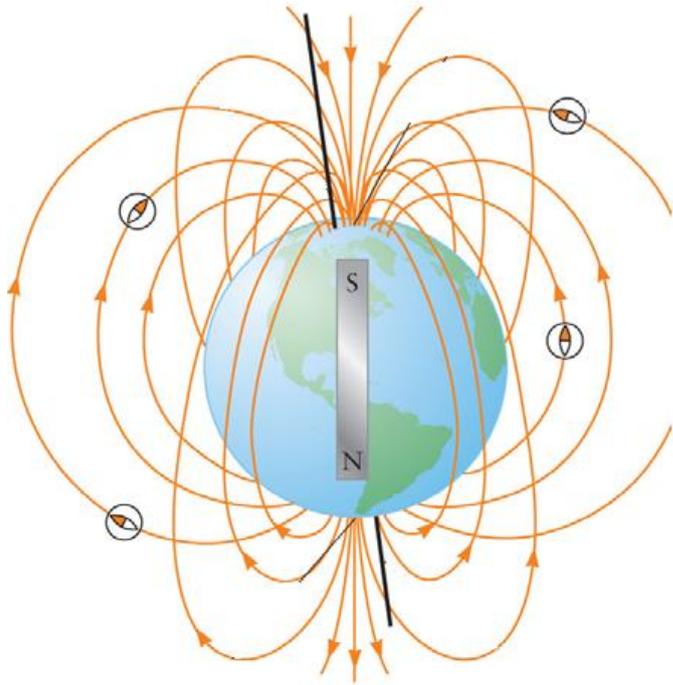


# Introdução ao Geomagnetismo



J M Miranda

*As notas que se seguem foram preparadas para os alunos da disciplina “Geomagnetismo” do Departamento de Engenharia Geográfica, Geofísica e Energia da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, no semestre de Outono de 2009. Esta disciplina tem por objectivo fornecer uma visão do estudo do Campo Magnético da Terra. A primeira versão preparada em 2009 era essencialmente baseada no “corte e cola” de material existente e possuía enormes lacunas.*

*Alguns investigadores do Instituto Dom Luiz tiveram a gentileza de rever partes deste manuscrito, nas suas áreas de actividade científica. Foi esse o caso do Doutor Eric Claude Font que reescreveu uma parte dos capítulos 3 e 4.*

*Muitos erros existirão ainda nestas notas, para os quais peço a clemência dos leitores, bem como a pronta correcção ([jmiranda@fc.ul.pt](mailto:jmiranda@fc.ul.pt)). Procurei incluir referência a todos os materiais que utilizei ou adaptei de outras fontes e, em todos os casos em que tal não aconteça, farei tão depressa quanto possível as correspondentes correcções.*

*Universidade de Lisboa, 3 Jul 2011*

## Índice

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Cap 1 – O CAMPO MAGNÉTICO DA TERRA</b>                             | <b>5</b>  |
| 1.1 A descoberta do Campo Magnético da Terra                          | 5         |
| 1.2 Campo de um dipolo magnético                                      | 7         |
| 1.3 Medição do CMT  | 8         |
| 1.3.1 Magnetómetros   | 10        |
| 1.3.2 Observatórios Magnéticos  | 12        |
| 1.3.3 Redes de Repetição  | 15        |
| 1.3.4 Levantamentos Magnéticos e Aeromagnéticos                       | 15        |
| 1.3.5 Satélites Magnéticos  | 15        |
| 1.4 Campos Magnéticos noutros planetas do Sistema Solar               | 17        |
| 1.5 Problemas de Aplicação  | 18        |
| 1.6 Bibliografia  | 18        |
| <b>Cap 2 – TEORIA DE GAUSS DO CMP</b>                                 | <b>20</b> |
| 2.1 Introdução  | 20        |
| 2.2 As Equações de Maxwell  | 20        |
| 2.2.1 Campos Solenoidais e Campos Conservativos                       | 20        |
| 2.2.2 Campos "Magnéticos" H e B                                       | 21        |
| 2.2.3 As Equações de Maxwell  | 22        |
| 2.3 Filtragem das Equações de Maxwell                                 | 23        |
| 2.4 Representação do CMP por Análise Harmónica Esférica               | 24        |
| 2.4.1 Solução da Equação de Laplace em Coordenadas Esféricas          | 24        |
| 2.4.2 Interpretação das harmónicas esféricas de superfície            | 26        |
| 2.4.3 Semi-normalização de Schmidt                                    | 27        |
| 2.4.4 Importância Relativa dos Campos Externo e Interno               | 27        |
| 2.4.5 Interpretação dos termos de baixo grau e ordem de V             | 27        |
| 2.5 Espectro Espacial do CMT  | 28        |
| 2.6 Variação Secular do CMP   | 29        |
| 2.7 Modelos de tipo IGRF  | 30        |
| 2.8 Problemas   | 32        |
| 2.9 Bibliografia  | 33        |
| <b>Cap 3 – O MAGNETISMO DAS ROCHAS</b>                                | <b>34</b> |
| 3.1 Introdução  | 34        |
| 3.2 Magnetização das Rochas   | 35        |
| 3.2.1 Tipos Básicos de Comportamento Magnético das Rochas             | 35        |
| 3.2.2 Diamagnetismo   | 36        |
| 3.2.3 Paramagnetismo  | 37        |
| 3.2.4 Ferromagnetismo   | 38        |
| 3.3 Aquisição de Magnetização Remanescente                            | 47        |
| 3.3.1 Magnetização Termo-Remanescente (TRM)                           | 47        |
| 3.3.2 Magnetização Remanescente Detrítica                             | 48        |
| 3.3.1 Magnetização Remanescente Química                               | 49        |
| 3.5 Problemas   | 50        |
| 3.6 Bibliografia  | 50        |
| <b>Cap 4 – PALEOMAGNETISMO E CINEMÁTICA DE PLACAS</b>                 | <b>51</b> |
| 4.1 Paleomagnetismo Experimental                                      | 51        |
| 4.1.1 Recolha de amostras   | 51        |
| 4.1.2 Medição da Magnetização das Rochas                              | 53        |
| 4.1.3 Procedimentos de desmagnetização                                | 53        |
| 4.1.4 Representação da Magnetização                                   | 55        |
| 4.1.5 Análise em Componentes Principais (ACP) e estatística de Fisher | 55        |
| 4.1.6 Testes de Consistência  | 56        |
| 4.1.7 Factor de Qualidade Q   | 57        |
| 4.2 A Deriva Aparente do Polo   | 57        |
| 4.2.1 Polos Paleomagnéticos   | 57        |
| 4.2.2 A Hipótese do Dipolo Axial Centrado                             | 59        |

|  |           |
|--|-----------|
| 4.2.3 Trajectória de Deriva Aparente do Polo               | 60        |
| 4.3 Paleointensidade                                       | 61        |
| 4.4 Cinemática Magnética                                   | 61        |
| 4.4.1 Anomalias Magnéticas em Domínio Oceânico             | 61        |
| 4.4.2 Cinemática de Placas                                 | 64        |
| 4.4.3 Determinação de Polos de Euler                       | 64        |
| 4.4.4 Enviezamento Magnético                               | 65        |
| 4.5 Problemas de Aplicação                                 | 65        |
| 4.6 Bibliografia   | 65        |
| <b>Cap 5 – ANISOTROPIA MAGNÉTICA DAS ROCHAS</b>            | <b>67</b> |
| 5.1 Susceptibilidade Magnética de uma Rocha                | 67        |
| 5.2 Anisotropia da Susceptibilidade Magnética              | 67        |
| 5.2.1 Tensor da Susceptibilidade Magnética                 | 67        |
| 5.2.2 Magnitude da anisotropia                             | 68        |
| 5.2.3 Parâmetro de Forma                                   | 69        |
| 5.2.4 Representação Estereográfica da ASM                  | 69        |
| 5.3 Fábrica Magnética das Rochas                           | 69        |
| 5.4 Correlação da magnitude da ASM com a deformação finita | 70        |
| 5.5 Bibliografia   | 70        |
| <b>Cap 6 – CAMPO EXTERNO</b>                               | <b>72</b> |
| 6.1 A Magnetosfera   | 72        |
| 6.2 A Ionosfera  | 73        |
| 6.3 Variações Transientes, Tempestades e Subtempestades    | 73        |
| 6.4 Variação Diurna  | 75        |
| 6.5 Índice de manchas solares                              | 75        |
| 6.6 Índices Magnéticos                                     | 76        |
| 6.6.1 Índices de Actividade Geomagnética Planetária        | 77        |
| 6.6.2 Actividade Planetária Diária $C_p$                   | 77        |
| 6.6.3 Outros Índices Magnéticos                            | 78        |
| 6.7 Modelos de Campo Externo                               | 78        |
| 6.8 Bibliografia   | 79        |
| <b>Cap 7 – INTRODUÇÃO À TEORIA DO DÍNAMO</b>               | <b>80</b> |
| 7.1 Dínamo Auto-Sustentado                                 | 80        |
| 7.2 Dínamos de Disco                                       | 80        |
| 7.2.1 Dínamo de Disco Homopolar                            | 80        |
| 7.2.2 Dínamo duplo de Rikitake                             | 82        |
| 7.3 Dínamos Cinemáticos                                    | 83        |
| 7.3.1 Componentes Poloidal e Toroidal do CMP               | 83        |
| 7.3.2 Teorema do fluxo congelado e efeito omega            | 83        |
| 7.3.3 Turbulência e efeito $\alpha$                        | 84        |
| 7.4 Aproximação Magnetohidrodinâmica                       | 85        |
| 7.4.1 Equações da MHD                                      | 85        |
| 7.4.2 Decaimento do Campo Magnético                        | 87        |
| 7.4.3 Teorema de Proudman-Taylor                           | 87        |
| 7.5 Bibliografia   | 88        |
| <b>Cap 8 – PROSPECÇÃO MAGNÉTICA</b>                        | <b>89</b> |
| 8.1 Interpretação Qualitativa de Anomalias Magnéticas      | 89        |
| 8.2 Anomalias Magnéticas em Meio Continental               | 91        |
| 8.3 Anomalias do campo total devidas a corpos magnetizados | 89        |

## Cap 1 – O CAMPO MAGNÉTICO DA TERRA

### 1.1 A descoberta do Campo Magnético da Terra

Alguns efeitos do Campo Magnético da Terra (CMT) são conhecidos pelo menos desde o século XI, na China, e utilizados para a construção de bússolas rudimentares. Estas foram aplicadas pela primeira vez à navegação pelos Árabes, tendo sido um instrumento fundamental de orientação na Terra desde então, insubstituível sempre que as observações astronómicas se revelavam impossíveis. A partir do século XII são utilizadas bússolas pelos navegadores europeus.



Figura 1.1 - Bússola Portuguesa do Século XV para navegação. Original na Universidade de Cambridge (retirado de Multhauf e Good)

A existência de um ângulo entre a direcção da bússola e o norte geográfico (declinação magnética) é conhecida desde o século XIV, a partir da comparação entre a direcção do norte dada pela bússola e a direcção obtida a partir da Estrela Polar. A partir de 1450 este ângulo, então denominado *variação* já se encontrava indicado nas bússolas. João de Lisboa, no *Tratado da Agulha de Marear*, de 1514, procura estabelecer uma relação de proporcionalidade entre o ângulo de declinação magnética e a longitude, e surge como uma proposta para a resolução do *problema das longitudes*, sem sucesso.

A inclinação magnética (e a sua variação local) foi descoberta no século XVI, sendo associada a Robert Norman, construtor de instrumentos científicos. Francisco Faleiro, segundo o historiador Luis de Albuquerque, foi o primeiro a referir a inclinação magnética (1535) e a procurar estabelecer uma relação entre o ângulo de inclinação magnética e a latitude. A primeira carta de *isoclinas* foi apresentada por J. K. Wilcke em 1768.

D. João de Castro realizou durante a sua viagem à Índia, em 1538, medições sistemáticas de inclinação e declinação e verificou pela primeira vez a influência do ambiente geológico (componente crustal) nessas medidas. Em 1600 o inglês Gilbert interpreta todos estes efeitos como consequência de a própria Terra se comportar também como uma esfera magnetizada, sendo a orientação das bússolas uma consequência da interacção entre dois corpos magnéticos: a Terra e a agulha magnetizada.

Apesar dos avanços experimentais, a teoria física e matemática capaz de descrever e justificar o CMT só foi alcançada por Maxwell, no fim do século XIX e os primeiros modelos “realistas” do mecanismo gerador do campo só no fim

do século XX começaram a ser construídos. A prova matemática de que o campo magnético observado à superfície tem por origem essencial o interior da Terra (e não fenómenos externos) foi obtida por Gauss em 1838. Já nessa altura se tinha concluído que o CMT manifestava uma certa *variação secular*, e de que as variações rápidas do CMT tinham correlação com fenómenos atmosféricos como as auroras boreais.

Tal como observado por Gilbert, a utilização da bússola como instrumento de localização sobre a Terra é possível porque o Campo Magnético da Terra (CMT) se aproxima do campo magnético gerado por um íman permanente alinhado com o eixo de rotação, onde é possível distinguir um “Polo Magnético norte”, um “Polo Magnético sul” e um “Equador Magnético”, à semelhança do que ocorre com as referências geográficas. Note que a designação “polo magnético norte de um íman” é confusa e deveria ser antes a de “polo magnético que aponta o norte” (*north-seeking pole*).

Podemos falar de *meridiano magnético* como a projecção, na superfície da Terra, das linhas de força do Campo Magnético. A *declinação* pode ser definida como o ângulo que em cada ponto o meridiano geográfico faz e o meridiano magnético. A *inclinação* será o ângulo dessas linhas de força com o plano que é tangente à Terra no ponto de observação. Uma inclinação de  $90^\circ$  corresponde ao polo magnético norte, da mesma maneira que uma inclinação de  $-90^\circ$  corresponde ao polo magnético sul. O equador magnético é constituído pelo conjunto dos pontos de inclinação nula.

Note-se que se bem que o CMT se possa considerar como aproximadamente dipolar, o eixo magnético não coincide em regra com o eixo geográfico e - o que é o mesmo - os polos magnéticos afastam-se sensivelmente dos polos geográficos.

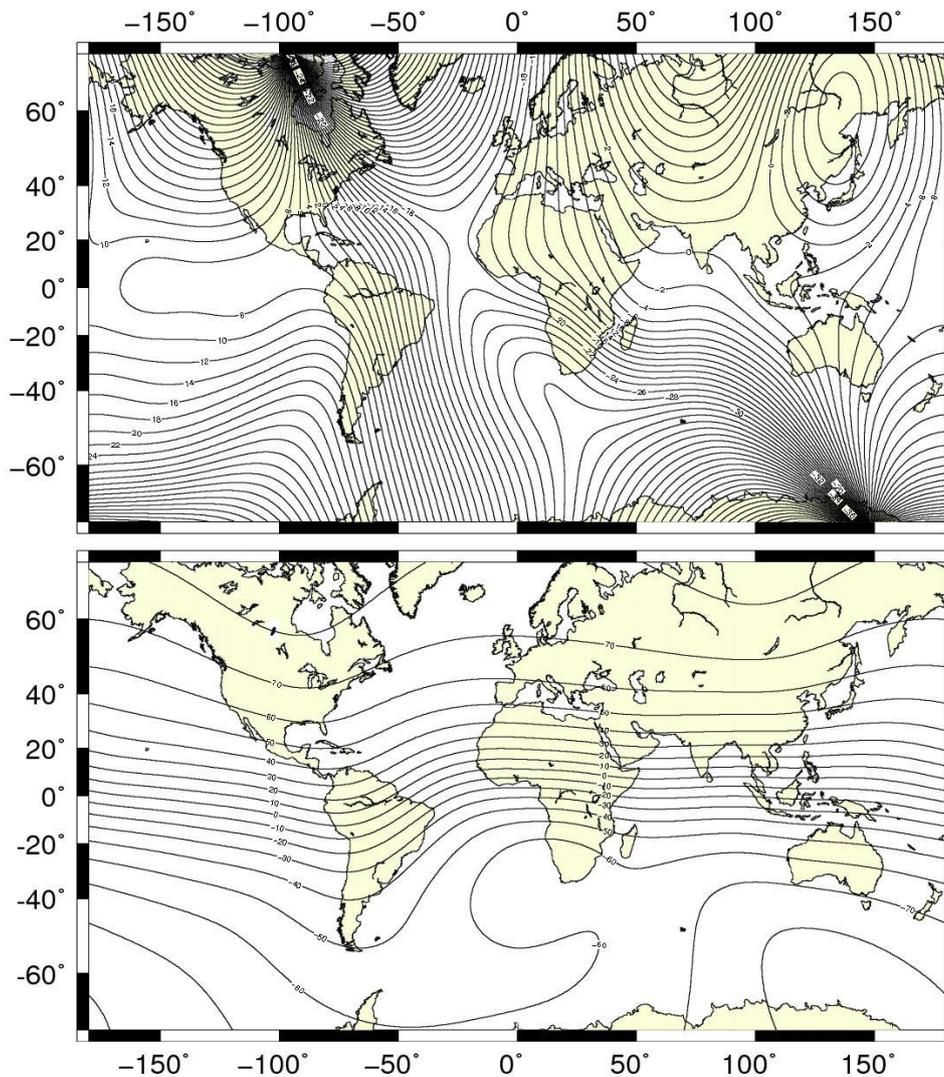


Figura 1.2 – Carta de Isogónicas e Isoclínicas para a época 2005.0

## 1.2 Campo de um dipolo magnético

Sabemos da física elementar que o modelo mais simples que podemos elaborar de um magnete é formado por um dipolo, que podemos, por exemplo, imaginar gerado por uma espira de corrente. Em primeira análise a própria Terra pode ser considerada como um dipolo magnético. O campo magnético de um dipolo é representado de forma simples a partir da consideração do potencial escalar:

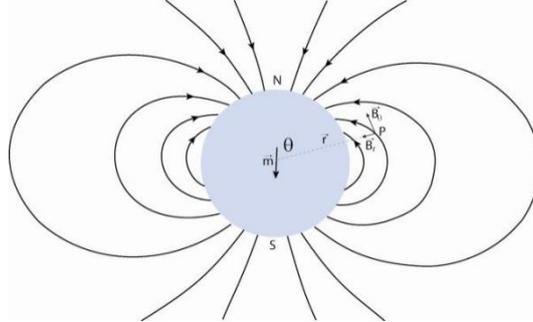


Figura 1.3 Representação Esquemática do Campo Magnético de um Dipolo localizado no centro da Terra

$$V_{dip} = \frac{(\vec{m} \cdot \vec{r})}{4\pi r^3} = \frac{1}{4\pi r^2} \left[ \frac{m_x x}{r} + \frac{m_y y}{r} + \frac{m_z z}{r} \right] \quad (1.1)$$

em que  $\vec{m}$  é o momento magnético dipolar e  $\vec{r}$  o vector posição. No sistema internacional de unidades (SI), a momento magnético é expresso em  $\text{Am}^2$ . O campo magnético pode ser definido como o gradiente daquele potencial, ou seja:

$$\vec{B} = -\mu_0 \text{grad}V_{dip} \quad (1.2)$$

e exprime-se no SI em Tesla.  $\mu_0$  tem o valor  $4\pi \cdot 10^{-7}$  Henri/m. As razões físicas que determinam estas relações só serão apresentadas no capítulo seguinte, quando discutirmos as equações de Maxwell, mas para já aceitemos de boa fé.

Para o geomagnetismo é muito importante a expressão do campo magnético de um dipolo orientado segundo o eixo da Terra. Neste caso, e como a Terra é aproximadamente esférica, é conveniente a utilização de coordenadas esféricas. Estas são três: a distância radial ( $r$ ), a colatitude ( $\theta$ ) e a longitude ( $\lambda$ ). Em coordenadas esféricas podemos escrever a expressão anterior (1.2) separando as duas componentes do operador gradiente em coordenadas esféricas:

$$B_\theta = -\mu_0 \frac{1}{r} \frac{\partial V_{dip}}{\partial \theta}; \quad B_r = -\mu_0 \frac{\partial V_{dip}}{\partial r} \quad (1.3)$$

Pelo que teremos no final:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3} [3(\hat{m} \cdot \hat{r})\hat{r} - \hat{m}], \quad r \neq 0 \quad (1.4)$$

em que, como habitualmente,  $\hat{m}$  e  $\hat{r}$  representam os versores das direcções do momento magnético do dipolo e do vector posição, respectivamente. No equador magnético, este campo tem o valor

$$B_{eq} = \frac{\mu_0 m_{dip}}{4\pi a^3} \quad (1.5)$$

em que  $a$  representa o raio médio da Terra ( $\sim 6371$  km).

Se utilizarmos coordenadas esféricas para representar o campo magnético de um dipolo temos a seguinte situação geométrica indicada na figura 1.3: o campo magnético  $\mathbf{B}$  de um dipolo apresenta uma simetria axial em torno de um eixo (eixo “norte-sul magnético”) e desde que o sistema de coordenadas seja convenientemente escolhido, apresenta uma componente longitudinal  $B_\lambda$  nula. O valor das componentes radial e co-latitudinal pode ser obtido simplesmente a partir da expressão (1.14), desde que se tenha em atenção que o ângulo entre a direcção do eixo e o raio vector do ponto de observação é a co-latidade  $\theta$ , tal como se representa na figura 1.3.

De (1.3) ou (1.4) podemos escrever:

$$B_r = \frac{2m\mu_0 \cos\theta}{4\pi r^3}; B_\theta = \frac{m\mu_0 \sin\theta}{4\pi r^3} \quad (1.6)$$

É habitual utilizar-se um referencial cartesiano local para cada ponto de observação, em que o eixo dos  $zz$  coincide com a vertical (positivo para cima), o eixo dos  $xx$  com o meridiano geográfico (positivo para norte) e o eixo dos  $yy$  com um paralelo (positivo para este). A componente vertical é habitualmente designada por  $Z$ , a componente sul-norte por  $X$  e a componente oeste-este por  $Y$ .

As componentes  $X$  e  $Y$  podem ser utilizadas para definir a denominada *componente horizontal*  $H$  do campo magnético. As relações entre estas grandezas e os ângulos de declinação e inclinação podem ser expressas da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} H &= \sqrt{X^2 + Y^2} \\ D &= \tan^{-1}(Y/X) \\ I &= \tan^{-1}(H/Z) \end{aligned} \quad (1.7)$$

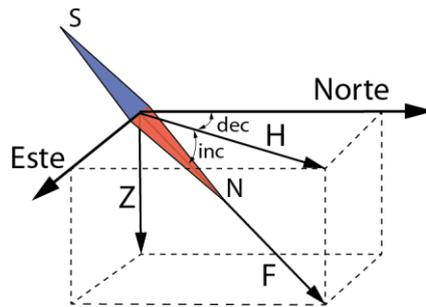


Figura 1.4 - Elementos do Campo Magnético da Terra

A relação entre as grandezas clássicas (por vezes designadas por elementos do campo magnético da Terra) assim definidas no referencial local e as componentes do campo magnético vectorial na aproximação dipolar, em coordenadas esféricas, é simples de estabelecer:

$$Z = -B_r; X = -B_\theta \quad (1.8)$$

O Campo Magnético da Terra não é exactamente dipolar. Contudo, o dipolo magnético que melhor se aproxima do CMT, no sentido dos mínimos quadrados, tem de momento  $m_{\text{dip}} = 7.856 \cdot 10^{22} \text{ Am}^2$ . O eixo desse dipolo afasta-se hoje sensivelmente do eixo de rotação da Terra, sendo o ângulo entre os dois próximo de  $11^\circ$ . Se retirarmos ao valor do CMT a componente dipolar, obtemos o que se designa por Campo Magnético Não Dipolar. A separação entre estas duas componentes é melhor alcançada no quadro do tratamento discutido no capítulo 2.

