

ESTUDO DA ANÁLISE HARMÓNICA DA MARÉ APLICADA AO MARÉGRAFO DE CASCAIS

Carlos Antunes¹; Joana Mendes Godinho²

¹IDL – Universidade de Lisboa, Campo Grande, Lisboa

²DEGGE – Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

(cmantunes@fc.ul.pt; joanagodin@yahoo.com)

RESUMO

A maré oceânica é predominantemente gerada por factores astronómicos, a atracção gravitacional do Sol e da Lua e suas variações, e, com menor influência, pelo forçamento atmosférico, nomeadamente, através dos factores do vento e da pressão atmosférica. A sua modelação numérica é habitualmente estimada com recurso à análise harmónica de uma série temporal de observação maregráfica, composta unicamente com as constituintes harmónicas de origem astronómica. Dada a importância da aplicação desses modelos numéricos em diversos domínios da Hidrografia e Oceanografia, como sejam, a previsão rigorosa de marés, a monitorização do nível médio do mar e da sobre-elevação meteorológica, ou ainda, a análise da variação temporal das constituintes principais da maré, os modelos devem ser exactos e com a melhor precisão possível. Nesse sentido, tem-se desenvolvido na FCUL (*Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa*) uma metodologia para a determinação rigorosa de um modelo numérico de previsão de maré para o marégrafo de Cascais, com vista à melhoria da precisão das constituintes harmónicas de forma a ser possível o estudo da sua variação ao longo do tempo.

Nesta comunicação é apresentado o método de estimação numérica usado na análise harmónica, bem como, as estratégias utilizadas para remover efeitos não harmónicos, nomeadamente efeitos meteorológicos, que à partida enviesam as estimativas das constituintes harmónicas de origem astronómica. Serão comparados dois métodos usados para a remoção de efeitos não harmónicos dos dados de observação de maré. No primeiro método, é usada a correcção barométrica inversa conjuntamente com um modelo numérico residual. No segundo, é aplicado aos dados um filtro espectral de passa-banda, de forma a remover as altas e baixas frequências. A melhor metodologia que resultar deste estudo será aplicada posteriormente na análise da variação temporal das principais constituintes do marégrafo de Cascais desde 1960.

1. Introdução

O estudo e análise do fenómeno de marés é, apesar de um assunto há muito resolvido, algo complexo tendo em vista a obtenção de modelos de alta precisão e exactidão. O fenómeno da força geradora (diferença entre a força centrífuga e a força gravitacional de cada astro) da maré de origem astronómica é perfeitamente conhecido, contudo o desenvolvimento da onda de maré ao longo dos oceanos é perturbada por diversos factores. A variação da profundidade dos oceanos, fenómenos oceânicos diversos, e principalmente o contorno dos continentes, alteram a chamada maré de equilíbrio – maré teórica que se desenvolve num

oceano suficientemente profundo e sem continentes que aprisionam o fluxo de maré, de modo que o respectivo bojo acompanharia uniformemente a posição relativa da Lua.

A morfologia dos fundos de águas costeiras e da própria linha de costa (penínsulas, baías, estuários, etc.) contribui significativamente para a alteração e o atraso da progressão da onda de maré de equilíbrio, alterando a sua fase, bem como, a sua amplitude, que é ampliada devido ao atrito dos fundos costeiros, normalmente pouco profundos. Estas condicionantes de perturbação da propagação da onda de maré obrigam à determinação de parâmetros locais que “projectam”, ou transformam, a onda de maré de equilíbrio na onda de maré local. Estes parâmetros, factor de amplitude e fase inicial de cada onda que constitui a onda de maré, são designados de constituintes harmónicas locais e são os parâmetros a ser estimados através de uma análise harmónica sobre os dados de observação de marégrafos (registos horários de altura de maré), através de um ajustamentos pelo MMQ (*Método dos Mínimos Quadrados*).

Uma outra fonte conhecida de perturbação da onda de maré é o efeito de forçamento atmosférico, onde, quer a variação de pressão atmosférica, quer o efeito da acção do vento que sopra em direcção à linha de costa, provocam uma alteração na altura da onda de maré.

