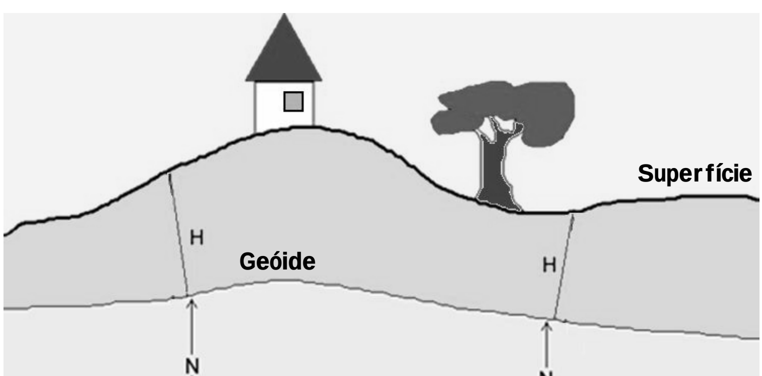
GEÓIDE

1. Geóide

- Na definição da *Forma da Terra* recorre-se a dois conceitos: o da *superfície topográfica* (superfície física da Terra) e o da *superfície do geóide* (superfície equipotencial de referência);
- Dada as dimensões da Terra, estas superfícies são relativamente próximas;
- Como as superfícies equipotenciais, em geral, reflectem a forma do campo gravítico, para a Geodesia é *o geóide que define a forma mais rigorosa da Terra*;
- A própria caracterização geométrica da superfície topográfica, dada pela altitude, é definida rigorosamente a partir da superfície do geóide;
- À Geodesia é essa a forma que interessa, pois é a partir dela que se define a figura do elipsóide de revolução (2ª aproximação) que serve como referência no posicionamento geodésico;

GEÓIDE

1. Geóide



GEÓIDE

1.1 Geóide para quê?

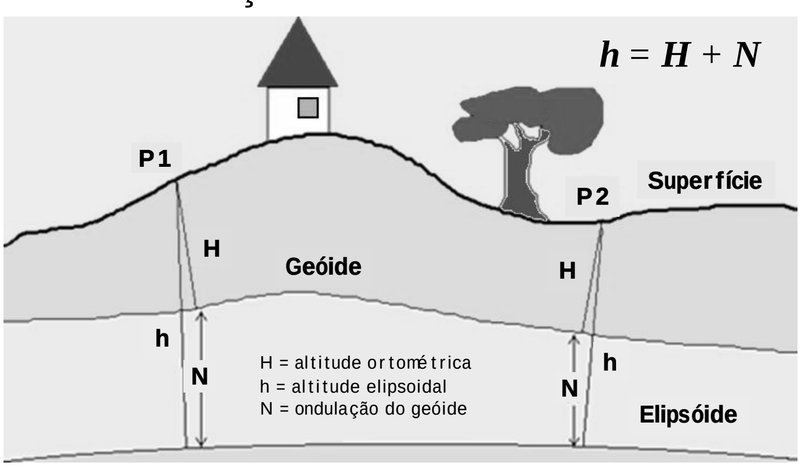
- Na Geodesia, o geóide servirá, essencialmente, dois propósitos:

  1- Definir a forma da Terra, e consequentemente, dar forma ao elipsóide de revolução – datum planimétrico;

  2- Definir o sistema de referência das altitudes ortométricas – datum altimétrico global;

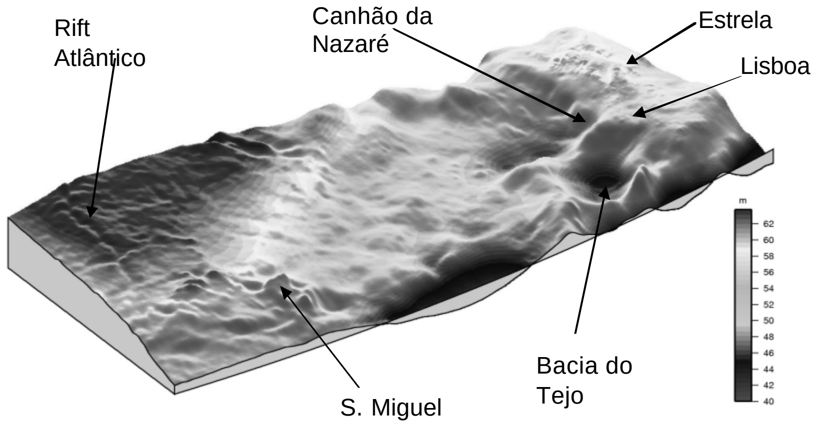
GEÓIDE

1.2 Ondulação do Geóide



GEÓIDE

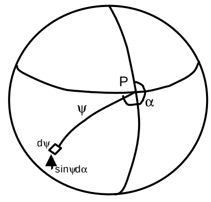
1.2 Ondulação do Geóide



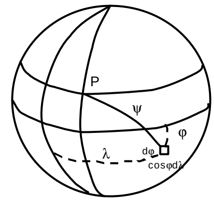
GEÓIDE

1.3 Solução pelo Integral Stokes

- A solução da ondulação do geóide mais comum é a solução dada pela Formula Integral de Stokes;
- Existem duas formas explicitas do integral de Stokes, uma usa *coordenadas polares esféricas* (ψ,α), a outra usa as *coordenadas geodésicas* (λ,φ);