### 1.3 Medição do CMT

Se bem que a bússola seja o instrumento mais utilizado para a determinação simples da direcção do CMT em cada local, a determinação rigorosa da direcção e amplitude deste campo foi estudada pela primeira vez pelo explorador e cientista natural Von Humboldt que, por similaridade com o comportamento de um pêndulo, utilizou o facto de o período das pequenas oscilações de um imã suspenso de modo a mover-se num plano horizontal e sob acção da CMT se poderia exprimir por:

$$T = 2\pi \sqrt{\mu_0 \frac{I}{mB}} \quad (1.9)$$

Onde  $m$  é o momento magnético do imã,  $I$  o seu momento de inércia, e  $B$  a intensidade da componente horizontal do CMT. Se bem que  $I$  possa ser determinado a partir da forma e massa do imã  $m$  deve ser determinado de forma independente e, para materiais reais irá variar com o tempo. Este método foi utilizado

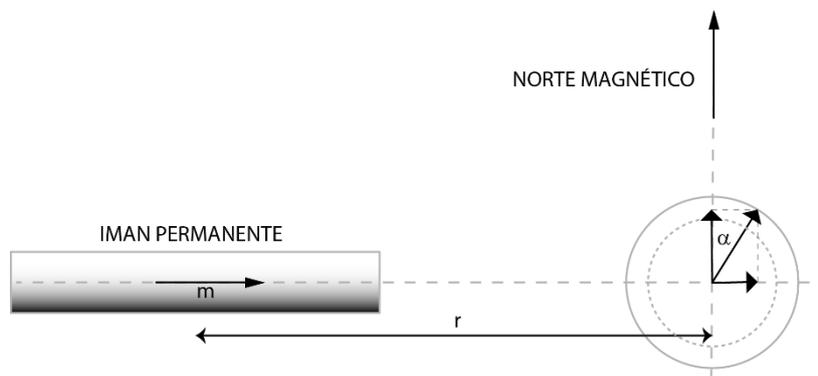
por Humboldt para determinar o CMT em várias partes do mundo, tendo concluído que a intensidade do CMT diminui com a latitude.



Alexander Van Humboldt (1769-1859) e Karl Friedrich Gauss (1777-1855)

---

Gauss estendeu o método de Humboldt completando-o com a medição da deflexão  $\alpha$  sofrida por uma bússola horizontal quando ao campo magnético da Terra se adiciona a influência de um íman colocado a uma distância conhecida de uma agulha, na geometria apresentada na figura seguinte:



Dispositivo experimental denominado Gauss-Lamont. O equilíbrio é alcançado quando os momentos aplicados pelo campo magnético da Terra e pelo íman permanente se igualam

---

Considerando este último representável por um dipolo magnético, o seu campo em posição axial ( $\theta=0$  na equação 1.6) tem só componente radial, ao longo do eixo, que pode ser dada por:

$$B_r^1 = \frac{2m}{r^3} 10^{-7}; B_\theta^1 = 0 \quad (1.10)$$

A ação combinada do campo magnético da Terra e do íman permanente vai deslocar a agulha da bússola, deflectindo-a um determinado ângulo  $\alpha$  com a posição inicial. Quando o equilíbrio é obtido teremos:

$$\frac{B}{m} = \frac{2}{r^3} 10^{-7} \text{tg } \alpha \quad (1.11)$$

Se o íman utilizado nesta experiência for idêntico ao da experiência vibracional então é possível determinar o campo magnético da Terra B de forma absoluta a partir da medida de T, r e  $\alpha$ . Gauss apresentou este resultado em *Intensitas vis magneticae terrestris ad mensuram absolutam revocata* em 1833, a última memória científica escrita inteiramente em latim sendo esta a primeira unidade não mecânica definida a partir de medições de massa, comprimento e tempo. Foi Gauss quem primeiro introduziu o termo *magnetómetro*.

### 1.3.1 Magnetómetros

Os magnetómetros são habitualmente classificados como instrumentos *absolutos*, *relativos* ou *variógrafos*. Denominam-se *aparelhos absolutos* os que efectuam a medida da declinação e inclinação, ou que medem o campo magnético  $\vec{B}$  a partir de medidas de massa, comprimento, tempo ou intensidade de corrente eléctrica ou ainda os que recorrem a fenómenos como a ressonância magnética nuclear.

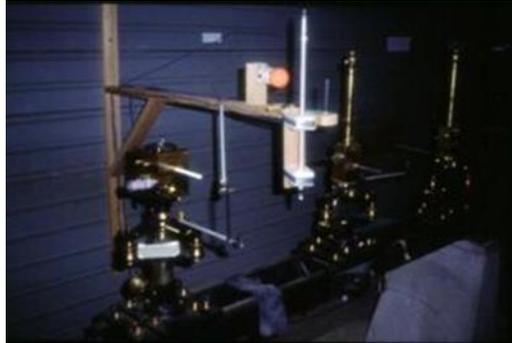


Figura 1.5 - Variógrafos do Observatório Magnético de Vassouras (Brasil).

---

Os instrumentos que precisam de calibração (comparação com instrumentos absolutos) são designados *relativos* e os mais conhecidos são o QHM (*Quartz Horizontal Magnetometer*) que equipou durante décadas os Observatórios Magnéticos para a medida da componente horizontal do campo magnético. Os instrumentos relativos têm que ser regularmente calibrados por comparação com instrumentos absolutos, para se poderem obter valores absolutos do CMT.

Alguns instrumentos apenas medem a *variação temporal do campo magnético*. Esses instrumentos são denominados *variógrafos* e o exemplo mais conhecido é constituído pelo magnetómetros de *fluxgate* que estiveram na base dos primeiros levantamentos sistemáticos para fins de prospecção e que ainda hoje equipam muitos dos Observatórios Magnéticos.

#### 1.3.1.1 Magnetómetro de Protões

O *Magnetómetros de Protões* é um instrumento absoluto cujo funcionamento se baseia na ressonância magnética dos núcleos dos átomos de hidrogénio ou de cézio, quando submetidos a um campo magnético ambiente. Apenas mede a intensidade do campo magnético. O princípio físico em que se baseia o magnetómetro de protões é o seguinte: a energia magnética de um núcleo de um átomo de hidrogénio colocado num campo magnético ambiente  $\vec{B}$  só pode assumir um conjunto discreto de valores múltiplos de:

$$\Delta E = \frac{h\gamma B}{2\pi} \quad (1.12)$$



Figura 1.6 - Magnetómetro de Protões produzido pela GEM

---

em que  $B$  é o módulo de  $\vec{B}$ ,  $h$  é a constante de Planck e  $\gamma$  é a constante giromagnética do próton, cujo valor é conhecido com muita precisão ( $\gamma = 0.26753 \text{ Hz/nT}$ ). A transição entre dois estados de energia é acompanhada da emissão de energia electromagnética de frequência  $\nu$  - *frequência de Larmor* - e tal que  $\nu = \Delta E/h$  (Lei de Planck). É assim possível determinar o valor de  $B$  a partir da medição da frequência  $\nu$ :

$$B = 2\pi\nu / \gamma \quad (1.13)$$

Ou seja,

$$B = 23.4859\nu \quad (1.14)$$

Os magnetómetros de prótons são os instrumentos mais utilizados nas aplicações geológicas do geomagnetismo, tendo uma precisão entre 0.1 nT (1 nT =  $10^{-9}$  T) e 1.0 nT. A sua sensibilidade é cerca de 10 vezes superior.

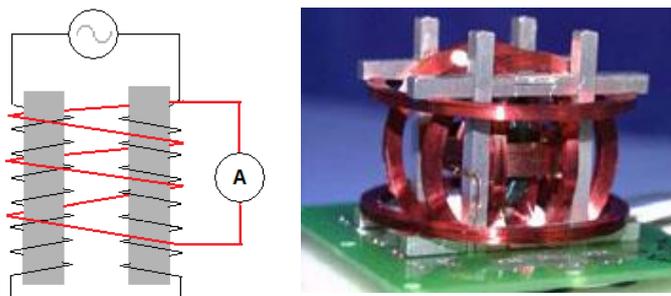
Uma das limitações práticas da utilização de magnetómetros de prótons tem a ver com o período de tempo entre duas medidas consecutivas. Uma vez que é necessário um ciclo de *polarização* e um de *medição*, é necessário impedir a contaminação entre ambos os ciclos. Por essa razão, foi produzida uma *variante* do magnetómetro de prótons recorrendo ao efeito de Overhauser, no qual ao líquido rico em prótons é adicionado um outro rico em radicais livres. A combinação dos dois leva ao aumento da polarização de um factor de 500, o que permite a utilização de um campo magnético polarizador na banda da radio-frequência, o que requer menos energia, permitindo acelerar a taxa de amostragem.

### 1.3.1.2 Inclínómetro de Indução

Realizam-se medições da inclinação do CMT desde o século XVI, com a utilização de uma bússola modificada de forma a poder oscilar num plano vertical. Actualmente essa medição é feita com um instrumento absoluto denominado *inclínómetro de indução*, equipamento que permite medir simultaneamente a declinação e a inclinação, e cujo princípio físico em que se baseia este equipamento é o seguinte: a corrente induzida pelo CMT numa bobina cujo eixo é colinear (localmente) com o CMT e que rode transversalmente a esse eixo é nula. Essa bobina é colocada numa luneta de um teodolito amagnético, o que permite determinar a direcção do vector do campo vectorial no referencial geocéntrico. Este instrumento é ainda hoje utilizado nas observações vectoriais do CMT em redes de repetição (cf. secção 1.3.3).

### 1.3.1.3 Magnetómetro de Fluxgate

Os magnetómetros de *fluxgate* foram desenvolvidos durante a II Guerra Mundial para a detecção de submarinos, e o seu sensor é consituído por dois núcleos paralelos de um material com permeabilidade magnética muito elevada,



em volta dos quais dois enrolamentos – primário e secundário – são feitos com sentidos contrários.

Figura 1.7 - Esquema Simplificado do Magnetómetro de Fluxgate. A negro representa-se a rede primária e a vermelho a secundária. Os núcleos ferromagnéticos estão representados a cinza. Tratando-se de um instrument vectorial, o sensor tem que ser orientado absolutamente. À direita sensores fluxgate da sonda Venus Express em [sci.esa.int/science-e](http://sci.esa.int/science-e)

Quando uma corrente alterna é aplicada a um dos núcleos, gera-se em ambos um campo magnético induzido, de igual direcção e sentidos contrários. Na ausência de um campo externo, a corrente aplicada é escolhida de modo que os núcleos não atinjam a saturação (cf. capítulo 3). Neste caso, o sinal em tensão observado no enrolamento secundário é nulo.

Quando um campo magnético exterior é aplicado, ele vai reforçar o campo do núcleo desde que este lhe não seja perpendicular. Neste caso, e se a regulação do magnetómetro for tal que a saturação é atingida, vai-se gerar um

atraso entre os dois campos induzidos, que se traduz por um sinal em tensão cuja amplitude é proporcional à componente do campo exterior que é colinear com o núcleo do sensor.

Por esta razão, o magnetómetro de *fluxgate* é um magnetómetro vectorial, no sentido de que com uma disposição adequada, pode ser utilizado para medir de forma independente as três componentes do CMT. Um magnetómetro deste tipo pode ter uma precisão de 1 nT.

#### 1.3.1.4 Magnetómetro de Vapôr de Césio

Outro magnetómetro relativo de utilização corrente em prospecção é o *magnetómetro de vapôr de Césio*, cujo princípio físico de funcionamento é semelhante ao do magnetómetro de protões; trata-se de um instrumentor relativo porque a constante giroscópica não é conhecida com precisão suficiente e porque o módulo do campo  $\vec{B}$  não é estritamente proporcional à frequência de Larmor.

A sensibilidade dos magnetómetros de vapôr de Césio é a sua principal vantagem, sendo o seu valor de 0.01 nT. Magnetómetros deste tipo podem ser utilizados com taxas de amostragem de 10 Hz.

#### 1.3.1.5 Magnetómetros Criogénicos

Os magnetómetros criogénicos, habitualmente designados por magnetómetros SQUIDS (Superconducting Quantum Interference Devices), são os instrumentos mais precisos existentes (Figura 1.8). A sua precisão é de 0.01 nT, sendo possível utilizá-los em gradiometria para precisões da ordem de  $10^{-5}$  nT/m. O funcionamento do magnetómetro SQUIDS necessita condições de baixa temperatura usando hélio líquido (4.2 K) ou nitrogénio líquido (77 K). Eles são particularmente usados para medir os campos magnéticos produzidos pela atividade cerebral e cardíaca (magnetoencefalografia e magnetocardiografia, respectivamente) ou bem para estudos geofísicos envolvendo a magnetização remanescente das rochas (cf. capítulo 6).

O princípio de funcionamento do magnetómetro SQUID é baseado no **efeito Josephson**, um efeito físico que se manifesta pelo aparecimento de uma corrente eléctrica que flui através de dois supercondutores fracamente interligados, separados apenas por uma barreira isolante muito fina.



Figura 1.8 - Magnetómetro criogénico de marca 2G-entreprises

---

### 1.3.2 Observatórios Magnéticos

#### 1.3.2.1 O Observatório Magnético de Coimbra (Portugal)

As primeiras observações sistemáticas do CMT começaram em Londres no século XVI (declinação e inclinação) e em Paris no século XVII tendo, em Portugal, sido iniciadas a partir de 1860 nos observatórios da Escola Politécnica (já desaparecido) e de Coimbra (actualmente com funcionamento precário).

A necessidade de ser continuamente monitorizado o campo magnético tem a ver com o facto de o seu valor apresentar uma importante variação temporal, onde se juntam efeitos de carácter planetário - cujo estudo é crucial para a compreensão da dinâmica do interior da Terra - e efeitos transientes essencialmente devidos à interacção do CMT com o espaço exterior. Algumas destas variações temporais são de período tão curto que têm que ser tomadas em conta quando se efectua um qualquer levantamento magnético e podem ser tão importantes que a prospecção magnética se torne impossível. As variações lentas associadas com o campo principal são tratadas no capítulo 2. As restantes são apresentadas no capítulo 6. Um exemplo da variação do campo magnético ao longo de um dia calmo

é apresentado na figura 1.9.

A observação contínua do CMT é realizada em Observatórios Magnéticos. Em Portugal, o Observatório Magnético de Coimbra é o único observatório magnético em funcionamento contínuo.

As observações de **I** e **H** começaram em 1866 sendo a declinação **D** observada a partir do ano seguinte (Pais & Miranda, 1995). A sua primeira localização foi na Cumeada (40° 12.4' N, 8° 22.8'W) tendo sido transferido em 1932 para o Alto da Baleia, onde ainda se encontra actualmente, devido à expansão da zona urbana de Coimbra e à instalação dos “carros eléctricos” na cidade a partir de 1911. A medição contínua das componentes do CMT começou em 1873 com variógrafos de Adie. Contudo, ao longo da sua história alternaram os períodos de funcionamento regular com períodos de operação deficiente. A partir de 1952 toda a instrumentação foi actualizada e aferida, com a instalação de QHM, para a componente horizontal, BMZ para a componente vertical e um teodolito magnético Askania, a partir de 1955, para a medição directa da inclinação e declinação magnéticas. Foram efectuadas comparações de instrumentos em 1953, 1959, 1968 e 1976 pelo *International Committee on International Standards*. Apenas a partir de 1982 foi instalado um magnetómetro de protões para a medição independente do campo total.

Na figura 1.8 apresentamos a evolução temporal das médias anuais centradas das componentes magnéticas – ou seja, da média estendida a 12 meses dos valores observados. Estas médias devem em princípio “filtrar” as variações temporais do CMT de curto período. Apenas as componentes interna e externa de longo período estão representadas. Por exemplo, a média anual centrada de uma componente magnética X referida à época 1999.5, é determinada por:

$$\bar{X}_{1999,5} = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12} x_i^{1999} \quad (1.15)$$

em que  $x_i$  é a média mensal, que por sua vez pode ser obtida a partir das médias diárias ou das médias de um conjunto de dias magneticamente calmos. É de salientar a grande variação da declinação ao longo do período de ocupação do observatório.

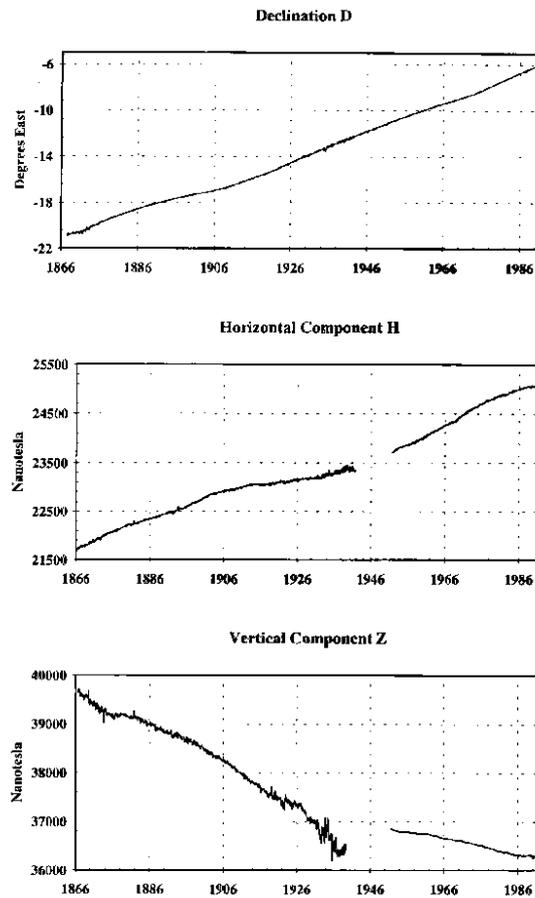


Figura 1.9 - Evolução temporal da declinação e componentes horizontal e vertical no Observatório de Coimbra.

### 1.3.2.2 O Observatório Magnético de Vassouras (Brasil)

O Observatório Magnético de Vassouras foi implantado em 1915 no Rio de Janeiro e realiza a monitorização das variações do campo magnético em Vassouras desde a fundação, e em Tatuoca, na região do eletrojecto equatorial, desde 1957.

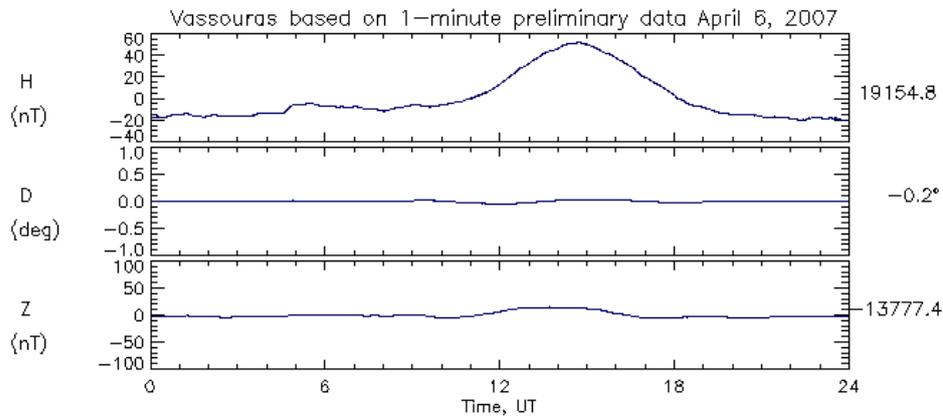


Fig. 1.10 – Exemplo de magnetograma obtido no OM de Vassouras. Magnetogramas deste tipo podem ser obtidos a partir do site INTERMAGNET <http://www.intermagnet.org/> para um conjunto de observatórios em todo o mundo

Este Observatório está integrado na rede Intermagnet, um consórcio científico internacional que agrega Observatórios Magnéticos que disponibilizam dados em aquisição contínua, de forma automática.

### 1.3.3 Redes de Repetição

As redes de repetição são utilizadas para a determinação da variação secular do CMT. São constituídas por um conjunto de estações fixas, sistematicamente reocupadas, e onde são medidas as três componentes do campo magnético.

Se bem que os períodos de ocupação sejam curtos (~1 dia) os valores médios anuais centrados são calculados por comparação com os Observatórios. O princípio básico em que assenta essa comparação é o seguinte:

$$\bar{B}_{RR}^{PO} - \bar{B}_{RR}^{An} = \bar{B}_{Ob}^{PO} - \bar{B}_{Ob}^{An} \quad (1.16)$$

Em que os índices RR representam a estação da Rede de Repetição, Ob o Observatório onde dispomos de observações contínuas, PO a média estendida ao Período de Observação e An a média anual. Como veremos mais à frente, podemos considerar que as médias anuais estão livres de efeitos transitórios gerados pelo campo externo.

### 1.3.4 Levantamentos Magnéticos e Aeromagnéticos

Os levantamentos magnéticos realizam-se para a determinação das variações de comportamento magnético da crosta terrestre, o que pode ser interpretado, como veremos, como variações físicas e químicas dos materiais geológicos.

Os levantamentos magnéticos são habitualmente realizados com Magnetómetros de Protões ou, mais raramente, por magnetómetros de vapor de Césio, pelo que a grandeza medida é a amplitude do “campo total”. Sendo o Campo Magnético da Terra variável com o tempo e o espaço, e não sendo possível a realização de medições simultâneas numa área extensa, torna-se necessário estabelecer um modelo de variação temporal (já que a variação espacial é o objecto do nosso estudo) e utilizar esse modelo para a “redução” das observações.

A forma mais simples de resolver o problema é a utilização de um magnetómetro adicional como “estação fixa” e admitir que a variação é idêntica em todos os pontos do levantamento. Neste caso, basta utilizar o valor medido na estação fixa para a diferença entre o campo médio e o campo observado em cada instante e adicioná-la a todos os valores medidos.

A atribuição de um valor médio à estação fixa faz-se por um princípio similar a (1.16). No caso dos levantamentos aeromagnéticos os cruzamentos entre as linhas de voo, com a realização de duas medidas independentes no mesmo ponto, permitem uma segunda correcção.

### 1.3.5 Satélites Magnéticos

Até ao fim dos anos 70 as descrições sistemáticas do CMP foram obtidas a partir do tratamento matemático dos valores registados nos Observatórios Magnéticos. Contudo, todas estas descrições sofriam da inexistência de observatórios nos oceanos - que cobrem 70% da superfície do planeta - e da dificuldade da manutenção de medições contínuas em áreas extensas de África e da Ásia.

Um número significativo de satélites artificiais colocados em órbita terrestre foi equipado com magnetómetros escalares e/ou vectoriais. Contudo (cf tabela seguinte) apenas os satélites da série POGO (Polar Orbiting Geophysical Observatory), o satélite MAGSAT (MAGnetic field SATellite) e o satélite OERSTED permitiram uma cobertura significativa da globo e uma precisão suficiente para uma descrição das diferentes componentes do CMT.

