS, N. *Tópicos de física, 1*: mecânica. 18ª ed. reformada e ampliada – São Paulo: Saraiva, 2001.

MÁXIMO, A. e ALVARENGA, B. *Curso de física*, volume 1. 5ª ed. – São Paulo: Scipione, 2000.