A passagem de sistemas de baixa e alta pressão atmosférica, devido ao efeito barométrico inverso (força de pressão ascendente ou descendente), sobre eleva (*surge*) ou afunda a superfície oceânica. Associado também à passagem de ventos ciclónicos (baixas pressões) e anticiclónicos (altas pressões) são geradas correntes geostróficas de divergência e convergência, respectivamente, alterando assim também a altura de maré à sua passagem.

Estes efeitos, designados de sobre-elevação meteorológica (*stormesurge*), são de natureza periódica não regular, ou seja, de natureza não-periódica no sentido estrito ou harmónico, pelo que, em nosso entender é uma componente que não deve ser sujeita à modelação harmónica, muito embora, possa ser possível e deva ser feita uma modelação numérica não harmónica.

Para além desta influência de curto período do efeito de variabilidade atmosférica existe ainda uma outra variação sazonal, de longo período, associado ao fenómeno oceânico de afloramento costeiro, e que está relacionada com o regime de ventos que atingem a costa ocidental atlântica. O vento que sopra paralelamente e ao longo da costa (ventos NW e SW), através da sua componente meridional, gera forças de tensão ou atrito que sobre as camadas superficiais e em conjugação com a força de Coriolis origina um movimento das águas superficiais e da camada de mistura (camada de Ekman) perpendicular à linha de costa, com fluxos *onshore* ou *offshore* em função do sentido do vento (Ekman, 1905). Este movimento da camada de mistura (transporte de Ekman) origina então sobre as camadas mais profundas junto à costa, o afloramento (*upwelling*), quando o vento sopra de NW nos meses de primavera e verão, ou o afundamento (*downwelling*), quando o vento sopra de SW entre Outubro e Dezembro. O efeito deste fenómeno na variação da maré é um movimento vertical periódico anual, junto à costa, afectando por isso as marés costeiras e, consequentemente, o registo dos marégrafos, com uma amplitude que pode variar entre os

4 e os 10 cm (Figura 1). Quando os ventos dominantes sopram na direcção (NW), caso do *upwelling*, as águas superficiais são afastadas da costa e a superfície livre do oceano converge (baixa) para a plataforma topográfica. No caso inverso, caso de *downwelling* e ventos dominantes soprando de SW, as águas superficiais são empurradas para junto da costa e a superfície livre do oceano diverge (sobe) da plataforma topográfica. Este movimento vertical de variação sazonal é uma oscilação periódica, com o período de um ano, mas com alguma irregularidade. A Figura 1 apresenta essa componente, calculada para o período de 2004 a 2009, sobreposta com a curva média suavizada que representa a tendência desta variação sazonal.

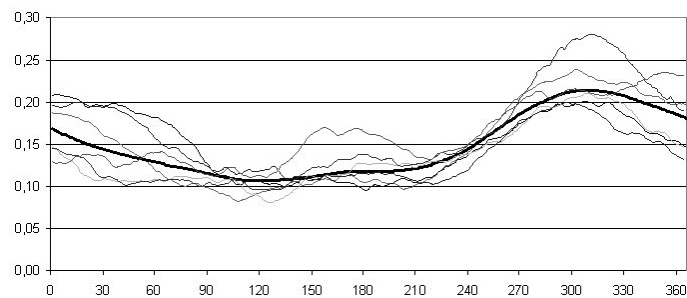


Figura 1 – Variação sazonal de 2004 a 2009 e variação média (negrito).

Tendo em consideração todos estes aspectos físicos e dinâmicos, a modelação da onda de maré deve recorrer à análise harmónica para modelar a parte periódica de influência astronómica e a uma modelação numérica complementar para as componentes periódicas não regulares e componentes não-periódicas.

2. Modelo matemático da análise harmónica

A série temporal de funções harmónicas que representa a parte periódica do modelo matemático da maré oceânica, para um dado porto maregráfico, é, de acordo com Godin (1972), dada por

$$Z(t) = Z_0 + \sum_{i=1}^n f_i(t_0) H_i \cos(\omega_i(t-t_0) + V_i(t_0) + u_i(t_0) - g_i) \quad (1)$$

Onde $Z(t)$ é a altura horária de maré observada, ou corrigida de efeitos não periódicos; f_i e u_i são correcções nodais de amplitude e fase das constituintes $i=1, \dots, n$, com frequência ω_i ; e, V_i é o argumento inicial da fase no instante t_0 (00:00 de 1 de Janeiro de cada ano).