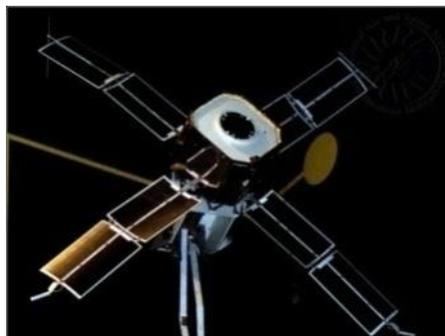


Figura 1.11 - Satélite MAGSAT. Foto retirada de <http://www.nasm.si.edu/ceps/etp/earth/img/>

| Satélite          | Datas       | Perigeu-Apogeu | Inclinação | Instrumentos | Precisão   |
|-------------------|-------------|----------------|------------|--------------|------------|
| <i>Sputnik 3</i>  | 5/58-6/58   | 226-1881 km    | 65         | Fluxgate     | 100 nT     |
| <i>Vanguard 3</i> | 9/59-12/59  | 510-3750       | 33         | Protões      | 10 nT      |
| <i>1963 38C</i>   | 9/63-1/74   | 1100           | Polar      | Fluxgate     | ?          |
| <i>Cosmos 26</i>  | 3/64        | 270-403        | 49         | Protões      | ?          |
| <i>Cosmos 49</i>  | 10/64-11/64 | 261-488        | 50         | Protões      | 22 nT      |
| <i>1964 83C</i>   | 12/64-6/65  | 1040-1089      | 90         | Rubídio      | 22 nT      |
| <i>OGO 2</i>      | 10/65-9/67  | 413-1510       | 87         | Rubídio      | 6          |
| <i>OGO 4</i>      | 7/67-1/69   | 412-908        | 86         | Rubídio      | 6          |
| <i>OGO 6</i>      | 6/69-7/71   | 397-1098       | 82         | Césio        | 6          |
| <i>Cosmos 321</i> | 1/70-3/70   | 270-403        | 72         | Fluxgate     | ?          |
| <i>Triad</i>      | 9/72-1/84   | 750-832        | Polar      | Fluxgate     | ~200 nT    |
| <i>S3-2</i>       | 10/72-5/78  | 230-900        | 97         | Fluxgate     | >300 nT    |
| <i>MAGSAT</i>     | 11/79-5/80  | 325-550        | 97         | Fluxg/Césio  | 6/3 nT     |
| <i>DE-2</i>       | 8/81-2/83   | 309-1012       | 89/97      | Fluxgate     | ?          |
| <i>DE-1</i>       | 8/81-3/91   | 570-3.6RT      | 89/91      | Fluxgate     | ?          |
| <i>ICB-1300</i>   | 10/81-8/83  | 825-906        | 81         | Fluxgate     | >75 nT     |
| <i>Aureol-3</i>   | 9/81-?      | 408-2012       | 82.5       | Fluxgate     | >150 nT    |
| <i>Hilat</i>      | 6/83-7/89   | 800            | 82         | Fluxgate     | ~200 nT    |
| <i>DMSP F7</i>    | 11/83-1/88  | 835            | Polar      | Fluxgate     | >1000 nT   |
| <i>PolarBear</i>  | 11/86-?     | 1000           | Polar      | Fluxgate     | ~200 nT    |
| <i>POGS</i>       | 7/90-?      | 800            | Polar      | Fluxgate     | ?          |
| <i>OERSTED</i>    | 4/99-?      | 643-881        | Polar      | Fluxg/Overh  | 0.1/0.5 nT |

Tabela 1.1 – Principais satélites portadores de magnetómetros (adaptado de Hamoudi, 1996)

Com o desenvolvimento dos satélites de investigação, tornou-se possível a obtenção de uma descrição homogénea do CMT para todo o globo, obtida num intervalo de tempo suficientemente curto e cobrindo a totalidade da Terra. O satélite MAGSAT (Magnetic Field Satellite) foi lançado pela NASA em 1979 tendo operado durante cerca de 7 meses a uma altitude entre os 325 e 550 km, com o emprego de dois magnetómetros, um escalar (Césio) e outro vectorial (fluxgate) com uma precisão de, respectivamente, 1,5 e 3,0 nT. Os resultados alcançados durante este período permitiram melhorar de forma sensível a precisão das descrições globais do CMT, em particular no que diz respeito ao estudo do campo principal originado pelo núcleo líquido da Terra, e ao estudo do campo externo da Terra.

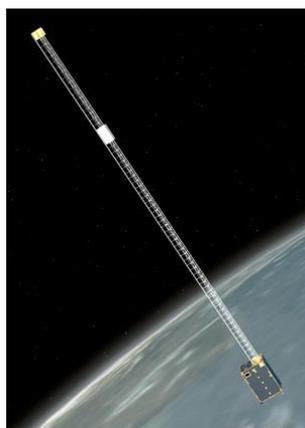


Figura 1.12 - Satélite OERSTED. Foto retirada de <http://geomag.gfdi.fsu.edu/Orsted/>

Em 23 de Fevereiro de 1999 foi lançado o satélite OERSTED, assim designado em homenagem ao cientista dinamarquês Hans Christian Oersted (1777-1851), e destinado à cartografia detalhada do CMT. Este satélite tem 62 kg de massa, mede 34 x 45 x 72 cm e é dotado de uma haste com 8 m de comprimento onde se encontram instalados dois magnetómetros: um instrumento escalar de precessão de protões Overhauser, com a precisão absoluta de 0,5 nT e a seis metros de distância um magnetómetro vectorial de fluxgate acoplado a uma *star imager* para orientação absoluta. Se bem que a duração prevista para o satélite fosse de 14 meses (dada a sua baixa altitude de operação e a consequente interacção com a alta atmosfera) ainda se encontra em operação em 2007.

## 1.4 Campos Magnéticos noutros planetas do Sistema Solar

O campo magnético dos planetas do sistema solar tem sido medido pelas sondas de observação e, aparentemente, a generalidade dos planetas gasosos possui um campo magnético de momento elevado. Entre os planetas rochosos, a Terra constitui aparentemente um caso particular, já que o momento magnético de Vénus e de Marte é muito fraco, e a sua origem física pode não ser comparável com a do CMT.

O campo magnético de Mercúrio foi estudado directamente por três passagens da sonda Mariner 10. O valor pontual mais elevado obtido foi 100 nT a 723 km de altitude na primeira passagem e 400 nT a 327 km de altitude na terceira passagem. Estimativas do momento magnético dipolar situam-se entre  $2$  e  $6 \cdot 10^{12} \text{ Tm}^3$ , sendo a geometria conhecida da magnetosfera (cf capítulo 5) similar à da Terra. A importância relativa da componente quadrupolar é no essencial desconhecida. As medições do momento magnético de Vénus mais objectivas foram realizadas pela missão Pioneer Venus Orbiter (1979-1981) que a apenas 150 km de altitude verificou a pequena magnitude do campo magnético no hemisfério não iluminado. Estima-se que este momento é inferior a aproximadamente  $10^{-5}$  do momento magnético da Terra. A avaliação mais recente do campo magnético de Marte foi realizada pelo satélite Phobos em 1989, que realizou medições numa gama de altitudes entre 2.7 e 20  $R_M$  ( $R_M$  – raio médio de Marte). Estes dados mostraram de forma clara que o campo magnético externo de Marte é determinado actualmente apenas pelo campo interplanetário sendo a estimativa do majorante do momento magnético dipolar de Marte cerca de  $10^{-4}$  do da Terra.

A informação mais completa sobre o campo magnético de Júpiter foi obtida pela sonda Pioneer 11. Os seus dados revelaram que o momento magnético é cerca de 20000 vezes superior ao da Terra, cerca de  $1.55 \cdot 10^{20} \text{ Tm}^3$ , sendo rico em múltiplas harmónicas e tendo a componente dipolar uma inclinação de  $10^\circ$ . Os campos magnéticos de Saturno e Urano foram essencialmente estudados pelas sondas Voyager I e II. Dentro dos limites de precisão alcançados, foi verificado que no primeiro caso o eixo de rotação coincide com o eixo do momento magnético, sendo o seu valor aproximado de cerca de  $4.6 \cdot 10^{18} \text{ Tm}^3$ , enquanto que em Urano onde o momento magnético é de cerca de  $3.9 \cdot 10^{17} \text{ Tm}^3$  mas a inclinação do eixo magnético atinge os  $59^\circ$ . No caso de Neptuno o valor da inclinação é de  $47^\circ$  e o momento magnético de  $2.16 \cdot 10^{17} \text{ Tm}^3$ , com uma componente quadrupolar muito importante.

Na tabela seguinte apresenta-se uma síntese destes valores:

| Planeta           | Inclinação do Eixo Magnético | Momento Magnético                           |
|-------------------|------------------------------|---|
| <i> Mercúrio </i> | ?                            | $2 \text{ e } 6 \cdot 10^{12} \text{ Tm}^3$ |
| <i> Vénus </i>    | ?                            | $<10^{17} \text{ Tm}^3$                     |
| <i> Terra </i>    | $10^\circ$                   | $7.86 \cdot 10^{22} \text{ Tm}^3$           |
| <i> Marte </i>    | ?                            | $<10^{18} \text{ Tm}^3$                     |
| <i> Júpiter </i>  | $10^\circ$                   | $1.55 \cdot 10^{20} \text{ Tm}^3$           |
| <i> Saturno </i>  | $0^\circ$                    | $4.6 \cdot 10^{18} \text{ Tm}^3$            |
| <i> Urano </i>    | $59^\circ$                   | $3.9 \cdot 10^{17} \text{ Tm}^3$            |
| <i> Neptuno </i>  | $47^\circ$                   | $2.16 \cdot 10^{17} \text{ Tm}^3$           |

Tabela 1.2 : Campo Magnético de planetas do sistema solar.

## 1.5 Problemas de Aplicação

- Medições do campo magnético da Terra deram os valores  $X=23000 \text{ nT}$ ;  $Y=-1600 \text{ nT}$ ;  $Z=-41050 \text{ nT}$ .
  - Em que hemisfério magnético se encontra o ponto onde se realizaram as medições ?
  - Determine o valor das componentes horizontal e vertical.
  - Determine o valor da declinação e inclinação.
- Considere a expressão do potencial magnético do dipolo  $V_{dip} = m_0 \frac{\vec{m} \cdot \vec{r}}{4\pi r^3}$ . Sabendo que o campo  $\vec{B} = -\text{grad}V_{dip}$ , obtenha a expressão deste campo. Esboce as linhas de força do campo magnético da Terra admitindo que ele se aproxima de um dipolo e determine a relação entre a inclinação magnética e a co-latitute.
- A partir da expressão das componentes do campo magnético de um dipolo
  - Determine a expressão da intensidade do campo dipolar (amplitude do vector  $\vec{B}$ ).
  - Determine a forma analítica do gradiente vertical do campo dipolar e calcule o seu valor para a cidade onde vive.
- Considerando o valor  $m = 7.856 \cdot 10^{22} \text{ Am}^2$  para o momento magnético da Terra, determine o valor das componentes do CMT num ponto de latitude  $40 \text{ N}$ . Faça idêntico cálculo para Júpiter e Saturno.
- Considere o método de Gauss para a determinação absoluta da intensidade do CMT. (a) Estabelece a expressão de  $B=B(r,T,\alpha)$ ; (b) discuta as unidades de B.
- Determine a frequência que deve ser observada num Magnetómetro de Protões, sabendo que o campo magnético ambiente é de  $43000 \text{ nT}$ .
- Porque razão o magnetómetro de protões convencional não pode ser utilizado como um instrumento de medição contínua do CMT.
- A partir da figura 1.8 determine a taxa de variação actual da declinação em Coimbra. Idem para o campo total.
- Utilizando os resultados do exercício anterior, determine qual a ordem de grandeza da correcção de variação secular que é necessário utilizar para corrigir uma medição do CMT realizada na rede magnética de repetição, para o campo total, admitindo que os valores médios anuais de Coimbra são anuais centrados e que a medição se realiza no mês de Fevereiro.

## 1.6 Bibliografia

- Hamoudi, M., *Prolongement du Champ d'Anomalies Magnétiques MAGSAT sur les Continents et Hétérogénéités de la Lithosphère*, Université de Paris VII, 1996, pp- 1-265.
- Lanza, R, Meloni, A, *The Earth's Magnetism, An Introduction for Geologists*, Springer.
- McElhinny, M. W., *Palaeomagnetism and plate tectonics*, Cambridge Earth Sciences Series, 1973, pp 1-358.
- Multhauf R. P. e Good G. *A Brief History of Geomagnetism*. Smithsonian Studies in History and Technology. N. 48.
- Multhauf RP e Good G, 1987. *A Brief History of Geomagnetism and A Catalog of the Collections of the National Museum of American History*. Smithsonian Institution Press. Washington, D.C.
- Reynolds, J. M. *An Introduction to Applied and Environmental Geophysics*, John Wiley & Sons, 1997, pp 1-796.
- Ruivo, MC. <http://museu.fis.uc.pt/mist.htm>

Stacey, Frank D, 1992. *Physics of the Earth*, Brookfield Press, GPO Box 738, Kenmore, Brisbane 4069, Australia, pp 1-513.

## Cap 2 – TEORIA DE GAUSS DO CMP

### 2.1 Introdução

As representações globais do CMT, como as que são dadas pelo satélite MAGSAT, representam o campo magnético medido à superfície da Terra (ou à altitude do satélite, conforme o caso) independentemente do facto de esse campo ter como origem fontes no interior ou no exterior do planeta, e da localização dessas mesmas fontes.

A generalidade dessas medidas ocorre numa camada electricamente isolante, na qual não existem fontes significativas de campo magnético, já que a corrente eléctrica na baixa atmosfera é muito reduzida. Podemos assim, com generalidade, admitir que devemos considerar duas fontes disjuntas para o CMT medido à superfície, uma de origem interna e outra de origem externa.

Chamamos Campo Magnético Principal (CMP) ao valor médio do campo magnético da Terra calculado para um certo local num intervalo centrado de 1 ano :

$$B_0^m = \frac{\int B_0(\tau) d\tau}{T} \quad T = 1 \text{ ano}$$

O campo assim definido não está inteiramente limpo de componentes transientes. Com efeito, não é certo que o campo transitório tenha média nula no período de 1 ano. Como veremos noutra secção destes apontamentos, o ciclo de 11.5 anos relacionado com as manchas solares é um caso típico de um sinal externo que não é completamente filtrado por uma média corrida anual.

### 2.2 As Equações de Maxwell

Antes de revermos succintamente as denominadas “equações de Maxwell” precisamos de estabelecer um conjunto de denominações que nos ajudarão a descrever as propriedades do campo electromagnético.

#### 2.2.1 Campos Solenoidais e Campos Conservativos

Um campo solenoidal  $\vec{F}$  é aquele que verifica,

$$\text{div } \vec{F} = 0 \tag{2.1}$$

em todos os pontos do seu domínio.

De acordo com o teorema de Gauss da teoria do potencial, o fluxo que “sai” (“entra”) em (de) qualquer superfície fechada contida no domínio de um campo solenoidal é sempre nulo (o campo vectorial não tem “fontes” nem “sumidouros”), o contrário não é necessariamente verdade, se bem que um campo cujo fluxo seja nulo para qualquer superfície fechada contida no seu domínio, seja solenoidal.

Qualquer que seja o campo vectorial  $\vec{A}$ ,

$$\text{div}(\text{rot } \vec{A}) = 0 \tag{2.2}$$

como se pode verificar facilmente a partir da expressão destes operadores em coordenadas cartesianas. Também se pode demonstrar que um campo solenoidal pode sempre ser expresso sob a forma do rotacional de um campo vectorial.

Um campo conservativo  $\vec{F}$  é aquele cujo rotacional é nulo em todos os pontos da região onde se encontra definido:

$$\text{rot}(\vec{F}) = 0 \quad (2.3)$$

Nos casos em que o campo vectorial  $\vec{F}$  é definido como o gradiente de uma função escalar:

$$\vec{F} = - \text{grad } V \quad (2.4)$$

a expressão (2.3) é sempre válida, já que

$$\text{rot}(\text{grad } V) = 0 \quad (2.5)$$

para qualquer campo  $V$ .

## 2.2.2 Campos "Magnéticos" H e B

A interacção entre condutores percorridos por corrente eléctrica foi estudada na primeira metade do século XIX por Ampère, Oersted, Biot, Savart, e outros, que mostraram a existência de diferenças essenciais entre estas forças e a força electrostática e estabeleceram um conjunto de relações destinadas a descrever as forças que se exercem entre cargas em repouso ou entre cargas em movimento.

Uma das conclusões mais importantes é a de que duas cargas eléctricas  $q_1$  e  $q_2$  animadas de velocidades  $\vec{v}_1$  e  $\vec{v}_2$  interagem entre si, de tal modo que a força que actua sobre a carga  $q_1$  (localizada em  $\vec{r}_1$ ) é dada por:

$$\vec{F}(\vec{r}_1) = \frac{\mu_0}{4\pi} q_1 \vec{v}_1 \times (q_2 \vec{v}_2 \times \frac{\vec{r}}{r^3}); \quad \vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 \quad (2.6)$$

esta força pode ser alternativamente descrita por:

$$\vec{F}(\vec{r}_1) = q_1 \vec{v}_1 \times \vec{B}(\vec{r}_1) = \mu_0 q_1 \vec{v}_1 \times \vec{H}(\vec{r}_1) \quad (2.7)$$

desde que aceitemos as definições

$$\vec{B}(\vec{r}_1) = \frac{\mu_0}{4\pi} q_2 \vec{v}_2 \times \frac{\vec{r}}{r^3} \quad (2.8)$$

$$\vec{H}(\vec{r}_1) = \frac{1}{4\pi} q_2 \vec{v}_2 \times \frac{\vec{r}}{r^3} \quad (2.9)$$

em que estes campos B e H descrevem a influência que a carga  $q_2$  exerce na sua vizinhança. Se considerarmos um elemento de circuito que transporta uma corrente  $i$ , podemos relacionar esta corrente com uma carga e uma velocidade, da forma:

$$i_2 d\vec{r}_2 = q_2 \vec{v}_2 \quad (2.10)$$

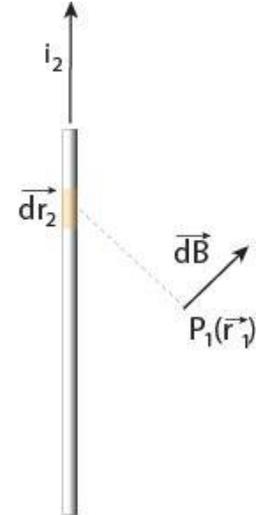
então, podemos re-escrever a expressão anterior sob a forma:

$$d\vec{B}(\vec{r}_1) = \frac{\mu_0}{4\pi} i_2 \frac{d\vec{r}_2 \times \vec{r}}{r^3} \quad (2.11)$$

$$d\vec{H}(\vec{r}_1) = \frac{1}{4\pi} i_2 \frac{d\vec{r}_2 \times \vec{r}}{r^3} \quad (2.12)$$

$\vec{B}$  e  $\vec{H}$  são ambos campos vectoriais definidos em todos os pontos do espaço e estão associados à fenomenologia magnética.  $\vec{H}$  é denominado *campo magnético* enquanto que  $\vec{B}$  é denominado *indução magnética*. Contudo, dada a heterogeneidade da nomenclatura utilizada por diferentes autores é mais cómodo utilizarmos as designações *campo  $\vec{H}$*  e *campo  $\vec{B}$* .

No vazio  $\vec{B}$  e  $\vec{H}$  são proporcionais. Neste caso poderíamos apenas utilizar um destes campos (habitualmente o campo  $\vec{B}$ ) para escrever quer as Equações de Maxwell (cf secção 1.3) quer as equações constitutivas. É o que se faz por exemplo quando se estuda a propagação das ondas electromagnéticas no vazio. Contudo, num meio material, cujo comportamento magnético é descrito pela quantidade  $\mu$  - permeabilidade magnética -  $\vec{B}$  e  $\vec{H}$  possuem uma natureza diferente:  $\vec{H}$  depende da geometria e da magnitude das correntes que o geram enquanto que  $\vec{B}$  depende ainda da natureza do meio que estamos a considerar. Como veremos adiante,  $\vec{H}$  tem contributos que não provêm apenas das distribuições de corrente eléctrica e que são atribuídos à magnetização do meio.



Os campos  $\vec{B}$  e  $\vec{H}$  definidos como anteriormente são solenoidais. Como veremos mais à frente o campo  $\vec{H}$  na sua definição extendida, onde consideramos os contributos provenientes das "correntes" e da "magnetização" dos materiais, é conservativo.

### 2.2.3 As Equações de Maxwell

O campo electromagnético é, do ponto de vista da física clássica, descrito por um conjunto de equações denominadas "Equações de Maxwell". Estas expressões relacionam o campo magnético (que como vimos pode ser descritos pelos campos  $\vec{B}$  ou  $\vec{H}$ ) e o campo eléctrico, que como se sabe do electromagnetismo elementar, pode ser descrito pelos campos  $\vec{E}$  ou  $\vec{D}$ .

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.13)$$

$$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \left[ \vec{J} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right] \quad (2.14)$$

$$\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (2.15)$$

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (2.16)$$

para o vazio. O campo  $\vec{E}$  é o "campo eléctrico" e exprime-se em Volt/m, no Sistema Internacional. O campo  $\vec{B}$  designa-se por campo de "indução magnética" e exprime-se em Tesla (T). A densidade de carga eléctrica  $r$  exprime-se em C/m<sup>3</sup>. A densidade de corrente  $\vec{J}$  em A/m<sup>2</sup>.  $\varepsilon_0$  é a permitividade eléctrica do vazio ( $10^7/4\pi$  c<sup>2</sup> Farad/m) e  $\mu_0$  é a permeabilidade magnética do vazio ( $4\pi \cdot 10^{-7}$  Henri/m).

A equação (2.13) exprime matematicamente a *lei da indução electromagnética de Faraday*: um campo magnético variável gera, num circuito eléctrico fechado, uma força electromotriz. A equação (2.14) exprime a *geração do campo magnético por corrente eléctrica* (de condução ou de deslocamento). A equação (2.15) exprime o facto de as cargas eléctricas serem as fontes (sumidouros) do campo eléctrico. Finalmente, a equação (2.16) exprime a ausência de fontes (sumidouros) do campo magnético B, que é assim *solenoidal*. As equações anteriores são complementadas pela Lei de Ohm

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (2.17)$$

em que  $\sigma$  é a conductividade eléctrica do meio.

O mecanismo que justifica a existência de ímãs permanentes é exterior às equações de Maxwell em sentido estrito, sendo do domínio da microfísica. Contudo, podemos descrever o que ocorre no interior dos materiais magnéticos fazendo intervir explicitamente os dois campos magnéticos  $\vec{B}$  e  $\vec{H}$ , sendo a relação entre eles dada por:

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{J}^M) \quad (2.18)$$

em que  $\vec{J}^M$  representa a parte da excitação magnética que é gerada pela presença da matéria e é, ao mesmo tempo, a soma dos momentos magnéticos elementares por unidade de volume. Aplicando o operador divergência à equação (2.18) vemos que:

$$\text{div } \vec{H} = -\text{div } \vec{J}^M \quad (2.19)$$

ou seja, enquanto que a indução magnética B não possui fontes (em todos os pontos do espaço a sua divergência é nula), a excitação magnética H possui eventualmente divergência não nula, que pode ser interpretada num sentido muito lato como "carga magnética". Se considerarmos um meio material contínuo podemos atribuir-lhe um "momento magnético total"  $\vec{M}$ , que do ponto de vista macroscópico corresponde à integração da magnetização volúmica  $\vec{J}^M$ , ou seja:

$$\vec{M} = \int \vec{J}^M dv \quad (2.17)$$

Deste modo, sempre que discutirmos o CMT temos que ter presente os dois campos  $\vec{B}$  e  $\vec{H}$ . O primeiro vai ser considerado sempre que analisarmos as observações experimentais do CMT à superfície, a força sobre os corpos magnetizados, etc...; o segundo será considerado sempre que analisarmos a interacção com os materiais terrestres.

### 2.3 Filtragem das Equações de Maxwell

As equações de Maxwell aplicam-se a uma generalidade de situações, e delas podem ser obtidas formas mais simples, desde que condições restritivas adicionais sejam consideradas. Consideremos então o caso do CMT e a situação na qual os campos  $\vec{E}$  e  $\vec{B}$  sejam gerados por fontes distantes da área de observação, como acontece quando medimos o CMT à superfície (ou, mais rigorosamente, na baixa troposfera).

Se os campos  $\vec{E}$  e  $\vec{B}$  forem estáticos, então podemos desprezar a corrente de deslocamento, caso contrário observá-los-emos como ondas electro-magnéticas. Em que medida é que podemos utilizar a aproximação estática?

Podemos estabelecer um *a priori* sobre o valor dos diferentes termos das Equações de Maxwell (EM), admitindo que os fenómenos que queremos estudar se caracterizam por uma escala temporal típica  $T$  e por uma distância típica  $L$ . No que diz respeito a  $T$  podemos imaginar este valor obtido dos registos dos magnetómetros. No que diz respeito a  $L$  podemos considerá-lo como o diâmetro da Terra ou a espessura de uma camada sedimentar, conforme o problema em análise.