Distribuição em Template (ψ,α)



Distribuição em Grelha (λ,φ)

GEÓIDE

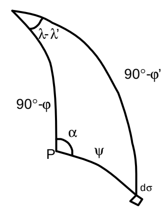
1.3 Solução pelo Integral Stokes

- *Em coordenadas polares esféricas (método de template)*:

$$N_P(\varphi,\lambda)=\frac{R}{4\pi\gamma}\int_{\alpha=0}^{2\pi}\int_{\psi=0}^{\pi}\Delta g(\psi,\alpha)S(\psi)\sin\psi\,d\psi\,d\alpha$$

- *Em coordenadas geodésicas (método de grelha)*:

$$N_P(\varphi,\lambda)=\frac{R}{4\pi\gamma}\int_{\lambda'=0}^{2\pi}\int_{\varphi'=-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\Delta g(\varphi',\lambda')S(\psi)\cos\varphi'\,d\varphi'\,d\lambda'$$



Com $$S(\psi)=\frac{1}{\sin\left(\frac{\psi}{2}\right)}-6\sin\frac{\psi}{2}+1-5\cos(\psi)-3\cos(\psi)\ln\left(\sin\frac{\psi}{2}+\sin^2\frac{\psi}{2}\right)$$

Onde $$\psi=\cos^{-1}(\sin\varphi\sin\varphi'+\cos\varphi\cos\varphi'\cos(\lambda'-\lambda))$$

GEÓIDE

1.3 Solução pelo Integral Stokes

- Na prática o cálculo da ondulação do geóide pela fórmula de Stokes, resume-se a um <u>duplo somatório do produto da anomalia da gravidade de cada ponto da grelha pelo valor da função de distância de Stokes</u>;
- Para o caso mais comum de dados em grelha, de dimensão nxm e espaçamento $\Delta\varphi$ x $\Delta\lambda$, o valor de N em cada ponto é dado por:

$$N(\varphi_l,\lambda_k)=N_i(\varphi_l,\lambda_k)+N_e(\varphi_l,\lambda_k)$$

Com $$N_i(\varphi_l,\lambda_k)=\frac{S_0}{\gamma}\Delta g(\varphi_l,\lambda_k)$$ onde S_0 é o raio da zona mais próxima do ponto

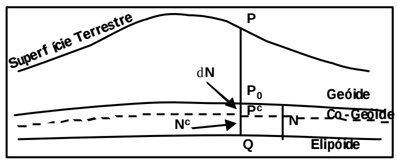
e $$N_e(\varphi_l,\lambda_k)=\frac{R}{4\pi\gamma}\sum_{j=0}^{N-1}\sum_{i=0}^{M-1}\Delta g(\varphi_j,\lambda_i)\cos\varphi_j S(\varphi_l,\lambda_k,\varphi_j,\lambda_i)\Delta\varphi\Delta\lambda$$

GEÓIDE

1.3 Solução pelo Integral Stokes

- Para que o resultado seja válido, as anomalias da gravidade usadas na Fórmula de Stokes devem corresponder a valores reduzidos à superfície do geóide regularizado;
- Logo, o resultado do cálculo da fórmula de Stokes, com as anomalias reduzidas, conduz-nos, não ao geóide, mas a uma superfície designada por <u>co-geóide</u>, N^C;
- O valor final da ondulação do geóide é dado por $N = N^c + dN$

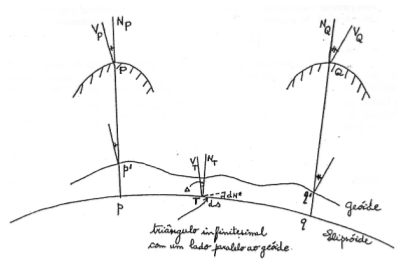
  onde δN representa o <u>efeito indirecto</u> dado por $dN = \frac{dW}{g}$



GEÓIDE

1.4 Método Astro-Geodésico

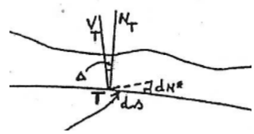
- Este método de determinação baseia-se na utilização simultânea de observações astronómicas (latitude e longitude) e das respectivas coordenadas geodésicas – observações astro-geodésicas;
- Sendo P e Q projectados sobre o elipsóide, a diferença de ondulação do geóide entre P e Q resulta da integração do desvio total da vertical ao longo do arco de elipsóide definido pelas projecções ortogonais p e q;