Através da análise espectral, ou também por via da análise harmónica, podem-se identificar as componentes harmónicas significativas que se encontram presentes na maré de um dado porto maregráfico. Por exemplo, para o porto de Cascais encontraram-se apenas 23 constituintes harmónicas a partir dos dados de 2007 (Figura 2). É de referir que esta análise deve ser feita sem a presença de efeitos contaminantes, como seja os efeitos de

influência atmosférica, de curto e longo período. No caso do estudo considerado, para cada constituinte, os parâmetros f_i e V_i são conhecidos e, o parâmetro nodal de longo período, u_i , é considerado desprezível, ou incorporado na estimativa de g_i para um determinado período (2-5 anos).

A linearização do modelo funcional (1), ao contrário do que vulgarmente é seguido para qualquer aplicação do MMQ sobre funções não lineares (desenvolvimento em série de Taylor), e de forma a permitir uma rápida e estável convergência do argumento da fase local, g_i , segue o formalismo de Foreman *et al.* (2009) recorrendo à seguinte mudança de variável

$$X_i = H_i \cos(g_i); \quad Y_i = H_i \sin(g_i) \quad (2)$$

Transformando (1) na expressão

$$Z(t) = Z_0 + \sum_{i=1}^n A_i X_i + B_i Y_i \quad (3)$$

Onde os coeficientes das novas variáveis são calculáveis e dados por

$$\begin{aligned} A_i &= f_i \cos(\omega_i(t - t_0) + V_i(t_0)) \\ B_i &= f_i \sin(\omega_i(t - t_0) + V_i(t_0)) \end{aligned} \quad (4)$$

A recuperação *a posteriori* dos parâmetros originais, H_i e g_i , é feita através das respectivas fórmulas inversas e usando as estimativas de X_i e Y_i ,

$$H_i = \sqrt{X_i^2 + Y_i^2}; \quad g_i = \arctg\left(\frac{Y_i}{X_i}\right) \quad (5)$$

A matriz de variâncias e co-variâncias, Σ_{Hg} , dos parâmetros originais do sistema de equações de observação – constituintes harmónicas do modelo (1), é obtida através da seguinte transformação

$$\Sigma_{Hg} = J_{Hg} \Sigma_{XY} J_{Hg}^T \quad (6)$$

onde J_{Hg} é a matriz Jacobiana de (5), uma matriz diagonal formada por matrizes bloco constituídas pelas derivadas de H_i e g_i em ordem às variáveis auxiliares X_i e Y_i .

Esta abordagem de linearização não necessita de um conjunto de valores iniciais de parâmetros (constituintes harmónicas locais) muito próximos dos valores ajustados, tal como seria necessário no caso de se usar a linearização por via do desenvolvimento em série de Taylor. Nessa situação verificar-se-ia uma lenta e difícil convergência da componente de fase inicial da onda, g_i .

A fim de se obter uma melhor precisão e exactidão dos parâmetros ajustados, é necessário remover, dos dados a ajustar (as alturas horárias de maré), a componente não harmónica dos efeitos atmosféricos, bem como, todas as componentes analítica ou numericamente

modeláveis. Desse modo, a grandeza observável da expressão (1) deve ser adaptada e definida da seguinte forma

$$Z(t) = Z_{obs}(t) - R(t) \quad (7)$$

Onde $R(t)$ representa todas as componentes modeláveis, sejam erros, correções de efeitos conhecidos, ou variáveis independentes que se podem converter em variáveis dependentes, como seja o caso da constituinte SA (*solar anual*) que no nosso caso é modelada fora do método de análise harmónica e de forma independente (Cap. 4.1).