A ordem de grandeza de cada termo das EM será então:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{E} &\sim \frac{E}{L} \\ |\operatorname{rot} \vec{E}| &\sim \frac{E}{L} \\ \left| \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right| &\sim \frac{E}{T} \\ \left| \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right| &\sim \frac{B}{T} \\ |\operatorname{rot} \vec{B}| &\sim \frac{B}{L} \end{aligned} \tag{2.21}$$

As EM adicionam constrangimentos físicos às expressões (2.21). Temos assim que,

$$\begin{aligned} \frac{E}{L} &\sim \frac{B}{T} \\ \left| \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right| &\sim \frac{LB}{T^2} \end{aligned} \tag{2.22}$$

teremos então:

$$\frac{\left| \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right|}{c^2 |\operatorname{rot} \vec{B}|} \sim \frac{(LT)^2}{c^2} \tag{2.23}$$

uma vez que  $c^2 = \frac{1}{\mu_0^2 \epsilon_0^2}$ .

Então a corrente de deslocamento pode ser desprezada desde que  $L/T \ll c$ : para escalas temporais superiores ao tempo necessário para a luz percorra a distância típica de um sistema estamos na situação designada por Backus *et al* (1996) como “pré-Maxwell”.

No que diz respeito ao CMP as distâncias e os períodos típicos enquadram-se nesta situação (verifique!). No caso em que as observações são realizadas à superfície da Terra, podemos ainda considerar que a magnetização é praticamente nula ( $\vec{M} \sim 0$ ) e o mesmo acontece com a polarização eléctrica ( $\vec{P} \approx 0$ ). A magnitude do campo

magnético  $B$  se situa entre 30 e 60  $\mu\text{T}$ , pelo que a magnitude do campo  $H$  se situa entre 25 e 50 A/m. Se considerarmos ainda que a magnitude do campo eléctrico  $E$  à superfície é de cerca de 100 V/m teremos para  $D$  o valor típico de  $10^{-9}$  C/m<sup>2</sup>. Se utilizarmos para distância típica o raio da Terra ( $6.4 \cdot 10^6$  m) e intervalo típico de ordem de grandeza  $T$  – a determinar – teremos:

$$\left| \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right| \sim \frac{D}{T} \sim \frac{10^{-9}}{T}$$

$$|\text{rot}\vec{H}| \sim \frac{H}{L} \sim \frac{25}{6.4 \times 10^6}$$

Dividindo as expressões anteriores, teremos:

$$\frac{\left| \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right|}{|\text{rot}\vec{H}|} \sim \frac{2.5 \times 10^{-4}}{T} \quad (2.24)$$

pelo que, desde que  $T \gg 2.5 \cdot 10^{-4}$  s, podemos desprezar a corrente de deslocamento. A condutividade da atmosfera é conhecida, e da ordem de  $10^{-13}$  S/m, pelo que, da lei de Ohm, teremos:

$$J = \sigma E \sim 10^{-11} \text{ Am}^{-2} \quad (2.25)$$

que, comparada com (2.14) permite concluir que se pode utilizar a aproximação:

$$\text{rot}\vec{H} = 0 \quad (2.26)$$

na atmosfera. Uma vez que considerámos a magnetização nula, podemos concluir que o campo  $\vec{B}$  respeita simultaneamente:

$$\begin{aligned} \text{rot}\vec{B} &= 0 \\ \text{div}\vec{B} &= 0 \end{aligned} \quad (2.27)$$

pelo que, pelo Teorema de Helmholtz, podemos considerar a existência de um potencial escalar V, tal que,

$$\begin{aligned} \vec{B} &= -m_0 \text{grad} V \\ \text{lap} V &= 0 \end{aligned} \quad (2.28)$$

O potencial V será uma solução da Equação de Laplace, pelo que podemos procurar representações de V na família das soluções daquela equação. A forma destas soluções pode ser obtida a partir do método da separação de variáveis.

## 2.4 Representação do CMP por Análise Harmónica Esférica

### 2.4.1 Solução da Equação de Laplace em Coordenadas Esféricas

O potencial V da equação (2.28) é uma solução da Equação de Laplace, pelo que podemos procurar representações de V na família das soluções daquela equação. A forma destas soluções pode ser obtida a partir do método da separação de variáveis, onde consideramos que o potencial V se pode representar sob a forma:

$$V(r, \theta, \lambda) = f(r) \cdot g(\theta) \cdot h(\lambda) \quad (2.29)$$

A equação de Laplace pode escrever-se em coordenadas esféricas, sob a forma:

$$\frac{1}{r^2 \sin \theta} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \sin \theta \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \lambda} \left( \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \lambda} \right) \right] = 0 \quad (2.30)$$

podemos substituir a expressão (2.29) em (2.30), o que dá origem à expressão :

$$r^2 f''(r) Y(\theta, \lambda) + 2r f'(r) Y(\theta, \lambda) + f(r) \cot \theta \frac{\partial Y(\theta, \lambda)}{\partial \theta} + f(r) \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 Y(\theta, \lambda)}{\partial \lambda^2} = 0 \quad (2.31)$$

em que  $Y(\theta, \lambda) = g(\theta) \cdot h(\lambda)$ . Simplificando a expressão anterior teremos :

$$\frac{1}{f(r)} \left[ r^2 f''(r) + 2r f'(r) \right] = \frac{1}{Y(\theta, \lambda)} \left[ \frac{\partial^2 Y(\theta, \lambda)}{\partial \theta^2} + \cot \theta \frac{\partial Y(\theta, \lambda)}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 Y(\theta, \lambda)}{\partial \lambda^2} \right] \quad (2.32)$$

Visto que o primeiro termo só depende de  $r$  e o segundo só depende de  $\theta, \lambda$  ambos serão iguais a uma constante, que podemos representar por  $n(n+1)$ , com  $n$  inteiro e positivo. Neste caso, a separação do termo *radial* dá origem a uma expressão simples:

$$r^2 f''(r) + 2rf'(r) - n(n+1)f(r) = 0 \quad (2.33)$$

cujas soluções são dadas por :

$$f(r) = r^n \quad ; \quad f(r) = r^{-(n+1)} \quad (2.34)$$

No segundo termo da expressão (2.32), cujo valor fixámos em  $n(n+1)$  podemos ainda explicitar as dependências em termos de  $\theta$  e de  $\lambda$ :

$$g''(\theta)h(\lambda) + \cot \theta g(\theta)h(\lambda) + \frac{1}{\sin^2 \theta} g(\theta)h''(\lambda) + n(n+1)g(\theta)h(\lambda) = 0 \quad (2.35)$$

que, após multiplicação de ambos os membros por  $\frac{\sin^2 \theta}{g(\theta)h(\lambda)}$  e simplificação, dá:

$$\frac{\sin \theta}{g(\theta)} [\sin \theta g''(\theta) + \cos \theta g'(\theta) + n(n+1)g(\theta)] = -\frac{h''(\lambda)}{h(\lambda)} \quad (2.36)$$

em que, mais uma vez, no primeiro membro só existe dependência de  $\theta$  e no segundo membro só existe dependência de  $\lambda$ . À constante é desta vez atribuído o valor  $m^2$ , o que dá para o segundo membro:

$$h''(\lambda) + m^2 h(\lambda) = 0 \quad (2.37)$$

cujas soluções são

$$h(\lambda) = \cos(m\lambda) \text{ ou } h(\lambda) = \sin(m\lambda) \quad (2.38)$$

Quanto ao primeiro membro de (2.37), se realizarmos a substituição de variável

$$p = \cos(\theta) \quad (2.39)$$

teremos que  $g(\theta) = \bar{g}(p)$  e, para a primeira e segunda derivadas,

$$g'(\theta) = -\bar{g}'(p) \sin \theta$$

$$g''(\theta) = \bar{g}''(p) \sin^2(\theta) - \bar{g}'(p) \cos \theta \quad (2.40)$$

o que substituindo na expressão anterior dá origem a:

$$(1-p^2)\bar{g}''(p) - 2p\bar{g}'(p) + \left[ n(n+1) - \frac{m^2}{1-p^2} \right] \bar{g}(p) = 0 \quad (2.41)$$

cujas soluções dependem dos valores de  $n$  e  $m$ , são representadas por  $P_{nm}$  e se designam por **funções associadas de Légendre**. A sua expressão é dada por:

$$P_{nm} = \sin^m \theta \frac{1}{2^n n!} \frac{d^{m+n}}{dp^{m+n}} (p^2 - 1)^n \quad (2.42)$$

ou, em termos dos **Polinómios de Légendre**,

$$P_{nm} = \sin^m \theta \frac{d^m}{dp^m} P_n \quad (2.43)$$

onde os Polinómios de Légendre têm a forma:

$$P_n = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dp^n} (p^2 - 1)^n \quad (2.44)$$

Uma vez que a equação de Laplace é linear, uma combinação linear das soluções encontradas é ainda uma solução, pelo que podemos considerar:

$$V(r, \theta, \lambda) = \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{r} \right)^{n+1} \sum_{m=0}^n \left( i g_n^m \cos m\lambda + h_n^m \sin m\lambda \right) P_n^m(\cos \theta) + \sum_{n=1}^{\infty} r^n \sum_{m=0}^n \left( e g_n^m \cos m\lambda + e h_n^m \sin m\lambda \right) P_n^m(\cos \theta) \quad (2.45)$$

A expressão encontrada para um potencial harmónico  $V$ , está sujeita à condição de convergência da série representada. Uma vez que separámos as dependências radial, latitudinal e longitudinal, colocámos em evidência a existência de dois tipos de dependência de  $V$  com a distância radial, que correspondem às duas soluções de (2.34):

$$V^e(r, \theta, \lambda) = r^n Y_n^m(\theta, \lambda); V^i(r, \theta, \lambda) = r^{-(n+1)} Y_n^m(\theta, \lambda)$$

onde as funções  $Y_n^m(\theta, \lambda)$  são designadas habitualmente por harmónicas esféricas de superfície, enquanto que os termos de (2.45) são designados por harmónicas esféricas volúmicas. Os dois termos da expressão anterior convergem quando  $r < 1$  e quando  $r > 1$ , respectivamente. Os dois termos referidos são utilizados para representar os casos em que calculamos o potencial no interior de uma distribuição de fontes – problema externo – e quando calculamos esse potencial no exterior da distribuição – problema interno. No caso particular do campo gravítico da Terra, e do cálculo desse campo no exterior do planeta, a formulação que nos interessa é a segunda; no caso do campo magnético observado à superfície da Terra, cujo formalismo se pode integrar em grande parte no indicado, temos que considerar os dois contributos, uma vez que existem fontes internas (núcleo líquido da Terra) e externas (ionosféricas, por exemplo).

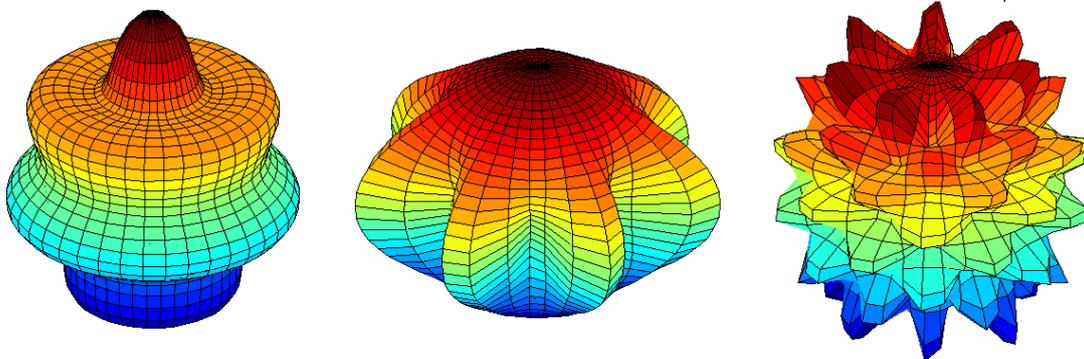
### 2.4.2 Interpretação das harmónicas esféricas de superfície

As harmónicas esféricas de superfície  $Y_n^m(\theta, \lambda)$  têm uma interpretação intuitiva que pode ser alcançada se analisarmos os zeros dessas funções numa superfície esférica. Para isso vamos individualizar a expressão das harmónicas esféricas de superfície a partir de (2.45):

$$Y_n^m(\theta, \lambda) = (g_n^m \cos m\lambda + h_n^m \sin m\lambda) P_n^m(\lambda)$$

Uma vez que definimos as funções associadas de L'égendre com recurso aos polinómios de L'égendre, comecemos por analisar o comportamento destes (cf. Equação 2.44): o termo  $(p^2 - 1)^n$  é um polinómio de grau  $2n$ , com  $2n$  raízes,  $n$  iguais a  $1$  e  $n$  iguais a  $-1$ . A primeira derivada deste termo será um polinómio de grau  $2n-1$ ,  $n-1$  iguais a  $1$ ,  $n-1$  iguais a  $-1$  e uma igual a  $0$ , e assim sucessivamente, por aplicações do teorema de Rolle. Finalmente o polinómio  $P_n$  terá  $n$  raízes distintas entre  $-1$  e  $+1$ .

No que diz respeito à variação longitudinal  $Y_n^m(\theta, \lambda)$  terá  $2m$  zeros quando  $\lambda$  varia entre  $0$  e  $2\pi$ . No que diz respeito à variação latitudinal, anulara-se-á quando  $\theta = 0$  ou  $\theta = 2\pi$ , e anular-se-á ainda  $n-m$  vezes quando  $\theta$  varia entre  $0$  e  $\pi$  pelo que vimos dos Polinómios de L'égendre.



Representação das harmónicas esféricas de superfície:  $m=0, n=7$  (zonal);  $m=7, n=7$  (sectorial) e  $m=14, n=7$  (tesseral).

Quando  $m = 0$  a harmónica esférica de superfície não apresenta dependência com  $\lambda$ . No que diz respeito à variação com  $\theta$  apresenta  $n$  raízes e anula-se ainda nos extremos. Designamos esta harmónica - e todas aquelas para as quais  $m = 0$  - por zonal.

Outro caso particular ocorre quando  $n = m$ . Neste caso, se bem que a harmónica se anula nos dois polos, não se anula entre estes dois valores. Designamos esta harmónica - e todas aquelas para as quais  $n = m$  - por sectorial. No caso mais geral, existem raízes nas duas “direções” e a harmónica designa-se por tesseral.

As harmónicas esféricas de superfície representam assim, formas sucessivas de variação espacial, de dimensões horizontais que diminuem com o grau e a ordem consideradas. É importante ser compreendida a relação entre cada valor do grau  $n$  e a dimensão espacial.

### 2.4.3 Semi-normalização de Schmidt

As HES não são normalizadas. Deste modo, a norma de cada termo de (2.46) varia com  $m$  e  $n$ , pelo que o valor relativo dos coeficientes  $g$  e  $h$  não pode ser tomado como uma medida da importância de cada um dos termos na série. Em Geomagnetismo utiliza-se uma normalização parcial: as harmónicas zonais não são normalizadas, mas as tesserais e as sectoriais são-no, utilizando-se o factor de normalização:

$$\sqrt{(2 - \delta_{m,0}) \frac{(n-m)!}{(n+m)!}}$$

Deste modo, a expressão das funções associadas de Légendre quasi-normalizadas é a seguinte:

$$P_n^m = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dp^n} (p^2 - 1)^n \quad ; m = 0$$

$$P_n^m = \sqrt{\frac{2(n-m)!}{(n+m)!}} (1-p^2)^m \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dp^n} (p^2 - 1)^n \quad ; m > 0$$
(2.46)

Esta semi-normalização tem a vantagem de tornar a quantidade

$$R(n) = \sum_{m=0}^n [(g_n^m)^2 + (h_n^m)^2]$$

invariante a uma rotação do sistema de coordenadas. A semi-normalização da expressão das tesserais e sectoriais assegura que tenham o mesmo rms que as zonais do mesmo grau. Deste modo, o valor relativo do coeficiente respectivo informa-nos imediatamente da importância relativa de cada termo da expressão (2.45).

A expressão (2.45) deve ainda ser escrita de modo a separar explicitamente as fontes internas ( $r < a$ ) e as fontes externas ( $r > a$ ) sendo  $a$  o raio médio da Terra (6371 km):

$$V = a \sum_{n=1}^{10} \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} \sum_{m=0}^n (i g_n^m \cos m\lambda + h_n^m \sin m\lambda) + a \sum_{n=1}^{10} \left(\frac{r}{a}\right)^n \sum_{m=0}^n (e g_n^m \cos m\lambda + h_n^m \sin m\lambda)$$
(2.47)

Na expressão anterior o primeiro termo refere-se à componente interna do potencial magnético e o segundo termo à componente externa.

### 2.4.4 Importância Relativa dos Campos Externo e Interno

A demonstração matemática de que o campo magnético da Terra é essencialmente de origem interna foi obtida por C. F. Gauss em 1838. Para isso comparou os valores obtidos para os 4 conjuntos de coeficientes representados em (2.47) para concluir que os que correspondiam ao campo interno eram dominantes sobre os outros.

Como veremos mais à frente a influência das fontes do CMT exteriores ao planeta traduz-se por variações temporais de pequena amplitude, quando comparadas com a amplitude do campo de origem interna, e que podem ser eliminadas dos dados a partir de “médias” corridas sobre as observações, ou por comparação com dados recolhidos continuamente em Observatórios. Por esse facto, as representações globais do CMT, referem-se a valores médios do CMT, considerados livres das variações temporais de período inferior a 1 ano e que, por isso, são representativos do campo de origem interna.

### 2.4.5 Interpretação dos termos de baixo grau e ordem de V

Consideremos, por exemplo, os termos de ordem mais baixo ( $n = 1$ ) da expressão anterior. Neste caso :

$$V^1(r, \theta, \lambda) = \frac{a^3}{r^2} \sum_{m=0}^1 (g_1^m \cos m\lambda + h_1^m \sin m\lambda) P_1^m(\cos \theta) = \frac{a^3}{r^2} [g_1^0 P_1^0(\theta) + g_1^1 P_1^1(\theta) + h_1^1 \sin \lambda P_1^1(\cos \theta)]$$
(2.48)

mas  $P_1^0(\theta) = \cos \theta$  e  $P_1^1(\theta) = \sin \theta$  pelo que a expressão anterior se pode escrever simplesmente:

$$V^1 = \frac{a^3}{r^2} [g_1^0 \cos \theta + g_1^1 \cos \lambda \cos \theta + h_1^1 \sin \lambda \sin \theta]$$
(2.49)

Se escrevermos esta expressão em coordenadas cartesianas utilizando a transformação:

$$\begin{aligned}x &= r \sin \theta \cos \lambda \\y &= r \sin \theta \sin \lambda \\z &= r \cos \theta\end{aligned}$$

teremos :

$$V^1 = \frac{a^3}{r^2} \left[ g_1^0 \frac{z}{r} + g_1^1 \frac{x}{r} + h_1^1 \frac{y}{r} \right] \quad (2.50)$$

Se compararmos a expressão anterior com a expressão (1.1) podemos concluir que os coeficientes de ordem 1 representam o campo magnético de um **dipolo centrado** na Terra, cujo momento é dado por:

$$m_x = \frac{4\pi}{\mu_0} a^3 g_1^1$$

$$m_y = \frac{4\pi}{\mu_0} a^3 h_1^1$$

$$m_z = \frac{4\pi}{\mu_0} a^3 g_1^0$$

O campo dipolar tem por magnitude, no equador magnético

$$B_0 = \sqrt{(g_1^0)^2 + (g_1^1)^2 + (h_1^1)^2} \quad (2.51)$$

O ângulo entre os eixos geográfico e magnético, ou seja, a co-latidade do polo centrado será:

$$\tan \lambda = \frac{\sqrt{(g_1^1)^2 + (h_1^1)^2}}{|g_1^0|} \quad (2.52a)$$

Enquanto que a sua longitude terá o valor:

$$\tan \phi = \frac{h_1^1}{g_1^1} \quad (2.52b)$$

Os termos de ordem mais alta do desenvolvimento em AHE correspondem às componentes multipolares do CMP. Subtraindo-se ao CMT o campo do dipolo que melhor o aproxima, obtemos o que se designa por **componente não-dipolar** do CMP. A amplitude rms do campo não dipolar ( $1.06 \times 10^{-5}$  T) é de cerca de um quarto do campo dipolar ( $4.275 \times 10^{-5}$  T).

## 2.5 Espectro Espacial do CMT

A normalização de Schimdt utilizada em Geomagnetismo assegura que a magnitude RMS do campo à superfície da Terra gerado por cada harmónica  $g_n^m$  ou  $h_n^m$  é dada por:

$$B_n^m \Big|_{RMS} = \sqrt{n+1} (g_n^m, h_n^m)$$

então, para cada grau n, do desenvolvimento em AHE teremos,

$$R_n = (n+1) \sum_{m=0}^n [(g_n^m)^2 + (h_n^m)^2] \quad (2.53)$$

uma vez que os diferentes termos do desenvolvimento são ortogonais entre si. O cálculo deste “espectro” para a descrição do CMT em harmónicas esféricas feita por Langel e Estes (1982) para o MAGSAT permitiu obter a representação indicada na figura seguinte:

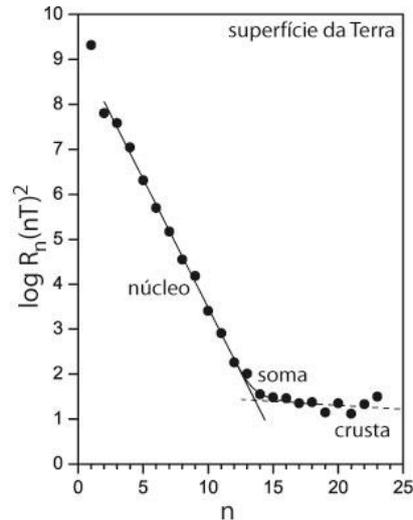


Figura 2.2: Espectro (de Mauersberger-Loves) do CMT à superfície da Terra. Em abscissas indica-se o grau  $n$  do desenvolvimento do campo em harmónicas esféricas. Em ordenadas indica-se o logaritmo da energia associada. Alterado de Langel e Estes(1982).

A existência de uma descontinuidade entre  $2 \leq n \leq 12$  e  $16 \leq n \leq 23$  é uma prova da existência de dois domínios disjuntos que são fonte do CMT. A partir do declive de cada uma dos troços do espectro representado na figura 2.2 é possível deduzir-se a profundidade média da fonte. O valor que se obtém para a componente profunda é de 3310 km (Backus et al, 1996). Quanto à componente superficial, a sua origem é seguramente litosférica, se bem a importância do manto superior seja debatida.

Uma das conclusões mais importantes que se pode tirar da figura anterior é a de que a representação matemática do campo de origem profunda pode ser conseguida com um desenvolvimento em harmónicas esféricas de grau baixo, como veremos na próxima secção.

Independentemente dos constrangimentos gerados pelo estudo dos mecanismos de aquisição de magnetização é possível saber que o CMT é gerado por duas fontes espacialmente disjuntas, uma localizada perto da superfície da Terra - e assimilada à crosta - e outra de maior profundidade - associada ao núcleo líquido - e entre as quais existe um material de magnetização muito baixa.

## 2.6 Variação Secular do CMP

Se bem que a existência de variações lentas do CMP é conhecida pelo menos dois séculos antes do Gauss [Stacey, 1992]. Contudo, a sua interpretação chocou desde sempre com a dificuldade de atribuir à terra sólida campos de velocidades compatíveis com as alterações observadas. Edmund Haley, no fim do século XVII [idem] considerou a possibilidade de a Terra ser constituída por um conjunto de cascas esféricas magnéticas, rodando com velocidades diferentes, como mecanismo gerador da variação secular.

