

# Campo Gravítico da Terra

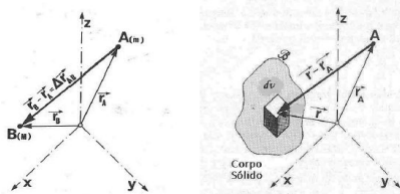
## 1. Condições de medição geodésica

- Os instrumentos com que são efectuadas as medições geodésicas, sobre a superfície da Terra, estão sujeitos à força da gravidade.
- Para poder interpretar correctamente os resultados das medições, é necessário compreender os efeitos desta força.
- As medições são realizadas no espaço físico e o conhecimento da geometria deste espaço é essencial para uma correcta utilização dessas observações geométricas.
- Os geodestas, ao estudarem a geometria da Terra têm, necessariamente, que conhecer o campo gravítico terrestre.
- A definição de um sistema de referência altimétrico passa pelo conhecimento do campo gravítico terrestre.

# Campo Gravítico da Terra

## 2. Lei da Gravitação Universal (Newton, 1667)

- “Uma massa atrai qualquer outra massa com uma força cuja magnitude é proporcional ao produto das duas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas”



- Esta lei explica tanto a queda dos corpos atraídos pela Terra, como o movimento dos planetas atraídos pelo Sol e é representada pela fórmula:

$$\vec{F} = G \frac{Mm}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} \quad \text{ou} \quad \vec{F} = G \frac{Mm}{r^3} (\vec{r}_B - \vec{r}_A)$$

# Campo Gravítico da Terra

## 2.1 Aceleração gravitacional

- Na fórmula da força de gravitação,

$G = 6.670 \times 10^{-11} \text{kg}^{-1} \text{m}^3 \text{s}^{-2}$ : constante de gravitação universal,  
(primeiras medições foram feitas por Cavendish em 1798)

$M$  e  $m$ : massa dos dois corpos

$r$ : distância (ou vector) que une os dois corpos

- Considerando o caso de um corpo à superfície da Terra, a fórmula pode-se resumir ao vector aceleração gravitacional (gravitação)

$$\vec{g} = -G \frac{M_T}{r^2} \vec{e}$$

onde  $M_T = 5,974 \times 10^{24} \text{kg}$  é a massa da Terra

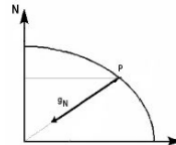
# Campo Gravítico da Terra

## 2.1 Aceleração gravitacional

- Tomando os valores de  $G$  e  $M_T$ , juntamente com um raio médio da Terra de  $r = 6371 \text{ Km}$ , obtém-se um valor para a componente normal (gravitação) à superfície

$$\vec{g}_N = -6,672 \cdot 10^{-11} \frac{5,976 \cdot 10^{24}}{(6,371 \cdot 10^6)^2} \vec{e} = -982,022 \vec{e} \text{ (} \text{cms}^{-2} \text{)}$$

$g$  tem a dimensão de uma aceleração,  
a aceleração adquirida por um corpo de  
massa unitária sob a acção do seu peso



- Um corpo de massa  $m$ , à superfície da Terra, sofre a acção da força de atracção (peso)

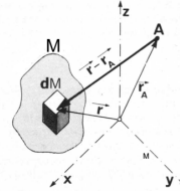
$$\vec{p} = m\vec{g}$$

# Campo Gravítico da Terra

## 2.2 Força gravitacional

- Assumindo a Terra como um corpo rígido, de massa  $M$  e densidade  $\rho$ , a atração que um elemento de massa  $dm = \rho \cdot dV$  exerce sobre um corpo de massa unitária no exterior da Terra é dada por

$$F = Gm \frac{(\vec{r}_B - \vec{r}_A) dm}{|\vec{r}_B - \vec{r}_A|^3}$$



Como as forças gravitacionais são aditivas, a força total resultante da Atração da Terra é

$$F(x, y, z) = Gm \iiint_T \frac{(\vec{r}_B - \vec{r}_A)}{l^3} \rho(r) dV$$

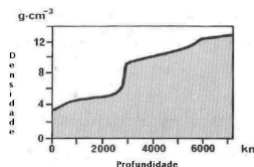
# Campo Gravítico da Terra

## 2.3 Massa da Terra

- Esta fórmula pode ser usada no estudo da força gravitacional da Terra sobre corpos cuja massa pode ser considerada negligível.

$$F(x, y, z) = Gm \iiint_T \frac{(\vec{r}_B - \vec{r}_A)}{l^3} \rho(r) dV$$

- Contudo, para determinar a gravitação por esta fórmula é necessário conhecer a distribuição da densidade  $\rho(r)$  das massas no interior da Terra.
- A densidade da Terra é conhecido apenas de forma aproximada, conhecem-se modelos obtidos a partir de observações sísmicas e assumindo uma distribuição esférica perfeita



# Campo Gravítico da Terra

## 2.3 Massa da Terra

- Todos os modelos sísmicos assumem um modelo de simetria esférica, sendo portanto a densidade apenas função da distância ao centro de massa da Terra.
- A força gravitacional do modelo esférico da Terra é radial, a força gerada aponta sempre em direcção ao centro e depende apenas da distância.
- Isto significa que a gravitação da Terra é equivalente à gravitação de uma partícula localizada no centro de massa, com massa M, igual à massa de todo o corpo, dada por:

$$M = \int_T \rho(r) dV$$

- Como a distribuição das massas não é perfeitamente radial, e a Terra não é uma esfera perfeita, a aceleração gravitacional desta forma é apenas um valor médio global (982,022 cms<sup>-2</sup>).