3. Análise espectral da maré de 2007

A análise espectral é um processo que permite detectar sinais sinusoidais misturados com ruído de uma série periódica temporal de dados. O espectro da maré é uma função periódica que para cada frequência determina a quantidade de informação (potência do espectro) aí contida; ou seja, em cada constituinte harmónica (onda), identificada pela sua frequência, pode determinar-se a sua amplitude (potência espectral). Esta função é obtida pela DFT (*Discret Fourier Transform* – transformada discreta de Fourier). A DFT de uma série temporal de dados, vector y de dimensão N , é um vector Y de dimensão N

$$Y_{k+1} = \sum_{j=0}^{N-1} w^{jk} y_{j+1} \quad (8)$$

onde w é a n -ésima raiz da unidade, ou seja, $w = e^{\frac{-2\pi i}{N}}$, e j e k variam entre 0 e $N-1$.

Os dados da série temporal devem estar definidos em intervalos de tempo constantes (taxa de dados). A partir deste intervalo de tempo determina-se a frequência de amostragem, F_s . Assim, o valor Y_{k+1} representa a quantidade de informação (potência) que está presente em y para a frequência $f = k \frac{F_s}{N}$. O vector Y obtido representa o espectro da série de dados y .

O algoritmo utilizado para determinar o espectro da série de dados de 2007 foi o da FFT (*Fast Fourier Transform* – transformada rápida de Fourier), o algoritmo mais rápido para determinar a DFT.

3.1 Análise do espectro da maré

As frequências das constituintes harmónicas são conhecidas (Pugh, 1996) pelo que, através da representação do espectro dos dados de 2007, podem identificar-se as várias famílias de constituintes da maré (Figura 2): longo período, diurnas, semi-diurnas, terço-diurnas e quarto-diurnas; tendo estas duas últimas constituintes fraca expressão, devido à reduzida potência de espectro.

Através da análise do espectro (Figura 2-a) verifica-se que as constituintes de maior amplitude são as três semi-diurnas M_2 , S_2 e N_2 . Para além das semi-diurnas, conseguem

identificar-se dois grupos com menor amplitude, um na banda das baixas frequências, onde se encontram as constituintes de longo período, como a SA, e outro na banda das constituintes diurnas, onde se podem distinguir dois picos, K_1 e O_1 .

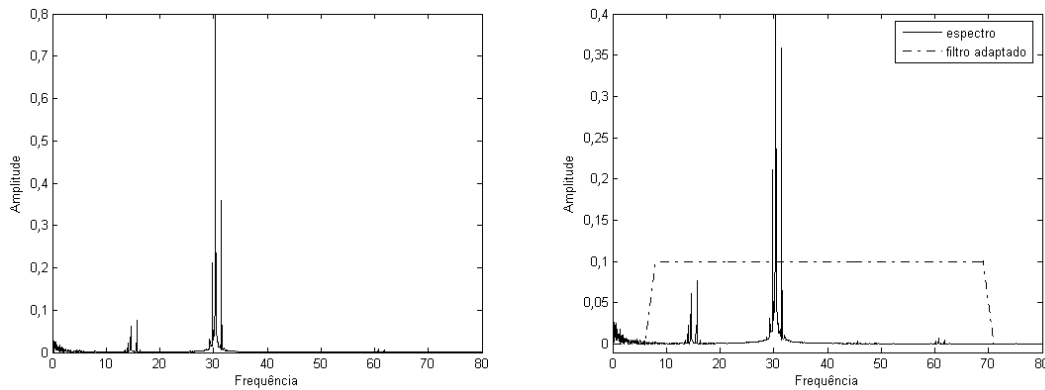


Figura 2 – a) Espectro da série temporal de alturas horárias de maré de 2007 (unidades: metros vs °/hora); b) filtro de passa-banda a tracejado sobreposto ao espectro.

3.2 Modelação do efeito atmosférico através de filtro de passa-banda

Na tentativa de numericamente modelar as correcções dos efeitos atmosféricos, foi aplicado um filtro passa-banda cujo objectivo é manter inalterada a banda que contém informação sobre as constituintes harmónicas, eliminando as altas e as baixas frequências. Como frequências de corte foram definidos os valores 8 e 69 °/hora, contudo, para se reduzirem os efeitos de filtragem, em vez de um filtro rectangular foi aplicado um filtro trapezoidal. Assim, para definir a base do trapézio foram utilizadas as frequências de corte de valor 6 e 71 °/hora (Figura 2-b).