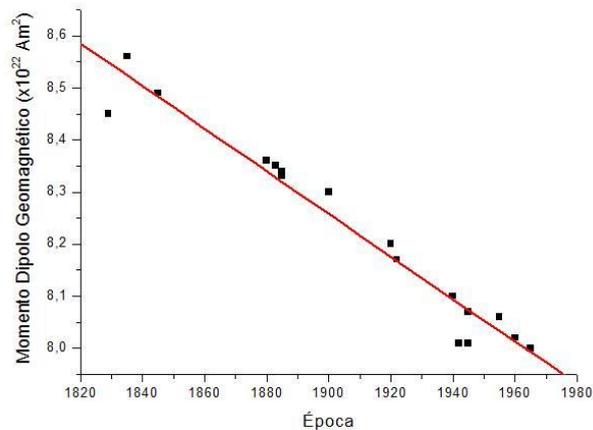


Figura 2.3 Variação do Momento do Dipolo Geomagnético entre 1820 e 1965 (dados extraídos de McHelinny, 1973)

A realização de observações contínuas do campo magnético da Terra permite concluir que, para além das variações

transitórias atribuíveis a fontes externas, as próprias médias anuais das componentes do campo apresentam uma variação lenta muito significativa, que espelha a escala temporal dos fenómenos físicos que ocorrem no núcleo líquido da Terra. Este fenómeno, que é conhecido pela designação de “variação secular” tem como uma das suas consequências a variação da declinação magnética ao longo dos anos. O valor da variação secular apresenta uma grande coerência espacial, ou seja: locais contíguos mostram valores próximos de  $v_s$ , o que põe em evidência o carácter profundo dos fenómenos que a geram.

A magnitude da variação secular leva a que os modelos de IGRF (cf secção 2.8 deste capítulo) incluam nos graus mais baixos termos que representam “taxas de variação” de cada componente com o tempo. A determinação do valor do campo de referência, para um local e uma época determinados, passa assim pela “reconstituição” do valor dos coeficientes do modelo, a partir do valor relativo ao ano base do modelo e da taxa de variação temporal respectiva.

Já no século XVII E Halley notou que o padrão do CMT à superfície apresentada uma deriva lenta para oeste e sugerir, para explicar este fenómeno a possibilidade de movimento diferencial de uma camada interna magnetizada da Terra. Bullard, em 1950, confirmou a existência de “deriva para oeste” da componente não dipolar do campo, e atribuiu-a à existência de uma velocidade de rotação do núcleo externo ligeiramente inferior à do manto, com o valor de  $0.2^\circ/\text{ano}$ . Uma explicação alternativa foi dada por Hide (1966) segunda a qual este fenómeno é ondulatório, e gerado pela importância da componente toroidal no núcleo, que privilegia a propagação para oeste das ondas electromagnéticas.

A persistência no tempo da deriva para oeste da componente não dipolar do CMT, é questionável e, se bem que estabelecida para todo o período para o qual possuímos observações – os últimos 4 séculos – não parece manter-se para épocas mais recuadas, de acordo com os estudos de arqueomagnetismo.

## 2.7 Modelos de tipo IGRF

O IGRF é uma designação genérica atribuída pela IAGA a um conjunto de coeficientes de uma expansão em harmónicas esféricas quase normalizadas de Schmidt.

A partir das conclusões da secção anterior é natural procurar uma representação matemática do campo de origem profunda - Campo Magnético Principal, CMP - de modo a que, conhecidas as coordenadas geográficas de um ponto qualquer sobre a Terra seja possível calcular a magnitude do CMP e, por subtração, a componente devida à influência crustal.

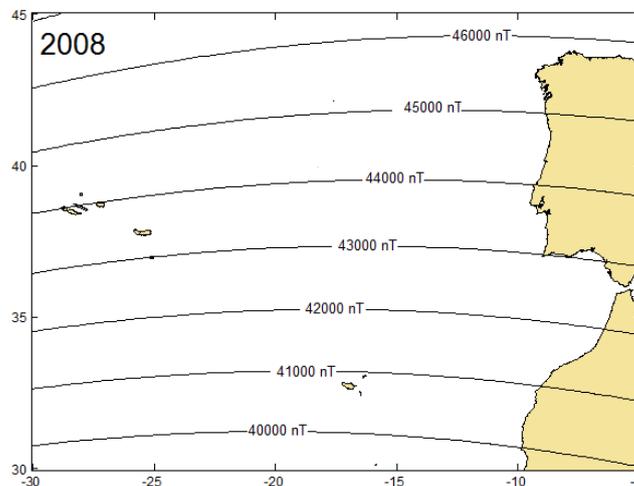


Figura 2.4 - Valor do Campo Total dado pelo modelo IGRF para Portugal e para a época 2008

O modelo matemático do CMP mais utilizado é designado por IGRF (*International Geomagnetic Reference Field*) e é aprovado quinquenalmente pela IAGA - *International Association for Geomagnetism and Aeronomy* - inicialmente sob uma forma provisória (PGRF), posteriormente revista (IGRF) e definitiva (DGRF). A necessidade de proceder a estas revisões prende-se, como veremos, pela existência de uma variação secular do CMP importante, que só pode ser correctamente contabilizada à *posteriori*.

A forma matemática escolhida para a representação do IGRF é a de um conjunto de coeficientes de um desenvolvimento em harmónicas esféricas, semi-normalizado, de ordem e grau 10. Este modelo tem a forma seguinte:

$$V = a \sum_{n=1}^{10} \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} \sum_{m=0}^n (g_n^m \cos m\lambda + h_n^m \sin m\lambda) P_n^m(\cos \theta) \quad (2.54)$$

Na tabela seguinte apresentamos o valor dos coeficientes do modelo IGRF00.

| $g_n^m$ | m      |       |      |      |      |      |     |     |    |    |    |    |
|---------|--------|-------|------|------|------|------|-----|-----|----|----|----|----|
|         | 0      | 1     | 2    | 3    | 4    | 5    | 6   | 7   | 8  | 9  | 10 |    |
| 1       | -29615 | -1728 | -    | -    | -    | -    | -   | -   | -  | -  | -  | -  |
| 2       | -2267  | 3072  | 1672 | -    | -    | -    | -   | -   | -  | -  | -  | -  |
| 3       | 1341   | -2290 | 1253 | 715  | -    | -    | -   | -   | -  | -  | -  | -  |
| 4       | 935    | 787   | 251  | -405 | 110  | -    | -   | -   | -  | -  | -  | -  |
| n       | 5      | -217  | 351  | 222  | -131 | -169 | -12 | -   | -  | -  | -  | -  |
|         | 6      | 72    | 68   | 74   | -161 | -5   | 17  | -91 | -  | -  | -  | -  |
|         | 7      | 79    | -74  | 0    | 33   | 9    | 7   | 8   | -2 | -  | -  | -  |
|         | 8      | 25    | 6    | -9   | -8   | -17  | 9   | 7   | -8 | -7 | -  | -  |
|         | 9      | 5     | 9    | 3    | -8   | 6    | -9  | -2  | 9  | -4 | -8 | -  |
|         | 10     | -2    | -6   | 2    | -3   | 0    | 4   | 1   | 2  | 4  | 0  | -1 |

| $h_n^m$ | m  |       |      |      |      |     |     |     |     |    |    |    |
|---------|----|-------|------|------|------|-----|-----|-----|-----|----|----|----|
|         | 0  | 1     | 2    | 3    | 4    | 5   | 6   | 7   | 8   | 9  | 10 |    |
| 1       | -  | 5186  | -    | -    | -    | -   | -   | -   | -   | -  | -  | -  |
| 2       | -  | -2478 | -458 | -    | -    | -   | -   | -   | -   | -  | -  | -  |
| 3       | -  | -227  | 296  | -492 | -    | -   | -   | -   | -   | -  | -  | -  |
| 4       | -  | 272   | -232 | 119  | -304 | -   | -   | -   | -   | -  | -  | -  |
| n       | 5  | -     | 44   | 172  | -134 | -40 | 107 | -   | -   | -  | -  | -  |
|         | 6  | -     | -17  | 64   | 65   | -61 | 1   | 44  | -   | -  | -  | -  |
|         | 7  | -     | -65  | -24  | 6    | 24  | 15  | -25 | -6  | -  | -  | -  |
|         | 8  | -     | 12   | -22  | 8    | -21 | 15  | 9   | -16 | -3 | -  | -  |
|         | 9  | -     | -20  | 13   | 12   | -6  | -8  | 9   | 4   | -8 | 5  | -  |
|         | 10 | -     | 1    | 0    | 4    | 5   | -6  | -1  | -3  | 0  | -2 | -8 |

Tabela 2.1 - Coeficientes do Modelo IGRF00

É importante ser compreendida a relação entre cada valor do grau  $n$  e a dimensão espacial das anomalias magnéticas à superfície da Terra que lhe deverão corresponder. Segundo Backus et al. (1986) podemos considerar como comprimento de onda, o valor dado por:

$$\lambda_c = \frac{2\pi r}{n + \frac{1}{2}} \quad (2.53)$$

pode assim concluir-se facilmente que o maior grau ( $n = 10$ ) englobado no IGRF corresponde a uma dimensão característica de  $40.000/10.5 = 3810$  km, o que é muito superior às dimensões típicas de uma fonte crustal.

Tendo em atenção os coeficientes indicados na *tabela 1* para o IGRF90 teremos para o dipolo centrado (cf Secção 2.5):

$$\vec{m} = (-0.479; 1.399; -7.700) \times 10^{22} \text{ Am}^2 \quad (2.54)$$

A magnitude do momento do dipolo centrado será então de  $7.840 \cdot 10^{22} \text{ Am}^2$  podendo a sua posição no espaço ser calculado de modo simples a partir das respectivas componentes.

O campo magnético medido à superfície da Terra é próximo do que corresponde a um dipolo centrado, ou seja, assemelha-se largamente ao campo representado no capítulo 1. A componente não dipolar é responsável por menos de 10 % do CMP. O ângulo entre os eixos magnético e geográfico deduzido do IGRF90 é de 10.9 graus.

## 2.8 Problemas

- 2.1: Escreva a expressão geral da Equação de Laplace em coordenadas curvilíneas e especifique para o caso das coordenadas esféricas e das coordenadas cilíndricas.
- 2.2: Determine a condição para que uma função representável por um polinómio de segundo grau (em coordenadas cartesianas) seja harmónico.
- 2.3: Verifique se as funções  $x/r^3$ ,  $x^2-y^2$ ,  $2z^2-x^2-y^2$  e  $\text{ztg}^{-1}(y/x)$  são funções harmónicas.
- 2.4: Verifique que se uma função  $f(x,y,z)$  é harmónica então  $\frac{\partial f}{\partial x}$  também o é.
- 2.5: A partir da expressão

$$P_n = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dp^n} (p^2 - 1)^n$$

determine a expressão dos quatro primeiros polinómios de Légendre. Verifique o acordo com a expressão

$$\frac{1}{l} = \frac{1}{r} \left[ 1 + \frac{r'}{r} \left( \frac{e^{i\psi} + e^{-i\psi}}{2} \right) + \left( \frac{r'}{r} \right)^2 \left[ \frac{3}{8} (e^{2i\psi} + e^{-2i\psi}) + \frac{1}{4} \right] + \left( \frac{r'}{r} \right)^3 \left[ \frac{5}{16} (e^{3i\psi} + e^{-3i\psi}) + \frac{3}{16} (e^{i\psi} + e^{-i\psi}) \right] + \dots \right]$$

utilizando a fórmula de Euler.

- 2.5: Verifique que os polinómios de Légendre verificam a relação:

$$P'_{n+1} + P'_n = \sum_{k=0}^n (2k+1) P_k$$

- 2.6: A partir das expressões dos polinómios de Légendre e da relação

$$P_{nm} = \text{sen}^m \theta \frac{d^m}{dp^m} P_n$$

verifique que obém a expressão

$$P_{nm} = \text{sen}^m \theta \frac{1}{2^n n!} \frac{d^{m+n}}{dp^{m+n}} (p^2 - 1)^n$$

- 2.7: Escreva a forma explícita de  $P_{20}$ ,  $P_{21}$  e  $P_{22}$ .
- 2.8: Indique a expressão que se pode obter para a representação em HES de um campo com simetria rotacional em torno de OZ.
- 2.9: Escreva a forma explícita das tesserais  $R_{11}$ ,  $R_{12}$ ,  $S_{11}$  e  $S_{12}$ .
- 2.10: A partir da expressão (2.49) determine o valor da componente dipolar do CMP para um ponto situado na latitude  $45^\circ$ .
- 2.11: Utilizando os coeficientes do IGRF2000 listados na tabela 2.1 determine as coordenadas do polo na aproximação do dipolo axial centrado (equações 2.52)  
Resposta:  $\lambda = 10.5^\circ$ ;  $\phi = 288.4^\circ$
- 2.12: Supondo que a aproximação do dipolo axial centrado, e considerando os coeficientes do IGRF2005  $g^{10} = -29\,557 \text{ nT}$ ,  $g^{11} = -1\,672 \text{ nT}$ ,  $h^{11} = 5\,080 \text{ nT}$ , (a) determine a expressão das componentes X, Y e Z do campo num observatório localizado em Lisboa (lat=  $39^\circ\text{N}$ , long= $9^\circ\text{W}$ ) (b) Calcule o momento do dipolo correspondente. (c) calcule o ângulo entre o eixo do dipolo e o eixo da Terra. Considere  $R_T = 6371 \text{ km}$ .

2.13: A tabela seguinte apresenta os valores do momento dipolar e da localização do polo na aproximação do dipolo axial centrado:

| Época | Momento Dipolar $Tm^3$ | Co-latidade | Longitude Este |
|-------|------------------------|-------------|----------------|
| 1990  | 7.84                   | 10.8        | 289.0          |
| 1980  | 7.91                   | 11.2        | 289.2          |
| 1970  | 7.97                   | 11.4        | 289.8          |
| 1960  | 8.02                   | 11.5        | 290.5          |
| 1950  | 8.07                   | 11.5        | 291.1          |
| 1900  | 8.27                   | 11.5        | 292.0          |
| 1850  | 8.47                   | 11.5        | 295.6          |
| 1800  | 8.61                   | 10.8        | 301.0          |
| 1750  | 8.84                   | 10.1        | 305.4          |
| 1700  | 9.00                   | 8.3         | 314.6          |
| 1650  | 9.18                   | 7.0         | 322.3          |
| 1600  | 9.36                   | 5.4         | 330.3          |
| 1550  | 9.54                   | 3.1         | 334.1          |

Represente graficamente a variação do momento dipolar ao longo dos últimos 400 anos. Represente a variação da localização do polo. Critique os resultados.

2.14: Utilize a fórmula de Backus para estabelecer qual o comprimento de onda característico de uma expansão em HES até à ordem 10.

## 2.9 Bibliografia

- Backus G., R. Parker, C Constable, (1996) *Foundations of Geomagnetism*, Cambridge University Press, pp 369.
- Langel, RA, Estes, RH, (1982). A geomagnetic field spectrum. *Geophys. Res. Lett.* 9, 250-253.
- McElhinny, M W, (1972) *Palaeomagnetism and Plate Tectonics*, Cambridge University Press, pp 358.
- Sommerfeld, A., (1952) *Electrodynamics*, Lectures on Theoretical Physics, Vol III, Academic Press.
- Stacey, Frank D, (1992) *Physics of the Earth*, Brookfield Press, GPO Box 738, Kenmore, Brisbane 4069, Australia. P 1-513.

## Cap 3 – O MAGNETISMO DAS ROCHAS

### 3.1 Introdução

Como se discutiu anteriormente, o CMT medido à superfície corresponde à sobreposição de três componentes distintas: a primeira tem por origem o núcleo externo e designa-se por **campo magnético principal** – CMP – a segunda tem por origem os fenômenos físicos que ocorrem na ionosfera e no exterior da Terra e designa-se por **campo externo** – CE – e a terceira tem por fonte a interação com as formações geológicas que constituem no essencial a crosta (e eventualmente parte do manto superior) e designa-se **por campo crustal**.

Podemos retirar o CMP aos valores medidos do CMT, utilizando para tal um modelo matemático do tipo IGRF. Podemos retirar o CE realizando médias temporais sobre os dados observados. Ao valor residual assim obtido, que supomos integrar a influência crustal damos habitualmente o nome de “Anomalia Magnética”. Na figura seguinte apresenta-se uma compilação recente das anomalias magnéticas crustais (Purucker, M. E., 2007).

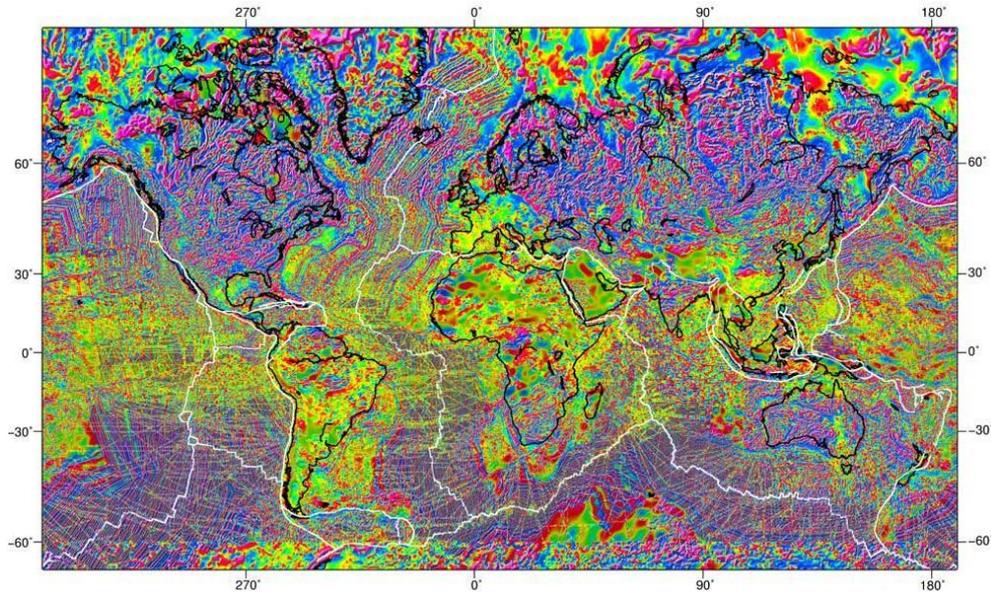


Figura 3.1 – Campo Magnético da Terra de origem crustal

Estas anomalias são atribuídas essencialmente a variações laterais da **magnetização** das rochas e podem atingir alguns milhares de nT em casos excepcionais de formações com teores elevados de magnetite. De um modo geral estas anomalias caracterizam-se por um número-de-ondas reduzido e inferior à centena de quilómetros, se bem que existem casos, como o da anomalia de Bangui, na África Central, onde a extensão lateral ultrapassa os 250 km por 700 km, para uma amplitude de cerca de 500 nT.

## 3.2 Magnetização das Rochas

### 3.2.1 Tipos Básicos de Comportamento Magnético das Rochas

O campo magnético gerado por uma formação geológica, num ponto P de coordenadas  $\vec{r}$  pode ser determinado matematicamente por uma expressão do tipo :

$$\vec{F}_a(\vec{r}) = -\frac{\mu_0}{4\pi} \text{grad}_P \iiint \vec{M}(\vec{r}') \times \text{grad}_Q \left( \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) dv \quad (3.1)$$

desde que conheçamos o valor que a magnetização volúmica  $\vec{M}$  assume para cada elemento de volume (dv) dessa rocha, sendo Q ( $\equiv \vec{r}'$ ) o ponto corrente sobre a formação.

A magnetização volúmica é função da *história magnética* da rocha, que determina a magnetização remanescente do material, e do *campo magnético ambiente*, que determina a magnetização induzida. De uma forma mais ou menos complexa, a magnetização volúmica é gerada pelo CMP, pelo que se torna necessário conhecer de que maneira e por que processos essa influência é realizada. De uma forma simplificada, podemos partir de uma expressão do tipo :

$$\vec{M} = \chi \vec{H} + \vec{M}^R \quad (3.2)$$

em que o termo  $\chi \vec{H}$  corresponde à componente induzida - que existe apenas na presença de um campo magnético ambiente - e o termo  $\vec{M}^R$  à componente remanescente da magnetização, que corresponde à componente *permanente* da magnetização. Ao parâmetro  $\chi$  chamamos susceptibilidade magnética, que no SI é adimensional.

A medida da importância relativa da magnetização remanescente em relação à magnetização induzida é dada pela razão de Koenigsberger :

$$Q = \frac{|\vec{M}^R|}{|\chi \vec{H}|} \quad (3.3)$$

O valor de  $\chi$  não é necessariamente constante para uma dada substância, podendo ser função do valor do campo **H**. Assim apresentam-se nas tabelas uma gama de valores de  $\chi$ , para cada rocha ou mineral, assim como o seu valor "médio", que corresponde a uma média pesada de observações laboratoriais.

Nas tabelas seguintes apresentam-se os valores das susceptibilidades magnéticas de várias rochas e minerais.

| Tipo         | $\chi$ (SI)    |
|--------------|----------------|
| Dolomite     | -12.5 a 44     |
| Calcário     | 10 a 25000     |
| Arenito      | 0 a 21000      |
| Xisto        | 315 a 3000     |
| Gneisse      | 125 a 25000    |
| Serpentinite | 3100 a 75000   |
| Granito      | 10 a 65        |
| Riolite      | 250 a 37700    |
| Gabro        | 800 a 76000    |
| Basaltos     | 500 a 182000   |
| Peridotite   | 95500 a 196000 |

Tabela 3.1 - Susceptibilidades Magnéticas de Algumas Rochas (unidades  $10^{-6}$ SI)

| Tipo        | $\chi$ (SI) |
|-------------|-------------|
| Grafite     | -80 a -200  |
| Quartzo     | -15         |
| Sal Gema    | -10         |
| Calcopirite | 400         |

| Tipo      | $\chi$ (SI)                |
|-----------|----------------------------|
| Pirite    | 50 a 500                   |
| Hematite  | 420 a 38000                |
| Pirrotite | 1250 a $6.3 \times 10^6$   |
| Ilmenite  | 314000 a $3.8 \times 10^6$ |
| Magnetite | 70000 a $2 \times 10^7$    |

Tabela 3.2 - Susceptibilidades Magnéticas de Alguns Minerais (unidades  $10^6$ SI)

Apesar de haver uma grande variedade nos valores apresentados, é possível dizer que as rochas sedimentares apresentam os valores mais baixos de susceptibilidade média e as rochas ígneas (ou básicas) os mais altos. De uma forma geral as rochas máficas são mais magnéticas que as siliciosas : os basaltos são mais magnéticos que os riolitos e os gabros mais magnéticos que os granitos. Para a mesma composição química as rochas extrusivas têm magnetização remanescente mais alta e susceptibilidade mais baixa que as intrusivas - têm razões de Koenigsberger superiores. Nas rochas sedimentares e metamórficas os valores da magnetização são muito baixos.

Em todos os casos, o valor da susceptibilidade depende da quantidade de minerais ferrimagnéticos presentes, em especial a magnetite (por vezes a ilmenite ou a pirrotite).

Se bem que a mecânica quântica enquadre o estudo do comportamento magnético dos materiais, podemos adoptar aqui uma aproximação essencialmente fenomenológica que é suficiente para a Geofísica.

O modelo simples da estrutura atómica considera um núcleo central de carga eléctrica positiva, à volta do qual orbita um cortejo de electrões que giram igualmente em torno dos respectivos eixos. Sabemos do electromagnetismo clássico que uma carga eléctrica em movimento gera um campo magnético, contudo, em muitas substâncias os dipolos atómicos magnéticos dispõem-se aleatoriamente pelo que o momento magnético total é nulo. Os átomos possuem momento dipolar magnético devido ao movimento orbital do cortejo electrónico e devido ao momento dipolar intrínseco dos electrões, que se designa por spin. Há ainda uma contribuição, mais reduzida, do núcleo.