GEÓIDE

1.4 Método Astro-Geodésico

- Esta determinação parte do pressuposto de que o desvio Δ varia linearmente, i.é., as superfícies de P e Q são paralelas;
- O desvio total da vertical num ponto genérico t sobre o arco pq, no qual se define o triângulo infinitesimal de comprimento ds é dado por:



$$\Delta = \xi \cdot \cos\alpha_{PQ} + \eta \cdot \operatorname{sen}\alpha_{PQ}$$

$$\Delta = \left(\Phi_T - \varphi_T\right)\cdot \cos\alpha_{PQ} + \left(\Lambda_T - \lambda_T\right)\cdot \cos\varphi_T \cdot \operatorname{sen}\alpha_{PQ}$$

- A diferença de ondulação de geóide dN* medida nesse triângulo infinitesimal de vértice T será dada por

$$dN^* = -tg\Delta \cdot ds \approx -\Delta \cdot ds$$

GEÓIDE

1.4 Método Astro-Geodésico

- Integrando esta expressão diferencial ao longo do arco elipsoidal, resulta a diferença de ondulação do geóide entre P e Q $$\Delta N_{PQ} = N^*_{q'} - N^*_{p'} = -\int_{pq} \Delta \cdot ds$$
- O integral anterior só pode ser calculado com o conhecimento da função Δ= Δ(s), como ela não é conhecida, pode ser estimada pela média dos valores
- Nessa hipótese podemos então escrever $$\Delta N_{p'q'} = -\frac{\Delta_{p'} + \Delta_{q'}}{2} \cdot s_{p'q'}$$

ou $$\Delta N_{p'q'} = \frac{\left(\xi''_{p'} + \xi''_{q'}\right)\cdot \cos\alpha_{PQ} + \left(\eta''_{p'} - \eta''_{q'}\right)\cdot \operatorname{sen}\alpha_{PQ}}{2 \cdot 206265''} \cdot s_{p'q'}$$

onde os valores de desvio da vertical devem ser reduzidos ao geóide;

GEÓIDE

1.4 Método Astro-Geodésico

- A correcção de redução dos desvios da vertical ao geóide passa pela seguinte redução das coordenadas astronómicas

$$F_{geoid} = F_{superf} \mathbf{- 0.17'' \times H_{km} \times sen2}F$$

$$L_{geoid} = L_{superf}$$

- A precisão obtida para ΔN* vai depender, principalmente de dois factores:

  1 – Da precisão das observações astronómicas;

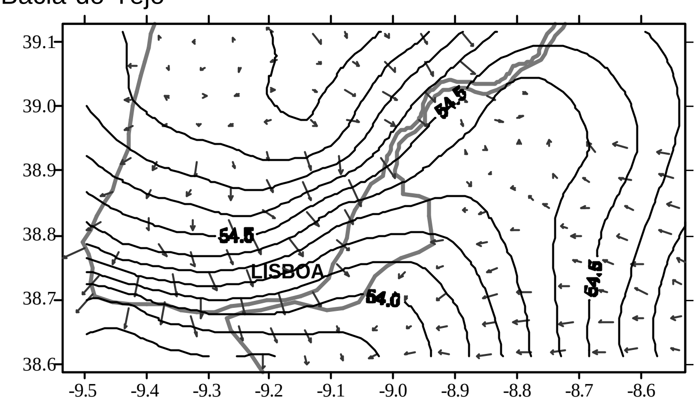
  2 – Da distância entre as estações astronómicas, quanto mais próximas menor o erro introduzido pela aproximação da fórmula de cálculo;

Perfil Este-Oeste: $s = \mathbf{2} \times \sqrt{\frac{s_{(km)}}{1000}}(m)$ Perfil Norte-Sul: $s = \mathbf{1{,}5} \times \sqrt{\frac{s_{(km)}}{1000}}(m)$

GEÓIDE

1.4 Método Astro-Geodésico

- Desvios da vertical sobre modelo gravimétrio do geóide na Bacia do Tejo



GEÓIDE

1.4 Método Astro-Geodésico

- Sendo observados desvios da vertical em todos os vértices geodésico, o cálculo de ondulação de geóide passa pelo ajustamento por mínimos quadrados das diferenças

$$f(x_o) + A \cdot \delta = l_0 + \nu$$

$$DN_{calc} + \textbf{\textit{correcção}} = DN_{obs} + n_{DN}$$

- Esta equação de observação de diferenças de ondulação de geóide pode escrever-se na forma

$$dN_j - dN_i = DN_{obs} - \left(\overline{N}_j - \overline{N}_i\right) + n_{ij}$$

- Resultando para caso de uma rede com n diferenças observadas em q estações, o sistema de equações lineares

$$A \cdot dN = -w + n$$

GEÓIDE

1.5 Observações finais

- Para além dos métodos aqui apresentados, existem mais métodos de determinação do geóide:
  - Colocação por Mínimos Quadrados;
  - Molodensky;
  - Harmónicas Esféricas;
  - Abordagem do Espaço Gravidade;
- O geóide adquiriu na última década uma importância acrescida, pelo aparecimento das técnicas de posicionamento por satélite;
- Hoje é possível realizar nivelamento de alta precisão recorrendo aos sistemas GNSS e a um modelo preciso de geóide;
- Os modelos podem ser globais, regionais ou locais, sendo os modelos globais menos precisos e representados por harmónicas esféricas.