A função do filtro linear passa-banda aplicada ao espectro da maré é definida por:

$$\text{filtro}(f) = \begin{cases} 0; & 0 \leq f \leq 6 \\ 0,5f + 7,5; & 6 < f \leq 8 \\ 1, & 8 < f \leq 69 \\ -0,5f + 69,5; & 69 < f \leq 71 \\ 0; & f > 71 \end{cases} \quad (9)$$

onde a frequência filtrada f fica limitada entre os valores de corte 8 e 69 °/hora.

Após a aplicação do filtro (9) ao espectro da maré observada de 2007, obtém-se um espectro filtrado a partir do qual, por inversão da função (8), se calcula uma nova série de alturas horárias de maré. Estes valores de altura de maré devem conter apenas as componentes harmónicas compreendidas entre as frequências de corte, uma vez que a aplicação do filtro de passa-banda remove as baixas e altas frequências do espectro,

permanecendo apenas as frequências principais da maré, diurnas, semi-diurnas, terço-diurnas e quarto-diurnas.

Executando a diferença entre a série da maré original observada e a série da maré filtrada, obtém-se uma série residual, correspondente à quantidade $R(t)$ da expressão 7. Por via da aplicação do filtro de passa-banda, dado o limite inferior de corte, nesta série residual encontrar-se-ão presentes as componente harmónicas de longo período, nomeadamente, a constituinte SA de período anual. Sendo esta constituinte modelada externamente (Figura 1, Cap. 4.1, via modelação numérica da variação sazonal) e pretendendo-se modelar apenas a componente não harmónica de origem meteorológica de curto e médio período, a SA deve ser removida previamente da maré observada, antes de ser aplicado o filtro passa-banda. Portanto, o filtro é aplicado ao espectro da maré corrigida da SA. A Figura 3 mostra a série residual obtida por aplicação do filtro de passa-banda, e sem a constituinte SA, a qual representa a componente da maré devida aos efeitos atmosféricos.

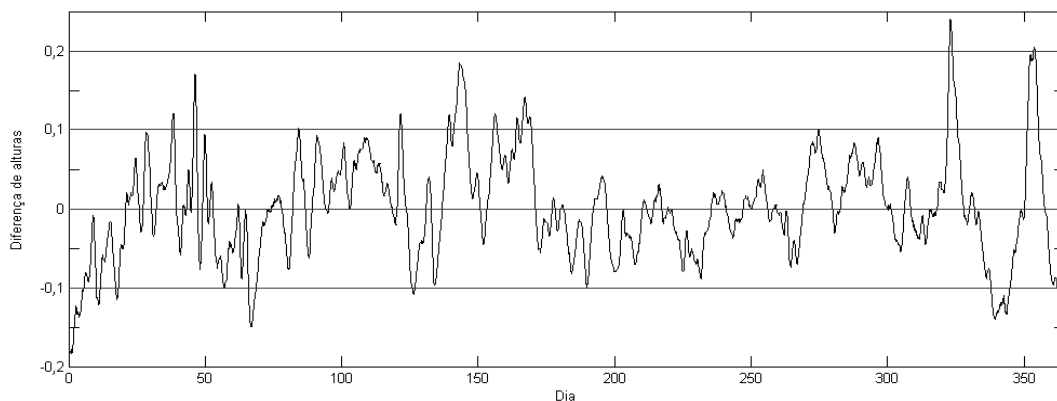


Figura 3 – Série residual resultante da diferença entre a maré observada e maré filtrada.

4. Modelação Harmónica da maré de 2007

O método de modelação harmónica da maré através do MMQ é robusto e garante a estimativa das constituintes harmónicas locais com grande precisão, desde que sejam acauteladas as correcções dos erros das observações de alturas horárias de maré provenientes de efeitos não periódicos, via equação (7), de modo a garantir a estatística adequada dos dados à aplicação da condição dos mínimos quadrados, i.e., dados com distribuição normal não enviesada.

A condição de correcção das observações das alturas horárias da maré é fundamental para a fiabilidade e robustez da solução pelo MMQ, por essa razão, a componente de variação sazonal e os efeitos atmosféricos de curto e médio período devem ser modelados e removidos das observações antes de ser aplicado o MMQ.