Consideram-se habitualmente alguns tipos básicos de comportamento magnético dos materiais: diamagnetismo, paramagnetismo, ferromagnetismo, ferrimagnetismo e antiferromagnetismo. Estes comportamentos assentam em mecanismos físicos distintos, e por isso não podem ser interpretados como alternativos. As rochas (e/ou os minerais) são também classificados desta maneira, de acordo com o comportamento dominante que por nós é observado.

### 3.2.2 Diamagnetismo

Do ponto de vista heurístico, uma substância diz-se **diamagnética** quando tem uma susceptibilidade magnética ( $\chi$ ) negativa, isto é, a magnetização induzida na substância pelo campo  $\vec{H}$  tem uma direcção contrária à do campo. Se bem que o comportamento diamagnético apenas domine num conjunto de materiais, o diamagnetismo em si é uma propriedade geral de todos os materiais pois o movimento orbital dos seus electrões, na presença de um campo externo  $\vec{H}$  é tal que se opõe ao campo.

Consideremos uma carga eléctrica  $e$  animada de velocidade  $\vec{v}$  (e.g. um electrão em órbita, num modelo clássico de tipo "planetário") sob a acção de um campo magnético  $\vec{B}$  sofre uma força de Lorentz dada por:

$$\vec{F} = e \vec{v} \times \vec{B} \quad (3.3)$$

De acordo com o Teorema de Larmor o movimento dos electrões à volta do núcleo central sob a acção de um campo magnético  $\vec{B}$  corresponde, numa primeira aproximação, à sobreposição do movimento que seria observado na ausência de  $\vec{B}$  com uma precessão, cuja frequência angular  $\omega_L$  é dada por:

$$\omega_L = \frac{eB}{2m_e} \quad (3.5)$$

A precessão de  $Z$  electrões ( $Z$ , número atómico), corresponderá a uma corrente eléctrica dada por:

$$I = \frac{-Ze}{f_L} = \frac{-Ze^2}{4\pi m_e} \quad (3.6)$$

em que  $f_L = 2\pi/\omega_L$ . O momento magnético (que se opõe a  $\vec{B}$ ) pode ser calculado multiplicando a intensidade de corrente pela área da espira:

$$\mu_d = -\frac{Ze^2\langle\rho^2\rangle}{4m_e}B \quad (3.7)$$

sendo  $\langle r^2 \rangle$  a distância média dos electrões ao eixo dos zz, que supomos coincidir com a direcção do campo  $\vec{B}$ , e Z o número atómico. A susceptibilidade diamagnética é então dada por:

$$\chi_d = \frac{M}{H} = \frac{n\mu_d\mu_0}{B} = -\frac{\mu_0 n Z e^2 \langle r^2 \rangle}{6m_e} \quad (3.8)$$

uma vez que, para uma distribuição simétrica de carga,  $\langle x^2 \rangle = \langle y^2 \rangle = \langle z^2 \rangle$ , pelo que  $\langle \rho^2 \rangle = \frac{2}{3} \langle r^2 \rangle$  e onde n é o número de átomos por unidade de volume. Este é o modelo de **diamagnetismo de Langevin**.

A determinação da susceptibilidade diamagnética reduz-se assim à determinação de  $\langle r^2 \rangle$  correspondente à distribuição electrónica do átomo em questão. Esta distribuição pode ser calculada pela Mecânica Quântica.

O efeito diamagnético é reduzido, quando comparado com outras formas de comportamento magnético que descrevemos seguidamente, pelo que muitas vezes não prevalece (isto é, as outras formas de magnetismo sobrepõem-se ao diamagnetismo). Muitos compostos e elementos simples exibem diamagnetismo. Os materiais diamagnéticos mais comuns existentes na crosta terrestre são a grafite, o mármore, o quartzo, os feldspatos e os evaporitos.

### 3.2.3 Paramagnetismo

Do ponto de vista heurístico, uma rocha (ou um mineral) diz-se **paramagnética** quando apresenta *uma susceptibilidade magnética ( $\chi$ ) macroscópica positiva*, isto é, a magnetização induzida na substância pelo campo  $\vec{H}$  tem a mesma direcção que o campo aplicado.

Esta situação ocorre quando o comportamento **paramagnético** é dominante. O paramagnetismo é dominante nas substâncias cujos átomos possuem sub-camadas não completamente preenchidas. São exemplos deste comportamento as séries de elementos Ca<sub>20</sub> - Ni<sub>28</sub>, Nb<sub>41</sub>-Rh<sub>45</sub>, La<sub>57</sub>-Pt<sub>78</sub>, Th<sub>90</sub>-U<sub>92</sub> e os seguintes minerais: piroxena, olivina, biotite e anfíbolite. Este efeito decresce com a temperatura.

Qual a origem do comportamento paramagnético? Um modelo físico explicativo do paramagnetismo pode ser realizado com o recurso à física clássica: consideremos um modelo simplificado de um material, assimilando-o a um conjunto de dipolos magnéticos elementares sem interacções. A resposta de um sistema deste tipo, medida pela magnetização volumica induzida, será dada por:

$$M^v = \frac{1}{V} \frac{\sum \vec{\mu}_i \cdot \vec{B}}{|\vec{B}|} = N\mu \langle \cos \theta \rangle \quad (3.9)$$

em que  $\theta$  é o ângulo entre o campo aplicado de intensidade B e o momento elementar e N o número de dipolos de momento  $\vec{\mu}_i$  por unidade de volume. Se considerarmos que existe uma pequena interacção entre os dipolos elementares, e sabendo que os dipolos correspondentes a pequenos valores de  $\theta$  serão favorecidos, podemos determinar o valor médio  $\langle \cos \theta \rangle$  utilizando a estatística de Boltzmann:

$$\langle \cos \theta \rangle = \frac{\sum_j \cos \theta_j e^{-\frac{E_j}{kT}}}{\sum_j e^{-\frac{E_j}{kT}}} \quad (3.10)$$

em que o termo energia tem o valor:

$$E_j = -mB \cos \theta_j \quad (3.11)$$

se o número de dipolos for muito grande, podemos considerar uma distribuição contínua e re-arranjar a expressão (3.10) sob a forma:

$$\langle \cos \theta \rangle = \frac{\int_{-1}^1 \cos \theta e^{\frac{mB}{kT} \cos \theta}}{\int_{-1}^1 e^{\frac{mB}{kT} \cos \theta}} = \coth \frac{\mu B}{kT} - \frac{kT}{\mu B} \quad (3.12)$$

pelo que a magnetização volúmica  $M^v$  assume, para  $N$  dipolos por unidade de volume, o valor:

$$M^v = N\mu \left[ \coth \frac{\mu B}{kT} - \frac{kT}{\mu B} \right] \quad (3.13)$$

Em que o termo entre parenteses se designa por **função de Langevin**. Quando  $B$  tende para zero ou  $T$  tende para infinito  $\coth(x)$  tende para  $1/x$ , pelo que  $M$  tende para zero. Quando  $B$  tende para infinito o termo em  $\coth$  tende para 1 (verifique a partir da definição) e o segundo termo de (3.8) tende para zero, pelo que a magnetização tende para  $N\mu$ , ou seja, a saturação.

Se expandirmos a  $\coth$  até ao segundo grau do argumento:

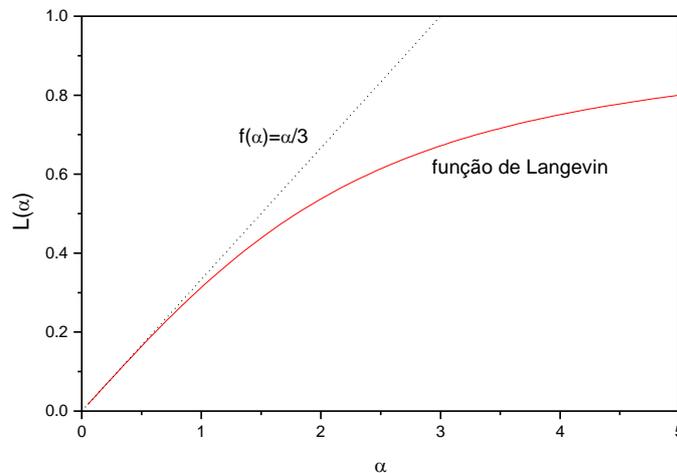
$$\coth a - \frac{1}{a} \approx \frac{a}{3} \quad (3.14)$$

teremos:

$$M^v = \frac{Nm^2 B}{3kT} \Rightarrow \chi = \mu_0 \frac{M^v}{B} = \frac{m_0 N m^2}{3kT} \quad (3.15)$$

que mostra que a susceptibilidade quando o argumento da função de Langevin é menor que 1 (o que se verifica nas situações geologicamente razoáveis) é inversamente proporcional à temperatura absoluta. Esta é a **Lei de Curie da susceptibilidade paramagnética** que se aplica às situações típicas do magnetismo das rochas.

*Figura 3.2 – Função de Langevin. Para valores do argumento  $\alpha$  menores que a unidade esta função iguala  $\alpha/3$*



Este modelo clássico descreve o que se designa por **paramagnetismo de Langevin**. Aplica-se a todos os conjuntos de partículas com momentos suficientemente grandes para que o tratamento quântico seja significativo (superparamagnetismo) ou pode ser visto como o caso limite do tratamento quântico, para situações em que os números quânticos são muito grandes.

### 3.2.4 Ferromagnetismo

#### 3.2.4.1 Interação de Troca e Temperatura de Curie

As substâncias dia e paramagnéticas apresentam sempre magnetizações muito reduzidas, quando comparadas com substâncias como o ferro, o cobalto e o níquel, que exibem magnetizações elevadas, sendo as suas propriedades conhecidas como **ferromagnetismo**. Note que no modelo de paramagnetismo que apresentámos

os dipolos magnéticos elementares foram considerados como independentes. Nos materiais ferromagnéticos existe uma interacção entre eles, capaz de gerar uma magnetização elevada.

No quadro da física clássica não é possível descrever o comportamento ferromagnético, uma vez que este é condicionado essencialmente pelo momento magnético associado ao *spin* dos electrões, que não tem análogo clássico.

Se se aplicarem as regras definidas anteriormente para determinar a distribuição electrónica da primeira série dos elementos de transição da tabela periódica, veremos que os elementos sucessivos correspondem ao preenchimento da subcamada 3d ( $n=3, l=2$ ). O momento total de spin atinge um máximo quando a subcamada 3d está semi-preenchida, com 5 electrões desemparelhados, reduzindo-se de novo à medida que os orbitais vão sendo ocupados com dois electrões anti-paralelos. O número quântico de spin máximo é assim de 5/2 uma vez que as primeiras três camadas ( $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$ ) similares ao Argon correspondem a orbitais completamente preenchidos.

Vejamos o que ocorre no caso dos óxidos de ferro, de particular interesse para a geofísica. No processo de ionização dos iões  $Fe^{2+}$  e  $Fe^{3+}$  os primeiros electrões a ser removidos são os que pertencem à sub-camada 4s. Os iões formados  $Fe^{2+}=(Ar)3d^6$  e  $Fe^{3+}=(Ar)3d^5$  podem ser encarados como dipolos magnéticos microscópicos (paramagnéticos), com spin  $4\beta$  e  $5\beta$ , respectivamente. O Oxigénio, que participa nos óxidos de ferro, tem a estrutura electrónica  $1s^2 2s^2 2p^4$ , e com a captura de 2 electrões, transforma-se num anião com estrutura electrónica semelhante à do Ne.

Quando o comportamento dos momentos magnéticos elementares se pode considerar como *independente*, estamos, como vimos já, na situação descrita como paramagnetismo. Contudo, alguns materiais demonstram a propriedade de gerar a *cooperação* entre os momentos magnéticos elementares, abrangendo uma região significativa da rede cristalina. O mecanismo responsável por esta cooperação denomina-se *interacção de troca*, e tem como origem a sobreposição dos orbitais entre iões vizinhos da rede cristalina. No caso dos óxidos de ferro essa sobreposição envolve os orbitais 3d, e utiliza como intermediário o anião  $O^{2-}$ .

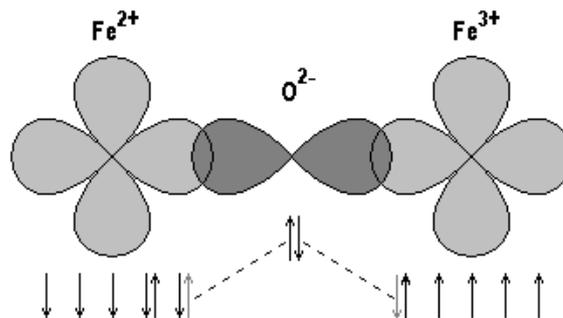


Figura 3.3 – Interação de troca indirecta entre dois cátions Ferro e um anião Oxigénio. Os dois cátions adquirem uma orientação de spin coerente anti-paralela.

Quando um dos cátions que participa na interacção tem a sub-camada 3d menos que meia preenchida e o outro cátion mais que meia preenchida, os dois cátions aquirem uma orientação de spin coerente paralela (acoplamento paralelo); em todos os outros casos o acoplamento é anti-paralelo.

A eficácia da interacção depende da fracção de sobreposição dos orbitais, que por sua vez depende das distância interatómicas na rede cristalina, e do ângulo da ligação metal-oxigénio-metal, que deve ser próximo de  $180^\circ$ .

A interacção de troca entre um átomo  $i$  e os átomos vizinhos  $j$  pode ser quantificada por um termo energia, com a forma:

$$E_{tr} = -2 J_{ij} S_i S_j \tag{3.16}$$

em que  $J_{ij}$  é a **constante de energia de troca**, e pode ser positiva (acoplamento paralelo) ou negativa (acoplamento anti-paralelo). Note que o alinhamento entre os spins, mesmo no caso mais simples de um par de átomos idênticos ( $E_{tr}=-2JS^2 \cos\theta$ ), apenas será perfeitamente alinhado quando a temperatura é de zero absoluto; a temperaturas finitas, a agitação térmica perturba o alinhamento entre spins e, existe um valor da temperatura para a qual a agitação térmica fornece a energia necessária ( $kT_c \sim 4JS^2$ ) para destruir o acoplamento entre os spins. Esta é a **Temperatura de Curie**.

Uma interacção onde  $J$  seja positivo é denominada **ferromagnética**. No caso em que  $J$  é negativo é denominada **antiferromagnética**.

Nos materiais antiferromagnéticos, o acoplamento anti-paralelo conduz a que haja um cancelamento entre os momentos magnéticos. Neste caso, a temperatura para a qual a ordem antiferromagnética é destruída designa-se por Temperatura de Neel, e acima dela o material recupera o comportamento paramagnético. Substâncias antiferromagnéticas são, por exemplo, MnO, FeO, CoO, NiO.

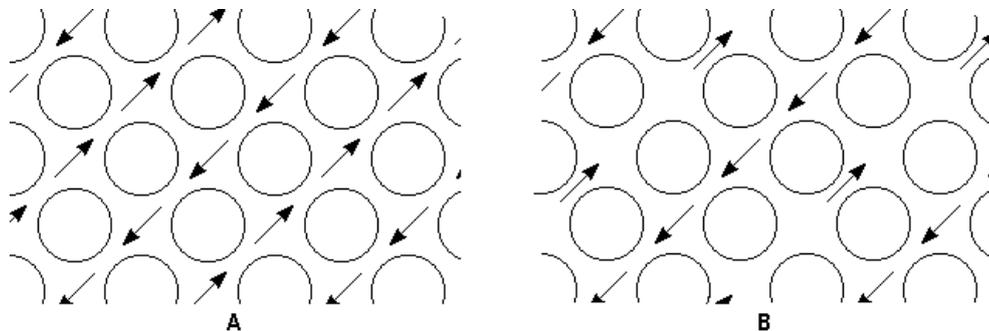


Figura 3.4 – Representação esquemática da diferença entre a ordem antiferromagnética (a) e ferrimagnética (b).

Na Magnetite  $Fe_3O_4$  a ordem é essencialmente semelhante ao antiferromagnetismo, mas as sub-redes cristalinas acopladas anti-paralelamente não se cancelam totalmente, sendo o momento magnético global diferente de zero, situação esta que se designa por **ferrimagnetismo**. Tal pressupõe que um dos conjuntos de domínios tem um alinhamento magnético mais forte ou, então, que existem mais domínios numa direcção do que na outra. Outros exemplos são a magnetite, a titanomagnetite e a ilmenite, os óxidos de ferro ou ferro e titânio; a pirrotite é um mineral magnético do segundo tipo. Praticamente todos os minerais magnéticos são ferrimagnéticos.

A susceptibilidade dos minerais antiferromagnéticos, se bem que baixa, é muito estável. Na hematite, por exemplo, os dois conjuntos de domínios estão ligeiramente “desalinhados” pelo que uma amostra de hematite possui sempre uma magnetização permanente não nula (antiferromagnetismo direccional). Uma situação semelhante pode ocorrer nos casos em que a magnetização permanente não nula é gerada por defeitos cristalinos.

#### 3.2.4.2 A série ternária $FeO$ , $TiO_2$ , $Fe_2O_3$

Os minerais que contribuem de forma mais decisiva para a magnetização das rochas pertencem à série ternária  $FeO$ - $TiO_2$ - $Fe_2O_3$ , representada na figura 3.5.

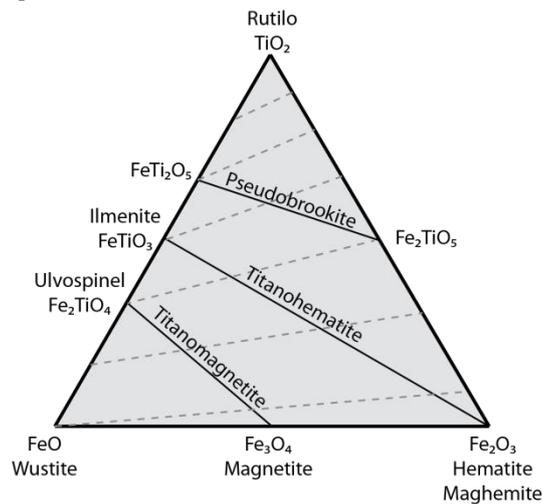


Figura 3.5 – Sistema ternário  $FeO$ - $TiO_2$ - $Fe_2O_3$ , onde se mostram as soluções sólidas mais importantes para a magnetização das rochas terrestres. As linhas a tracejado indicam séries de idêntica razão  $Ti:Fe$ .

No sistema ternário representado na figura 3.5, devem-se distinguir, pela sua importância, os óxidos cúbicos Magnetite ( $Fe_3O_4$ ), Maghemite ( $\gamma$ - $Fe_2O_3$ ) e as soluções sólidas de Magnetite em Ulvospinel ( $Fe_2TiO_4$ ), denominadas titanomagnetites. Para além destas temos ainda os minerais romboédricos como a Hematite ( $\alpha$ - $Fe_2O_3$ ) e as suas soluções sólidas com a Ilmenite ( $FeTiO_3$ ), designadas por titano-hematites.

A Pirrotite ( $\text{FeS}_{1+x}$ ,  $0 < x < 0.14$ ) é o único sulfureto de ferro que é ferrimagnético. A sua temperatura de Néel, de transição para o estado paramagnético é de  $300^\circ\text{C}$ . Para baixo desta temperatura, é antiferromagnético quando  $0 < x < 0.09$  e ferrimagnético se  $0.09 < x < 0.14$ .

### 3.2.4.3 Ciclo de Histerese

Quando uma substância ferromagnética, inicialmente desmagnetizada, é colocada sob a influência de um campo magnético aplicado  $\vec{H}$ , ela irá manifestar uma certa magnetização. Se aumentarmos gradualmente a intensidade do campo aplicado, obteremos uma curva semelhante à representada na figura 3.6.

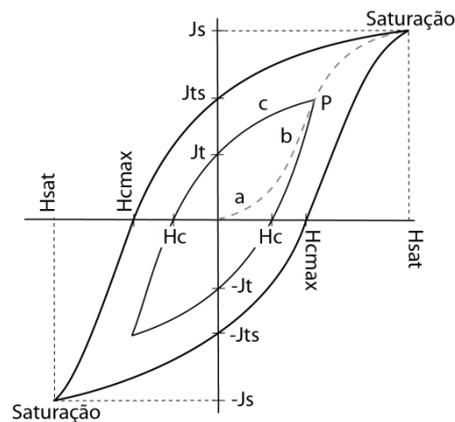


Figura 3.6 – Curva de Histerese para um material ferromagnético

À medida que o campo aplicado  $\vec{H}$  cresce, a susceptibilidade magnética – que corresponde simplesmente ao declive da curva  $\vec{J}$  vs  $\vec{H}$ , vai crescendo, descrevendo o ramo **a** da curva, para valores reduzidos de  $\vec{H}$ , podemos observar reversibilidade, ou seja, se diminuirmos o campo aplicado a magnetização induzida reduzir-se-á também, anulando-se quando  $\vec{H}$  se anular também.

Se aumentarmos o campo aplicado até atingirmos o ramo **b**, deixaremos de observar reversibilidade na curva: ao diminuirmos o campo aplicado, a magnetização induzida percorrerá o ramo **c**, obtendo-se assim uma **magnetização remanescente isotérmica – IRM - J<sub>r</sub>**. Quanto maior for o valor de  $\vec{H}$  atingido, maior será o valor da IRM. Existe contudo um valor de campo aplicado, denominado campo de saturação ( $H_{\text{sat}}$  na figura) a partir do qual não se observa crescimento na IRM. Designa-se igualmente por IRM de saturação ( $J_s$ ) este valor máximo da magnetização assim obtido.

Para cada material ferromagnético e cada temperatura, existe um valor de magnetização de saturação. A magnetização de saturação diminui quando a temperatura absoluta aumenta, anulando-se na temperatura de Curie característico de material ferromagnético.

Se se inverter o sentido do campo  $\vec{H}$  aplicado a IRM pode ser anulada. Ao valor do campo aplicado necessário para o fazer designa-se por  $H_c$ , **força coerciva**.

### 3.2.4.4 Energia Magnetostática e Factor de Desmagnetização

Quando a magnetização adquirida por um corpo gera um campo “externo” ele irá possuir uma determinada energia magnetostática, ou energia de auto-desmagnetização. Esta vai depender essencialmente da forma do corpo magnetizado.

Consideremos o caso (apresentado na figura 3.6) de um corpo de forma elipsoidal, que se encontra magnetizado. A distribuição interna da polarização magnética gera um campo exterior que é semelhante ao gerado por uma distribuição teórica de monopólos Norte e Sul distribuídos à superfície do corpo, da forma indicada na figura.

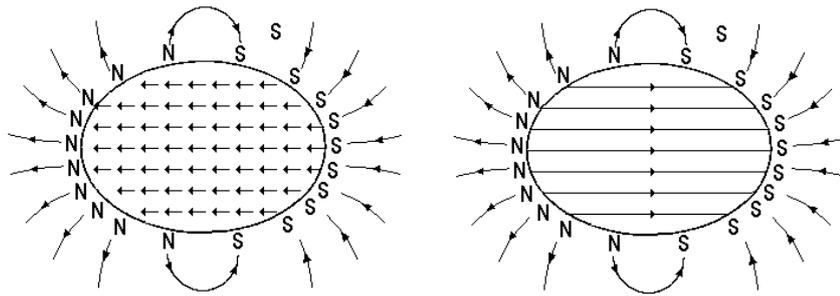


Figura 3.7 – O campo “externo” gerado por um elipsóide dotado de uma determinada magnetização volúmica (à esquerda) pressupõe a existência de um campo “interno” que lhe está indissociavelmente ligado e cuja direcção é contrária à da magnetização.

Esta distribuição de “polos magnéticos” é compatível com a existência de um campo interno, que se denomina **campo desmagnetizador** cuja direcção é contrária à da magnetização do corpo. Os campos “externo” e “interno” são inseparáveis, interdependentes e complementares. A designação *desmagnetizador* provém apenas do facto de a direcção do campo interno ser contrária à da magnetização mas este campo **não gera qualquer desmagnetização**.