# Campo Gravítico da Terra

## 2.4 Sistema de referência

- Para a representação global do campo gravítico terrestre é definido um sistema de referência geocêntrico, fixo à Terra:
  - A origem coincide com o centro de massa;
  - O eixo principal, Z, coincide com o eixo médio de rotação da Terra (CIO – *Conventional International Origin*);
  - O eixo X é perpendicular a Z e aponta na direcção do plano meridiano médio de Greenwich;
  - O eixo Y é perpendicular ao plano XZ de forma a tornar o sistema XYZ dextrogiro (o plano XOY forma o plano equatorial)
- A utilização do eixo médio de rotação, e de um plano médio de Greenwich, define um sistema invariante no tempo.

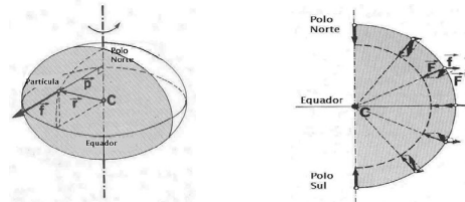
# Campo Gravítico da Terra

## 2.5 Efeito da rotação da Terra

- O facto de a Terra estar animada de um movimento de rotação em torno do seu eixo provoca a existência de uma força adicional,  $f$  – *força centrífuga*:

$$f = (\vec{\omega} \times \vec{r}) \times \vec{\omega} \cdot m = w^2 pm$$

- Esta força, embora aparente, só afecta as massas que se encontram fixas à Terra.



# Campo Gravítico da Terra

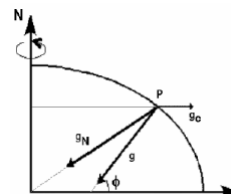
## 2.5 Efeito da rotação da Terra

- A intensidade desta força (aceleração) depende da distância ao eixo de rotação da Terra ( $p=R\cos\varphi$ ):

$$g_c = w^2 R \cos j$$

- $R$  é o raio médio da Terra,  $\varphi$  é a latitude de lugar e  $\omega$  é a velocidade angular

- A força é dirigida na direcção perpendicular ao eixo de rotação, assume o valor máximo no equador e o valor nulo nos pólos;



# Campo Gravítico da Terra

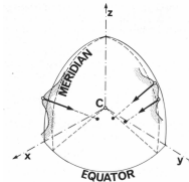
## 2.5 Força da Gravidade

- A aceleração total - *aceleração da gravidade* - resulta da combinação da atracção gravitacional e atracção gravítica pode ser determinada, aproximadamente, por:

$$\bar{g} = \hat{e} \frac{GM_T}{R^2} - w^2 R \cos^2 j \hat{u} \bar{e}_r$$

- A *Força da Gravidade* exercida sobre uma massa  $m$  à superfície da Terra é, então, dada por:

$$F_g(A) = F_g(x, y, z) = \left\{ G \iiint_V \frac{(\bar{r}_B - \bar{r}_A)}{l^3} \rho(r) dv + \bar{p}_A W \right\} \cdot m$$



# Campo Gravítico da Terra

## 2.6 Aceleração da Gravidade

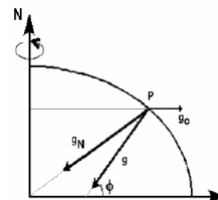
- Tomando o valor da velocidade angular da Terra  $\omega = 7,292 \times 10^{-5}$  rad/s, podemos calcular a aceleração gravítica

$$g = 982,022(1 - 0,00345 \cos^2 j) \text{ cm s}^{-2}$$

- A componente centrífuga atinge um valor máximo de apenas 0,53% da componente gravitacional
- Substituindo os valores de latitude obtêm-se

$$g_{Pol} = 982,022 \text{ cm s}^{-2}$$

$$g_{Eq} = 978,634 \text{ cm s}^{-2}$$



Experimentalmente obtêm-se  $g_{Pol} = 983,221 \text{ cm s}^{-2}$

$$g_{Eq} = 978,049 \text{ cm s}^{-2}$$

# Campo Gravítico da Terra

## 3. Campo Gravítico

- O campo gravítico, sendo um campo vectorial, é definido em cada ponto por um vector
- Possui uma magnitude e uma direcção
- É mais fácil trabalhar com a sua magnitude, por se tratar de uma grandeza escalar
- A sua unidade é o Gal ( $\text{cm/s}^{-2}$ ), em homenagem a Galileu, e tem um valor médio de 980.3 Gal à superfície
- A direcção da gravidade é mais difícil, são necessários mais alguns conceitos para se introduzir