4.1 Variação sazonal

Com base na análise da variação sazonal de 2004 a 2009, tal como apresentada na Figura 1, modelou-se conjuntamente esta componente de origem oceânica e atmosférica com a componente harmónica anual de origem solar, a onda SA. A razão é o facto de apresentarem a mesma frequência e o resultado desta sobreposição remover completamente a tendência sazonal presente nos dados de maré de Cascais, centrando os resíduos das observações ajustadas (Figura 4).

O procedimento, apresentado em Antunes (2010), é relativamente simples. Sobre a curva da variação sazonal média (Figura 1) é ajustada uma sinusoidal determinando-se os respectivos valores de amplitude e de fase inicial. Deste modo, forma-se uma constituinte harmónica que é, no lugar da SA, removida dos dados de acordo com a expressão (7), passando de um parâmetro da variável independente a parâmetro dependente.

4.2 Modelação da componente atmosférica

Para modelar e corrigir a componente dos efeitos atmosféricos de curto e médio período, foram seguidas duas metodologias independentes, obtendo-se resultados semelhantes (fortemente correlacionados). Uma já explicada no Cap. 3.2, usando a aplicação de um filtro passa-banda através da análise espectral, a outra usando a função residual resultante de uma primeira análise harmónica.

Em Antunes (2010) foi apresentado uma metodologia de análise harmónica de maré, onde a componente atmosférica era modelada em dois passos. A parte desta componente proveniente da contribuição da PA (*pressão atmosférica*) era definida pela expressão de correcção do EBI (*efeito barométrico inverso*)

$$\Delta y_{PA}[m] = -\frac{1019 - PA[mbar]}{100} \quad (10)$$

assumindo o valor de 1019 milibar para a PA média medida ao nível do mar em Cascais. A aplicação desta correcção do EBI reduzia significativamente a amplitude dos resíduos do ajustamento pelo MMQ. Contudo, permanecia a restante componente do efeito atmosférico devida ao efeito do vento. Esta, por se tratar de uma componente difícil de modelar a partir de dados reais de vento, optou-se, nessa metodologia, por modelá-la através de uma função numérica residual de tendência, calculada a partir dos resíduos prévios e com base numa média móvel corrida ao longo da série de resíduos do ajustamento.

Finda essa modelação numérica, a correcção $R(t)$ da expressão 7 era então formada pela soma da componente SA modelada, com o EBI e a função residual de tendência. Desta forma, eram removidas as componentes de longo período, SA, e de curto e médio período, o efeito atmosférico, da maré observada, após a qual era aplicado o MMQ para a estimação das constituintes harmónicas presentes na maré.

Essa metodologia seguida em Antunes (2010) exige o conhecimento dos respectivos dados de PA ao nível do mar. Na ausência de uma série de PA correspondente a uma série

temporal de alturas de maré, não é possível remover o EBI por via da aplicação da correcção (10). Isto acontece no caso, por exemplo, da análise da maré de épocas mais antigas, como sejam, séries do marégrafo antigo de Cascais das décadas de 1960 e 1970, ou anteriores. Nesta situação, em que só existem os dados de altura de maré e nada mais, a modelação da componente atmosférica de curto e médio período pode fazer-se pela mesma via da modelação feita anteriormente para a componente residual do vento, através da função residual de tendência dos resíduos de um primeiro ajustamento.

Aplicando essa modelação da função residual de tendência sobre os resíduos de um primeiro ajustamento da análise harmónica de maré através do MMQ, obtém-se uma série residual, $R(t)$, semelhante à representada na Figura 3. Este modelo numérico representa a componente da maré correspondente ao efeito atmosférico que se sobrepõe à maré astronómica.

4.3 Solução harmónica da maré de Cascais

Aplicando o MMQ sobre o modelo funcional (3), corrigido do efeito atmosférico calculado, quer por via da aplicação do filtro na análise espectral, quer por uma análise harmónica prévia, de acordo com (7), obtém-se um modelo harmónica de maré de elevada precisão (Quadro 1), com um e.m.q. (*erro médio quadrático*) de ajustamento de 0,019 m (2 cm). Esta é a solução mais precisa alcançada até agora pelo grupo de Engenharia Geográfica da FCUL e é utilizada actualmente na monitorização em tempo real do Nível Médio do Mar.