O campo interno é uniforme quando a magnetização é uniforme e é dado por:

$$\vec{H}_d = - N\vec{M} \quad (3.17)$$

em que N se designa **factor de desmagnetização**. N depende da forma do corpo, e os seus valores foram tabulados para os elipsóides por Stoner e Osborne em 1945, variando os valores obtidos entre 0 e 1 (SI). Uma esfera, por exemplo, tem factores de desmagnetização de 1/3, 1/3 e 1/3, respectivamente.

| a/b   | Na     | Nb     |
|-------|--------|--------|
| 0     | 0.1    | 0.4500 |
| 0.01  | 0.9845 | 0.0077 |
| 0.1   | 0.8608 | 0.0696 |
| 0.5   | 0.5272 | 0.2364 |
| 1.0   | 0.3333 | 0.3334 |
| 2.0   | 0.1736 | 0.4132 |
| 5.0   | 0.0558 | 0.4721 |
| 10.0  | 0.0203 | 0.4899 |
| 50.0  | 0.0014 | 0.4993 |
| 100.0 | 0.0004 | 0.4998 |

Tabela 3.3 – Factores de Desmagnetização para elipsóides de revolução, com eixo polar a e eixo equatorial b.

A energia magnetostática associada **por unidade de volume** terá o valor

$$E_m = \frac{1}{2} NJ^2 \quad (3.18)$$

em que J é a magnetização volúmica e N é o factor de desmagnetização segundo a direcção de magnetização.

### 3.2.4.5 Domínios Magnéticos

Quando um grão ferromagnético *s.l.* é magnetizado, verifica-se que a distribuição dos dipolos magnéticos elementares no seu interior tem tendência a se re-arranjar de modo a ser alcançada uma situação de energia magnetostática mínima. Tal é alcançado através da criação de domínios magnéticos dentro dos quais a direcção da magnetização apresenta uma direcção consistente, e que estão separados uns dos outros por paredes, que se podem re-arranjar, com algumas limitações, em função da sua magnetização.

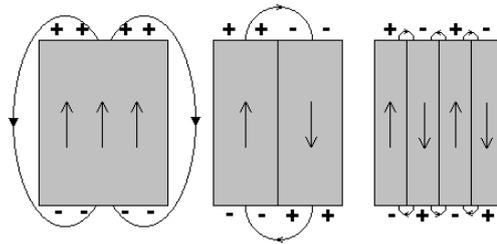


Figura 3.8 – Esquema de subdivisão de um grão ferromagnético em domínios.

A subdivisão em domínios termina quando a energia necessária para formar uma parede suplementar fôr superior ao ganho de energia magnetostática com a nova configuração.

A magnetização permanente da maioria das rochas é gerada por grãos que contêm um número pequeno de domínios magnéticos. As rochas caracterizadas por grãos de grande dimensão apresentam um número elevado de domínios por grão, de tal forma que a magnetização total pode ser nula. Sob a acção de um campo externo ocorre remagnetização, que se traduz pelo crescimento de uns domínios à custa dos outros, pelo que a magnetização deste tipo de rochas é habitualmente fraca e instável.

A transição entre as direcções de magnetização de dois domínios adjacentes não varia de forma abrupta. A “largura” das paredes varia entre 100 e 1000 Å, sendo a energia correspondente proporcional à área A da parede:

$$E_w = Aw; \tag{3.19}$$

em que a constante w tem o valor  $w = 0.5 \cdot 10^{-3} \text{ Jm}^{-2}$ . No domínio interior a estas paredes os dipólos vão sendo gradualmente impossibilitados de mudar a sua direcção preferencial.

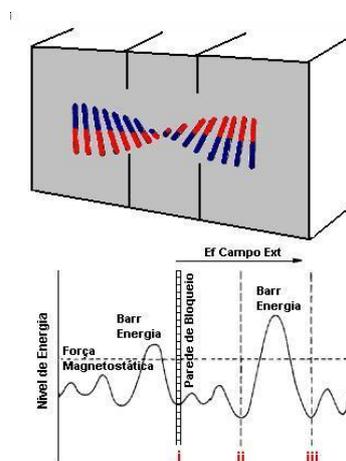


Figura 3.9 – Variação de Energia Magnetostática através de uma parede entre domínios

Na ausência de qualquer campo externo os domínios auto acomodam-se reduzindo a energia magnetostática. Quando da aplicação de um campo magnético fraco a um sistema de domínios encerrados, os que estão paralelos ao campo aplicado crescem por extensão das suas paredes de bloqueio, em detrimento dos domínios não alinhados.

Seguindo a figura 3.9, quando é aplicado um campo externo, a parede de bloqueio estende-se de (i) a (ii) atravessando pequenas barreiras de energia inerentes aos cristais e ainda têm a hipótese de voltar à posição inicial quando retirado o campo. Quando o campo aplicado é muito forte, a parede estende-se até à posição (iii), passando a maior barreira de energia, já não podendo assim, voltar à sua posição inicial. Então o material reterá, como vimos, uma magnetização remanescente isotérmica IRM associada aos domínios que permanecem dilatados. Se for aplicado um campo magnético ainda mais forte, então perante um determinado valor  $H_s$

(campo aplicado de saturação) todos os possíveis movimentos das paredes dos domínios ultrapassaram as barreiras de energia, de tal modo que o material se torna magneticamente saturado ( $M_s$ ).

No entanto, se considerarmos períodos extensos de tempo, a activação térmica permite que individualmente os átomos passem sobre a barreira de energia e se reponha a configuração inicial.

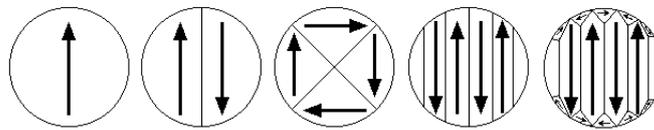
Mesmo em campos fortes o spin interno dos electrões individuais força-os a alinharem-se com o campo aplicado. A energia necessária para a rotação destes dipólos é muito maior do que a que seria necessária para mover as paredes de bloqueio dos domínios e, na remoção do campo aplicado, a amostra retoma o seu valor saturado.

Nos materiais com grãos muito pequenos não há lugar à formação de paredes. Os grãos resultantes denominam-se de *domínio singular* (SD), e apenas campos fortes possibilitam a rotação dipolar individual. A aplicação de um campo forte segundo um determinado ângulo com a direcção cristalográfica ‘fácil’ de uma partícula SD, faz com que os dipólos rodem, alinhando-se com o campo aplicado, no entanto, os dipólos relaxarão para as suas direcção ‘fáceis’ depois de removido o campo aplicado. Este comportamento SD é particularmente importante em rochas que contenham frequentemente material de grão fino, sobre o qual um campo magnético fraco (comparável ao da Terra) não tem efeito. Assim a magnetização pode permanecer estável para prolongados períodos de tempo.

Os grãos mono-domínio são em princípio muito difíceis de re-magnetizar uma vez que é necessário realinhar a posição de todos os átomos em simultâneo. Esta situação é particularmente importante nos grãos mono-domínio de maiores dimensões de magnetite (~1 micron). No caso dos grãos mono-domínio de muito pequena dimensão (~ 0.05 micra) a magnetização permanente persiste apenas uma fracção de segundo. Entre estes dois extremos a magnetização permanente pode persistir por períodos comparáveis à idade da Terra. Os grãos mais pequenos que o limite crítico (0.05 micra) são denominados **superparamagnéticos** uma vez que o seu comportamento os aproxima dos materiais paramagnéticos.

No caso dos grãos multi-domínio de pequenas dimensões (entre 1 e 20 micra para a magnetite), não é possível obter-se arranjos dos domínios magnéticos que gerem magnetização global nula. Estes grãos, denominados “pseudo mono-domínio” são muito importantes para o paleomagnetismo, mas a sua física é ainda pouco conhecida (Sleep e Fujita, 1997).

Figura 3.10– Estruturas possíveis de domínios magnéticos em grãos de magnetite.



Em que condições é que há lugar à formação de grãos SD, MD ou PSD ? Kittel (1949, em McElhinny, 1976) apresenta o seguinte cálculo simplificado:

A energia magnetostática de um grão esférico de diâmetro  $d$ , e magnetização de saturação  $J_s$ , no caso do SD tem, de acordo com a equação (3.18) o valor:

$$E_1 = \frac{1}{2} NJ_s^2 \cdot v = \frac{p}{12} NJ_s^2 d^3 = \frac{1}{9} J_s^2 d^3 \quad (3.20)$$

em que  $v$  é o volume do grão e o factor de desmagnetização tem para a esfera o valor de  $4\pi/3$ . Este valor é aproximadamente metade do que corresponde a um estado com dois domínios (cf figura 3.7). O diâmetro crítico  $d$  será aquele em que esta energia magnetostática iguala a energia associada à parede do domínio, dada pela equação (3.19):

$$E_w = \frac{1}{4} \pi d^2 w \quad (3.21)$$

onde supomos a parede circular, de diâmetro  $d$ . Sendo assim, o valor crítico do diâmetro  $d_0$ , será dado por:

$$d_0 = \frac{9}{2p} \frac{w}{J_s^2} \quad (3.22)$$

Para a magnetite ( $J_s=480 \text{ emu/cm}^3$ ) pelo que  $d_0=0.03\mu$ . Para a hematite ( $J_s=2.2 \text{ emu/cm}^3$ ) pelo que  $d_0=0.15\text{cm}$ . Uma vez que a dimensão dos grãos de hematite muito raramente ultrapassam esta dimensão, podemos considerar que a situação SD é a situação comum. Contudo, grãos de magnetite da ordem de grandeza de  $0.03\mu$  são, como vimos, superparamagnéticos, pelo que é necessário considerar as teorias de PSD e MD para descrever as propriedades das rochas que contêm magnetite ou titanomagnetites.

### 3.2.4.6 Teoria dos Grãos Mono-domínio

A magnetização de um conjunto de grãos monodomínio foi estudada por Néel, assumindo que as interações entre grãos são desprezáveis. Esta teoria é muito útil porque permite descrever alguma da fenomenologia mais importante das substâncias ferromagnéticas s.l.

Considere-se um material composto por um conjunto de grãos idênticos, com simetria uniaxial, cujos momentos magnéticos podem ser orientados segundo uma direcção, nos dois sentidos opostos. Os eixos destes grãos estão orientados de forma aleatória no espaço, pelo que a magnetização deste material pode ser nula. As propriedades magnéticas de cada grão deste material dependem da relação geométrica entre o eixo desse grão e o campo aplicado. No caso de terem a mesma direcção, a relação entre o campo aplicado e a magnetização, segue uma curva de histerese do tipo:

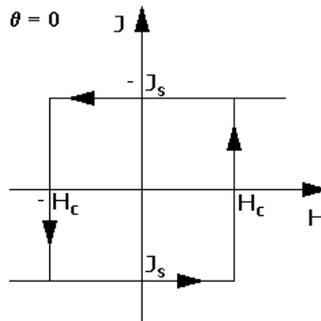


Figura 3.11 – Ciclo de histerese de uma partícula mono-domínio, em que o ângulo ( $\theta$ ) entre o campo aplicado e o eixo da partícula é nulo

Neste caso, a magnetização da partícula é nula até que o campo aplicado ultrapasse o valor da coercividade do grão. Quando se inverte o campo aplicado a magnetização (de saturação) permanece até que a intensidade do campo aplicado se torna simétrica da coercividade. A situação oposta ocorre quando o ângulo entre o campo aplicado e o eixo da partícula é de  $90^\circ$ . Neste caso o ciclo de histerese tem a forma:

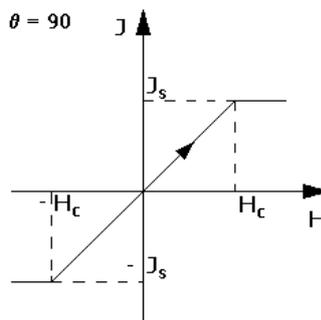


Figura 3.12 – Ciclo de histerese de uma partícula mono-domínio, em que o ângulo ( $\theta$ ) entre o campo aplicado e o eixo da partícula é de  $90^\circ$ .

A magnetização do grão é igual à magnetização de saturação  $J_s$  sempre que magnitude do campo aplicado ultrapassa o valor da coercividade  $H_c$  (cf  $-H_c$ ). Para valores inferiores, a relação é linear e não há histerese, em sentido estrito.

Uma vez que a orientação dos grãos é suposta aleatória, a curva de histerese resultante será semelhante à apresentada anteriormente (Figura 3.6).

A **energia interna de magnetização** de um grão monodomínio depende apenas da orientação do campo aplicado em relação ao seu eixo. No caso mais simples de um grão uniaxial, essa energia tem o valor:

$$E = Kvsin^2 \theta \tag{3.23}$$

em que  $K$  é a constante de anisotropia,  $v$  o volume do grão e  $\theta$  o ângulo entre o campo aplicado e o eixo do grão.

São três os factores que contribuem para a anisotropia magnética, a **anisotropia magnetocristalina**, a **anisotropia de forma**, e a **anisotropia gerada pelo tensão mecânica**. A coercividade está relacionada com a anisotropia através da relação:

$$H_c = \frac{2K}{\mu_0 J_s} \quad (3.24)$$

A anisotropia magnetocristalina é descrita por um parâmetro denominado *constante de anisotropia magnetocristalina*. A anisotropia de forma pode relacionar-se com os factores de desmagnetização:

$$K = \frac{1}{2}(N_b - N_a)J_s^2 \quad (3.25)$$

A anisotropia relacionada com a tensão é dada por:

$$K = \frac{3}{2}\lambda\sigma \quad (3.26)$$

onde  $\lambda$  é o coeficiente médio de magnetostricção e  $\sigma$  é a amplitude da tensão interna. A susceptibilidade “inicial” de um conjunto aleatório de grãos monodomínio é dada por:

$$\chi_s = \frac{J_s^2}{3K} \quad (3.27)$$

que, para a magnetite varia entre 0.1 e 1.0 e para a hematite é cerca de  $10^{-5}$  a  $10^{-4}$ , devido ao valor muito inferior da magnetização de saturação. Para grãos multidomínio a susceptibilidade depende apenas do factor de desmagnetização, e não é uma propriedade do material magnético.

#### 3.2.4.7 Viscosidade Magnética

Na ausência de um campo aplicado a energia interna de magnetização para um grão monodomínio uniaxial pode tomar dois valores nulos, correspondentes a  $\theta = 0$  e  $\theta = 180$  (cf eq. 3.23), cuja transição obriga a passar pela barreira de potencial:

$$E = Kv \quad (3.28)$$

correspondente a  $\theta = 90^\circ$ . A agitação térmica faz com que, qualquer que seja a temperatura absoluta T, exista uma fracção de grãos cuja energia térmica  $E_t = kT$  ultrapassa aquela barreira de potencial. Um conjunto de grãos deste tipo, com um momento magnético  $M_0$  irá convergir exponencialmente para um momento magnético nulo, de acordo com a relação:

$$M_T = M_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad (3.29)$$

em que t representa o tempo e  $\tau$  o tempo de relaxação. Este pode exprimir-se por:

$$\tau = \frac{1}{C} \exp\left(\frac{vK}{kT}\right) \quad (3.30)$$

em que C tem o valor aproximado de  $10^{10} \text{ s}^{-1}$ . Podemos substituir na expressão anterior o coeficiente de anisotropia K pela coercividade e magnetização de saturação, utilizando a expressão (3.24):

$$\tau = \frac{1}{C} \exp\left(\frac{vH_c \mu_0 J_s}{2kT}\right) \quad (3.31)$$

Quando o tempo de relaxação é muito pequeno (e.g.  $< 10^3 \text{ s}$ ) a magnetização uma vez adquirida é perdida “espontaneamente” pela agitação térmica. Grãos com estas características são denominados *superparamagnéticos*. Da expressão deduz-se que esta situação existe quando T é muito elevado ou quando v é muito pequeno.

Sendo assim, dado um valor de v, podemos determinar uma temperatura acima da qual o momento magnético tende rapidamente para zero. Esta temperatura, denominada *temperatura de bloqueamento*. De modo idêntico, dado um valor de temperatura podemos determinar uma dimensão crítica a partir da qual o tempo de relaxação fica muito pequeno.

Se desprezarmos a dependência da anisotropia K com a temperatura absoluta T, podemos deduzir de (3.31) uma relação entre tempos de relaxação e temperaturas correspondentes, da forma:

$$T_1 \ln(C\tau_1) = T_2 \ln(C\tau_2) \quad (3.32)$$

#### 3.2.4.8 Temperaturas de Curie e de Néel

Como vimos já, a magnetização permanente desaparece a temperaturas elevadas, pela influência dos movimentos moleculares. Os minerais magnéticos perdem a sua magnetização permanente a sua temperatura, denominada **Temperatura de Curie**, e quando arrefecem, remagnetizam-se sob a influência do campo magnético ambiente.

A temperatura de Curie da magnetite pura é de 578° C, mas o teor em titânio faz baixar este valor, de modo que no extremo da série ( $\text{Fe}_2\text{TiO}_4$  - ulvospinel) essa temperatura é inferior à temperatura média do laboratório. Para temperaturas inferiores à temperatura de Curie os grãos magnéticos são continuamente remagnetizados pelo campo ambiente, em particular os grãos multi-domínio de grandes dimensões e os grãos monodomínio inferiores à dimensão crítica. A remagnetização destes grãos à escala da crosta produz uma componente de magnetização com a mesma direcção do campo magnético actual da Terra, que se designa por **magnetização viscosa remanescente**.

A relação que existe entre a dimensão dos grãos e o número de domínios, faz com que cada grão seja caracterizado por uma **temperatura de bloqueamento**  $T_B$ , acima da qual se verifica a sua remagnetização pelo campo exterior. Esta propriedade que é do grão e não do mineral de que faz parte, leva a que seja necessário considerar dentro de uma mesma amostra a existência de uma gama de temperaturas de bloqueamento.

Se bem que os conceitos anteriores se apliquem directamente à magnetite, podemos estendê-los à hematite, chamando **temperatura de Curie** à temperatura a partir da qual desaparece o comportamento **antiferromagnético** da hematite: 680° C. Também aqui, o aumento do teor em titânio (titanohematite) se traduz no abaixamento gradual desta temperatura.

O antiferromagnetismo gerado pelos defeitos cristalinos desaparece a uma temperatura denominada **temperatura de Néel**, que para a hematite é de 725° C. O antiferromagnetismo (direccionado ?) *canted* da magnetite pura desaparece abaixo dos -20° C (transição de Morin).

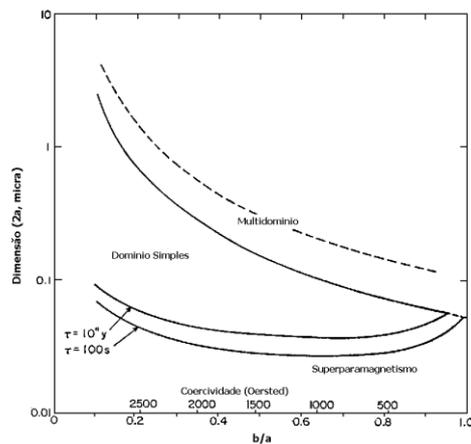


Figura 3.13 – Relação entre a dimensão de grãos de magnetite elipsóidais e os domínios magnéticos correspondentes. Em abscissas indica-se a relação entre a coercividade e a anisotropia de forma.

Tanto no caso da magnetite como no da hematite, a forma dos grãos influencia a aquisição e a manutenção da magnetização permanente, sendo que os grãos alongados magnetizados na direcção do seu alongamento são mais estáveis que os grãos equidimensionais.

### 3.3 Aquisição de Magnetização Remanescente

O estudo da magnetização das rochas permite identificar os mecanismos típicos de aquisição da magnetização remanescente natural (NRM). Distinguem-se componentes ditas “primárias”, i.e. correspondendo ao momento da formação da rocha, como no caso da TRM e DRM, das “secundárias” ligadas a processos físico-químicos posteriores (VRM, CRM).

#### 3.3.1 Magnetização Termo-Remanescente (TRM)

A TRM dá-se quando um material magnético é arrefecido, de valores superiores à sua Temperatura de Curie ( $T_C$ ) a valores inferiores, na presença de um campo externo. O campo remanescente assim adquirido é bastante estável e em alguns casos pode ser de sinal contrário ao do campo magnetizador. Este é o mecanismo principal na magnetização de rochas ígneas.

De equação (3.31) podemos deduzir que um grão com um tempo de relaxação de  $10^3$  s para uma temperatura de bloqueamento  $T_B$  de 800 K, terá um tempo de relaxação de  $10^{18}$  anos se colocado à temperatura de laboratório. Esta a razão pela qual o paleomagnetismo é possível.

De acordo com a equação (3.31) rochas com grãos com volumes variáveis, são caracterizadas por um conjunto de Temperaturas de Bloqueamento ( $T_B$ ). Quando a temperatura decresce para valores inferiores ao de  $T_c$  ela irá passar pelos sucessivos  $T_B$ . Deste modo. A TRM não é adquirida simultaneamente para toda a rocha a  $T_c$ , mas serão adquiridas TRM parciais, correspondentes a intervalos sucessivos de temperaturas de bloqueamento. Thellier enunciou o denominado *lei da aditividade das TRMs parciais* segundo a qual a TRM total é a soma das TRMs parciais, adquiridas entre a Temperatura de Curie e a Temperatura de Laboratório.

$$TRM = \sum_1^n pTRM(T_{bi}) \quad (3.33)$$

O valor da magnetização TRM para o caso de um volume  $v$  de grãos uniaxiais, alinhados segundo a direcção do campo aplicado  $\vec{B}$ , foi determinado por Néel como sendo dado por:

$$J_{TRM} = J_s \tanh\left(\frac{vJ_{sB}B}{kT_B}\right) \quad (3.34)$$

onde  $J_s$  é a magnetização de saturação à temperatura do laboratório,  $J_{sB}$  é a magnetização de saturação para a temperatura de bloqueamento  $T_B$ .

### 3.3.2 Magnetização Remanescente Detrítica

A magnetização remanescente deposicional ou detrítica (DRM) é adquirida durante a deposição e litificação das rochas sedimentares. Ela resulta do processo de alinhamento, na presença de um campo magnético externo, das partículas magnéticas em suspensão a medida que caem na coluna de água ou pela rotação das partículas nos interstícios de um sedimento preenchidos com água. Em ambos casos, as partículas giram alinhando o eixo de mais fácil magnetização do cristal de acordo com o campo externo.

O estudo da DRM é relativamente complicado pelo facto de que vários processos complexos podem ser envolvidos na formação de uma rocha sedimentar. A mesma é constituída por uma grande variedade de mineralogia magnética cujos minerais não são necessariamente em equilíbrio químico com o ambiente de deposição. Adicionalmente, processos físico-químico pos-deposicionais, como compactação ou bioturbação por exemplo, podem alterar significativamente a magnetização.

O modelo clássico para aquisição de DRM (Nagata, 1961) considera este processo como o resultado da deposição de partículas magnéticas individuais que descem na coluna de água, sujeitas ao momento da força magnética gerada pela interacção do campo magnético da Terra com o dipolo magnético da partícula. Consideramos assim uma partícula ferromagnética esférica com momento magnético  $m$ , imersa num fluido de viscosidade  $\eta$ , e na presença de um campo magnético externo  $B$ . Ao ângulo entre o momento dipolar da partícula e o campo magnético da Terra chamemos  $\theta$ . A equação de Newton para a rotação escreve-se:

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} = -mB \sin\theta - \lambda \frac{d\theta}{dt} \quad (3.35)$$

O primeiro membro é o produto da aceleração angular pelo momento de inércia  $I$  da partícula. O segundo membro contém os dois momentos: o momento aplicado pelo campo magnético sobre a partícula (produto externo entre os dois vectores), e da reacção viscosa do meio (produto da viscosidade pela velocidade de rotação).