Quadro 1 – Resultado das constituintes harmónicas principais, semi-diurnas (4 de entre as 23 constituintes harmónicas que formam o modelo de maré de Cascais).

Constituinte	Amplit. (m)	e.m.q.	Fase (°)	e.m.q.
M ₂	0,991	0,0003	93,34	0,0003
S ₂	0,346	0,0003	120,20	0,0009
N ₂	0,212	0,0003	75,76	0,0016
K ₂	0,098	0,0002	117,31	0,0025

Com este modelo (7) de correcção do efeito atmosférico sobre as alturas de maré observada, os resíduos de ajustamento final obtido (Figura 4), com amplitudes inferiores a 10 cm, mostram uma estrutura de ruído branco com uma distribuição Normal (ruído gaussiano). Tal facto mostra que todos os efeitos de maré não-astronómica são correctamente removidos dos dados de alturas horárias de maré e que o modelo (1), na sua forma modificada (3), é correctamente ajustado aos dados.

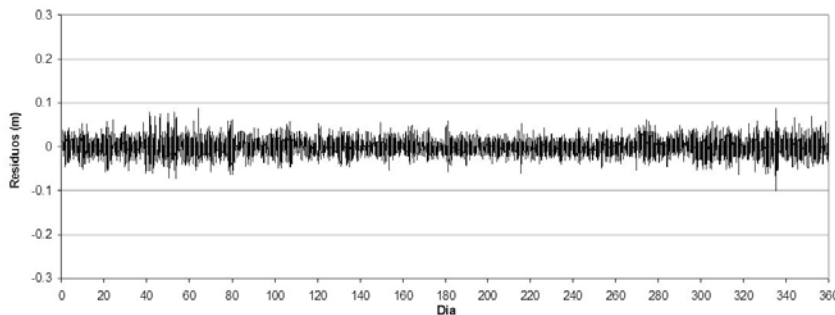


Figura 4 – Resíduos do ajustamento final da análise harmônica da maré de 2007 por MMQ.

5. Resultados e conclusões

Os resultados alcançados pela metodologia apresentada revelam uma excepcional precisão (2 cm) no modelo de maré obtido, a qual sem a remoção efectiva dos efeitos não-harmónicos de origem atmosférica, não era possível de ser obtida.

A evidente, e demonstrada, analogia das soluções de modelação dos efeitos atmosféricos de curto e médio período alcançados por filtragem espectral e análise harmónica foi um passo importante para a fiabilidade da solução de modelação das constituintes harmónicas de maré, com vista ao futuro estudo da variação temporal das constituintes (entre 1960 a 2000), onde a respectiva precisão alcançada é uma condição fundamental para garantir robustez estatística da sua variabilidade.

A modelação da componente de longo período, variação sazonal através da onda SA, evidenciou uma efectiva remoção de tendência (*detrended*) desta componente; um facto de extrema importância para a obtenção de resíduos centrados e de distribuição normal. Desta forma a exactidão do modelo é melhorada significativamente, como prova a permanente e diária verificação do modelo de maré sobre os dados do marégrafo de Cascais, quer na monitorização em tempo real quer na monitorização em pós-processamento.

Referências Bibliográficas

- Antunes, C. (2010). “Monitorização da Variação do Nível do Mar”. 1^{as} Jornadas de Engenharia Hidrográfica, Instituto Hidrográfico, 21-22 de Junho, Lisboa, Portugal (in press).
- Ekman, V.W. (1905). “On the influence of the earth’s rotation on ocean currents”. Ark. Mat. Astron. Fys., 2 (11), Pags. 1-52,
- Foreman, M.G.G., Cherniawsky, J.Y. and Ballantyne, V.A. (2009): “Versatile harmonic Tidal Analysis: Improvements and Applications”. Journal of Atmospheric and Oceanic Technology, Vol. 26, Pags. 806-817.
- Godin, G. (1972): The Analysis of Tides”. University of Toronto Press, 264 pp.
- Pugh, D.T. (1987). “Tides, surges and mean sea level”. John Wiley & Son Ltd, 442 pp.