Considerando apenas as pequenas acelerações podemos reescrever a equação anterior da forma:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{mB}{\lambda} \sin\theta \quad (3.36)$$

cuja solução é dada por:

$$\tan \frac{\theta}{2} = \tan \frac{\theta_0}{2} e^{-\frac{mBt}{\lambda}} \quad (3.37)$$

onde  $\theta_0$  é o ângulo inicial entre o momento magnético da partícula e o CMT. A viscosidade rotacional  $\lambda$  pode ser expressa em função da viscosidade da água ( $\eta \sim 10^{-3} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ ) sob a forma:

$$\lambda = 8\pi r^3 \eta$$

e podemos então calcular o tempo necessário para reduzir o ângulo inicial a 1/e do seu valor:

$$\tau = \frac{\lambda}{mB} = \frac{8\pi r^3 \eta}{mB} = \frac{6\eta}{MB} \quad (3.38)$$

onde designamos agora por M a magnetização volúmica média da partícula esférica (lembre-se da expressão do volume da esfera). Este resultado indica que  $\tau$  é independente do tamanho da partícula. Para ter uma ideia da ordem de grandeza de  $\tau$ , podemos substituir os valores típicos de  $\eta$ , B e M) obtêm-se para  $\tau$  valores na casa dos microsegundos [ver exercício no final do capítulo], pelo que a DRM deveria atingir a saturação e não ser modificada por variações posteriores do campo magnético da Terra. A observação mostra que tal não acontece. Têm sido propostos mecanismos capazes de afectar o alinhamento, como o movimento browniano que afecta as partículas inferiores a 100 nm, tem sido questionado o realismo de se considerarem as partículas como independentes, ou a importância relativa da floculação no processo deposicional.

### 3.3.1 Magnetização Remanescente Química

A magnetização remanescente química ou de cristalização (*Crystallization Remanent Magnetization* = CRM) resulta da formação de novos minerais magnéticos na presença de um campo magnético, ou por nucleação e aumento de volume ou através da alteração dos minerais magnéticos preexistentes. Esses fenómenos ocorrem a temperatura moderada, isto é, abaixo da temperatura de Curie dos minerais magnéticos contidos na rocha. A CRM é uma magnetização dita “secundária” e geralmente considerada pelos paleomagnetistas como um sinal contaminante pelo facto do momento de formação dos minerais secundários ser difícil de datar.

Diferentes processos podem gerar uma CRM a baixa temperatura nos ambientes sedimentares: precipitação de cimento de hematite a partir de soluções ricas em ferro em arenitos, produção de magnetite autigénica via actividade microbiana em sedimentos marinhos, produção de magnetite biogénica em calcários, produção inorgânica de magnetite autigénica em solos. Em rochas ígneas, a magnetite secundária pode formar-se durante a fase de arrefecimento (*deuteric alteration*), a partir da recristalização das titanomagnetites preexistentes ou pela precipitação de nova magnetite a partir das olivinas e outros silicatos ricos em ferro. Em lavas, diques e plutões, a magnetite secundária pode formar-se a temperatura baixas através da alteração hidrotermal das titanomagnetites e dos silicatos.

A expressão do tempo de relaxação em função do coeficiente de anisotropia (3.30)

$$\tau = \frac{1}{C} \exp\left(\frac{vK}{kT}\right)$$

mostra que existe uma grande dependência com o volume do grão. Podemos assim estudar o que acontece quando esse volume varia. Consideremos o caso da deposição de grãos superparamagnéticos de magnetite numa matriz não magnética (e.g. calcário). À medida que o volume dos grãos aumenta a anisotropia magnética irá dominar a energia térmica e o grão será “bloqueado” e pode ficar fora de equilíbrio durante períodos de escala geológica. Admitindo que a temperatura se mantém constante neste processo, podemos determinar o volume de bloqueamento a partir da expressão anterior:

$$C\tau = \exp\left(\frac{v_b K}{kT}\right) \Leftrightarrow v_b = \frac{kT \ln(C\tau)}{K} \quad (3.39)$$

A magnetização adquirida pela rocha depende da direcção do campo magnético na altura do crescimento dos grãos. De acordo com os resultados experimentais este modelo simples prevê razoavelmente bem as observações, se bem que os grãos não se podem considerar como independentes, e a aquisição de CRM parcial influencia de forma importante o alinhamento global.

### 3.5 Problemas

1. Da equação  $T_1 \ln(C\tau_1) = T_2 \ln(C\tau_2)$  demonstre que um grão com um tempo de relaxação de  $10^3$  s para uma temperatura de bloqueamento  $T_B$  de 800 K, terá um tempo de relaxação de  $10^{18}$  anos se colocado à temperatura de laboratório.

$$T_1 \ln(C\tau_1) = T_2 (\ln C + \ln \tau_2)$$

$$T_1 (\ln C + \ln \tau_1) = T_2 (\ln C + \ln \tau_2)$$

$$\ln \tau_2 = \frac{T_1 \ln C + T_1 \ln \tau_1 - T_2 \ln C}{T_2} = \frac{800 * 25.32 + 800 * 6.9 - 300 * 25.32}{300} \sim 61$$

$$\tau_2 = e^{61} s = 10^{18} \text{ anos}$$

2. O tempo de relaxação depende da magnetização de saturação, da coercividade, do volume e da temperatura (cf. eq. 3.31). Escreva um programa em MATLAB que para cada valor do tempo de relaxação, representando a coercividade em abcissas e o volume do grão em ordenadas. Desenhe curvas para 100 segundos, 1 Ma and 1 Ga para a magnetite e a hematite. Considere coercividades entre 1 mT e 1 T.
3. A viscosidade da água à temperatura de laboratório tem o valor  $\eta \sim 10^{-3} \text{ m}^{-1} \text{ kg s}^{-1}$ . Determine a constante de tempo do alinhamento da magnetização num processo deposicional, admitindo o modelo de Nagata 1961, e considerando o valor da magnetização de saturação da magnetite  $92 \text{ Am}^2\text{kg}^{-1}$  e uma densidade de  $5197 \text{ kg m}^{-3}$ .

### 3.6 Bibliografia

Blakely, R., *Potential Theory in Gravity and Magnetic Applications*, Cambridge University Press, USA, 1995.

Cox, A. and R.B. Hart, *Plate Tectonics - How it Works*, Blackwell Scientific Publications, Palo Alto, California, USA, 1986.

Gass, I.G., P.J. Smith e R.C.L. Wilson, *Vamos compreender a Terra*. Ed., Livraria Almedina, Coimbra.

Lliboutry, L., *Tectonophysique et Géodynamique*. Masson, 1982.

McElhinny, M.W., *Palaeomagnetism and Plate Tectonics*, Cambridge University Press, pp 1-358, 1973.

Purucker, M.E. (2007), Magnetic Anomaly Map of the World, *Eos Trans. AGU*, 88(25), 263.

Reynolds, J.M., *An introduction to Applied and Environmental Geophysics*, John Wiley & Sons, pp 1-796, 1997

## **Cap 4 – PALEOMAGNETISMO E CINEMÁTICA DE PLACAS**

Alfredo Wegener (1880-1930), meteorologista austríaco, publicou em 1910 a obra “As origens dos continentes e dos oceanos”, na qual propunha a ideia de que os diversos continentes que hoje conhecemos, estiveram no passado unidos num único. A partir deste único continente, primeiro por partição logo seguida de separação, formaram-se os continentes actuais. Esta teoria é conhecida pelo nome de deriva dos continentes. Ao continente original chamou Pangea e, baseando-se numa grande variedade de dados geológicos, propôs que a sua partição começou há cerca de 200 Ma. Uma das razões sobre a qual se apoia esta teoria, é que na realidade os continentes se encaixam uns nos outros como as peças de um "puzzle" e podemos juntá-los todos num único bloco.

No entanto isto não basta, temos de explicar como se podem mover os continentes ao longo de tantos quilómetros. Este era o ponto fraco da teoria de Wegener, já que não se dispunha de um mecanismo adequado, que explicasse o afastamento dos continentes. Este ponto fraco da teoria foi aproveitado por geofísicos como Harold Jeffreys, da Universidade de Cambridge, que a criticaram severamente. Estes ataques e o facto de se não encontrar um mecanismo que justificasse o movimento de translacção das massas continentais, foram os responsáveis pelo facto de durante anos, especialmente entre 1930 e 1960, se olhasse esta teoria com algum cepticismo, tendo sido praticamente abandonada. As primeiras evidências científicas da teoria da deriva continental foram obtidas graça ao trabalho de Patrick Blackett, geofísico britânico, que introduz em 1947 as bases do paleomagnetismo e que desenvolveu o primeiro equipamento capaz de medir a magnetização remanescente das rochas. Em 1948, Edward Irving usou o magnetómetro de Patrick Blackett para analisar as direcções magnéticas gravadas nas rochas e, posteriormente, estabeleceu as primeiras curvas de deriva aparente do polo geomagnético da Europa e América do Norte. Ambas curvas apresentam um caminho similar mas que divergem quando consideramos a posição actual dos continentes. Ao contrario, as curvas superpostam-se se assumimos que os dois continentes estavam juntos 200 milhões de anos atrás, i.e. a idade da abertura do oceano atlântico. Isso foi a primeira evidencia geofísica que confirmou a teoria da Tectónica de Placa de Wegener. Mais tarde, em 1963, o geofísico Frederick John Vine e o geólogo Lawrence Morley comprovaram independentemente a teoria da expansão oceanica pelo registo simétrico das inversões geomagnéticas registadas nas rochas bordando os riftes oceanicos.

### **4.1 Paleomagnetismo Experimental**

#### **4.1.1 Recolha de amostras**

Uma vez que a magnetização das rochas reproduz de uma forma complexa o campo magnético da Terra na altura da sua formação ou transformação posterior, podemos estudar esse campo medindo com rigôr a magnetização das diferentes formações geológicas. Habitualmente a recolha de amostras de rocha é feita usando uma carotadora (motoserra adaptada) mecânica cuja broca diamantada é refrigerada por um sistema de circulação de água. Cada cilindro de amostra tem em regra 2.5cm de diâmetro e 10/15cm de comprimento.

Dado que o nosso objectivo é a determinação dos ângulos Declinação e Inclinação, é necessário recolher amostras orientadas no campo, de modo a ser possível relacionar os com o referencial Terra. Para isso utiliza-se um sistema de orientação dotado de um nível e uma bússola, a partir dos quais se obtém o azimute magnético

(ângulo entre o norte geográfico e o plano horizontal do cilindro),  $D$ , e o ângulo de mergulho (ângulo entre o eixo vertical e o eixo do cilindro),  $I$ , que são designados habitualmente por “strike” e “dip” (Fig. 4.1.). Na presença de rochas extremamente magnéticas, como é o caso de algumas rochas magmáticas, a orientação do cilindro de rocha pela bússola magnética pode ser complementada pelo uso de uma bússola solar (somente para a declinação). Essa é feita anotando o valor da projecção da sombra do eixo colocado no centro da bússola magnética, da hora e das coordenadas geográficas (Fig. 4.1.). Uma vez os valores de  $D$  e  $I$  anotados num caderno de campo, marca-se a posição do eixo  $z$  directamente na amostra antes de ser extraída. Por convenção, a orientação da amostra respeita a regra dita da “mão direita” ou seja o valor da declinação escolhido é o cuja inclinação mergulha à direita. Por exemplo, uma amostra orientada N155°E (ou N205°W) com mergulho de 30°SE anota-se N25°/30° (cf. Fig. 4.1.).



Figura 4.1: Amostragem, orientação e preparação das amostras recolhidas no campo para medidas subsequentes em laboratório.

Posteriormente, as amostras são cortadas no laboratório em cilindro de 2.5cmx2.2cm, sendo essa razão de altura/diâmetro a que aproxima-se mais de uma esfera. A marcação da amostra é feita usando canetas de tinta indelével, evitando de preferência as tintas de cor vermelha (compostas por pigmentos de hematite). Para o tratamento térmico, uma mistura de tinta yin-kin ou guache com corrector revela-se ser a mais resistente a temperatura superior a 700°C.

As bússolas magnéticas usadas no campo são ditas “não declinadas”, isto quer dizer que o norte geográfico corresponde ao eixo de  $N=0^\circ$  na hipotesis de um Dipolo Geocentrico Axial. Porem, sabe-se que o polo magnético e o polo geográfico diferem levemente sendo que existe um ângulo ( $D$ ) na Fig. 4.1.) característico entre eles cujo valor depende da idade e da posição geográfica do local:

$$D_{\text{ref. geográfico}} = D_{\text{amostra}} \pm D_{\text{magnética local}}$$

Os valores da declinação magnética podem ser obtidos no banco de dado do IGRF (*International Geomagnetic Reference Field*) ou no site da NOAA (*National Oceanic and Atmospheric Administration*).

No caso de rochas que sofreram basculamento, que resultam geralmente de processos tectónicos, uma segunda correcção é necessária: a correcção de acamamento (“tilt” or “bedding correction”). Isto consiste em medir a orientação do plano de stratificação (no caso de sedimentos) ou de escoamento (no caso de rochas vulcânicas) de modo a re-horizontar a camada sedimentar/derrame para repor o vector magnético gravado na rocha na sua posição inicial (quando a rocha formou-se).

A maioria dos programas de tratamento de dados paleomagnéticos (super-IAPD, Remasoft, etc...) permite geralmente representar o vector magnetização nos diferentes referenciais: referencial da amostra (“specimen”), referencial terrestre (em relação ao norte geográfico) e após correcção de acamamento.

### 4.1.2 Medição da Magnetização das Rochas

A magnetização volúmica das amostras recolhidas no terreno (ou preparadas em laboratório) pode ser feita por um conjunto de dispositivos que recebem o nome colectivo de magnetómetros, se bem que sejam equipamentos algo diferentes dos mencionados no primeiro capítulo. Todos eles medem a magnetização - habitualmente declinação e inclinação magnéticas - no referencial da amostra.

#### 4.1.2.1 Magnetómetro Rotativo

O princípio físico de funcionamento do magnetómetro rotativo (spinner magnetometer) é de que um corpo dotado de momento magnético que rode no interior de um solenóide, no plano deste, gera uma força electromotriz no solenóide, que pode ser medida em amplitude e fase.

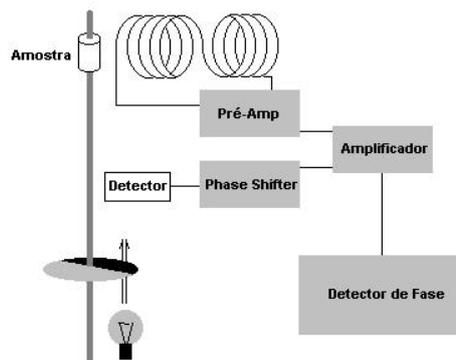


Figura 4.2: Esquema Simplificado de Funcionamento do Magnetómetro Rotativo

---

Se se produzir um sinal de referência emitido por uma fonte luminosa sincronizada com a rotação da amostra, é possível medir com muita precisão a diferença de fase gerada pelo momento magnético da amostra e a partir dessa diferença de fase determinar o valor da componente do momento segundo o plano perpendicular ao eixo do solenóide. Se fizermos essa medição segundo três direcções mutuamente ortogonais podemos reconstruir o valor vectorial do momento magnético da amostra.

A precisão de medição do magnetómetro rotativo é de cerca de  $10^{-7}$  Gcm<sup>-3</sup> (ou  $10^{-10}$  Am<sup>2</sup>), para uma duração de medição que pode atingir os 30 minutos, uma vez que a precisão da medição aumenta com o número de rotações utilizado.

#### 4.1.2.2 Magnetómetro Criogénico

Os magnetómetros criogénicos, habitualmente designados por SQUIDS (Superconducting Quantum Interference Devices), são os instrumentos mais precisos existentes. A necessidade de operar à temperatura de 4.2 K, no interior de um Dewar contendo hélio líquido, faz com que sejam utilizados essencialmente em laboratório para paleomagnetismo para a medição de magnetizações de rochas sedimentares, sendo a sua precisão superior à dos magnetómetros rotativos e o tempo de medição próximo de 1 minuto.

### 4.1.3 Procedimentos de desmagnetização

Ao medirmos num laboratório a magnetização das amostras de rocha podemos estar a integrar várias componentes da sua “história magnética”: a **magnetização primária**, que é a MRN adquirida no processo de

formação da rocha, e as **magnetizações secundárias** adquiridas subsequentemente. Uma das tarefas fundamentais do paleomagnetismo é a separação adequada destas componentes. Entre a obtenção da amostra e a sua medição laboratorial pode ainda ser adquirida por esta uma **magnetização temporária**.

Um dos processos de eliminação das magnetizações secundárias consiste na aplicação de **campos magnéticos alternados**. O princípio físico desta “limpeza” é o seguinte: quando colocamos uma amostra num campo magnético alternado gerado em laboratório, de amplitude H, todos os domínios com força coerciva inferior a  $H \cos \theta$  - em que  $\theta$  é o ângulo entre H e a força coerciva - seguirão a direcção do campo indutor. Se diminuirmos progressivamente a amplitude de  $\vec{H}$  os domínios de força coerciva progressivamente menor ficarão (aleatoriamente!) orientados.

Como vimos no capítulo 3, o tempo de relaxação para o caso dos grãos monodomínio de uma material ferromagnético está relacionado com a força coerciva pela expressão (eq. 3.31):

$$\tau = \frac{1}{C} \exp\left(\frac{vH_c J_s}{2kT}\right)$$

Podemos então concluir que a desmagnetização AC de uma rocha se traduz na “aleatorização” dos grãos que possuem menor  $H_c$ , que, para um dado volume de grão são aqueles que possuem menores tempos de relaxação. Os grãos que não forem reorientados por este procedimento deverão corresponder àqueles cujos tempos de relaxação são superiores, ou seja, aos que mantêm a magnetização desde a época de formação (ou rejuvenescimento) da rocha.

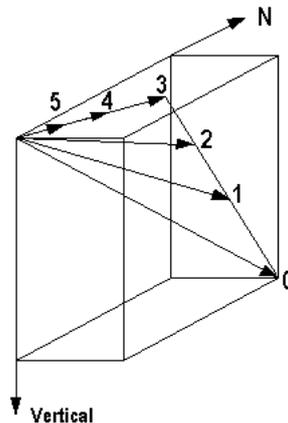


Figura 4.3: Esquema de desmagnetização de uma amostra, onde se evidenciam uma componente secundária (0-3) e uma componente primária (3-5). O comportamento linear é considerado uma “chave” para a identificação de estabilidade.

Os grãos multidomínio são facilmente desmagnetizados desta forma, sendo a sua força coerciva inferior a 900 Oersted (McElhinny, 1973). A coercividade máxima para grãos monodomínio de magnetite (grãos infinitamente compridos num dos eixos) é de 3000 Oe, sendo ainda superior no que diz respeito à hematite. Este procedimento foi rotinado por Zijderveld. No equipamento de desmagnetização AC idealizado por Zijderveld a desmagnetização AC é realizada segundo os três eixos com amplitudes sucessivamente crescentes do campo alterno.

Quando a desmagnetização AC é realizada num ambiente onde o campo magnético “externo” não é nulo, a amostra adquire uma magnetização anisotrópica. Deste modo, é necessário cancelar o CMT na região onde se colocam as amostras a desmagnetizar.

Um outro processo de eliminação das magnetizações secundárias é a partir da **desmagnetização térmica**. O princípio físico baseia-se de novo na interpretação da equação (3.31): o logaritmo do tempo de relaxação é inversamente proporcional à temperatura absoluta. O procedimento experimental de desmagnetização térmica consiste em aquecer a amostra, em passos sucessivos, até atingir a temperatura de bloqueamento dos portadores magnéticos. Após cada passo de temperatura, a MRN é medida no magnetómetro (JR-6, no laboratório do IDL) bem como a susceptibilidade magnética (KappaBridge, no laboratório do IDL) de modo a controlar eventuais transformações mineralógicas. A amostra é posteriormente resfriada até a temperatura ambiente em campo nulo dentro de um forno magneticamente blindado. Deste modo, todos os grãos cuja temperatura de bloqueio é inferior à temperatura de desmagnetização vão adquirir uma MRT em campo nulo e cancelar a MRN original. Aplicando passos sucessivos de Tdemag, reconstituamos a história magnética da amostra. Um método

que pode ser utilizado para obter este espectro é o de, em fases sucessivas, aquecer a amostra até temperaturas monotonamente crescentes, arrefecendo em cada fase a amostra em ambiente de campo nulo e medindo-se a magnetização com um magnetómetro rotativo.



Figura 4.4: Forno magneticamente blindado do IDL.

#### 4.1.4 Representação da Magnetização

Em paleomagnetismo é habitual representar a direcção da magnetização (declinação e inclinação medidos no referencial geográfico local), utilizando-se a projecção estereográfica, na versão que conserva os ângulos (Projecção de Wulf) ou que conserva as áreas (Projecção de Schmidt). Uma vez que a dispersão dos valores medidos em torno de um valor médio é uma das principais preocupações, a projecção de Schmidt é habitualmente preferida. Uma vez que nesta projecção os dois hemisférios, superior e inferior, se sobrepõe, é habitual representar símbolos “a cheio” para o hemisfério inferior e símbolos “abertos” para o hemisfério superior.

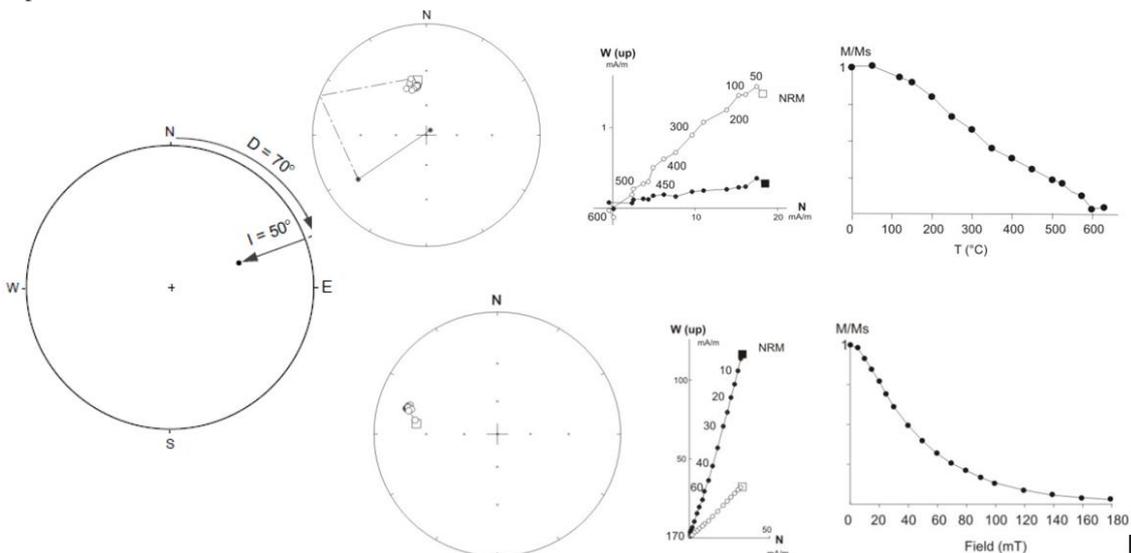


Figura 4.5: Projecções estereográficas, ortogonais (Zijderveld) e curva da intensidade vs. campo aplicado/temperatura.

A projecção ortogonal, chamada também diagrama de Zijderveld, corresponde a projecção dos vectores magnéticos no plano horizontal (preto) e no plano vertical (branco) (Fig. 4.5). Cada ponto representa o vector magnético apos cada passo de desmagnetização (campo aplicado ou temperatura). Esta representação é particularmente útil para evidenciar as magnetizações multicomponentes. Finalmente, representamos a curva da intensidade da magnetização em função do campo aplicado/temperatura os espectros de coercividade/temperatura de bloqueamento.

#### 4.1.5 Análise em Componentes Principais (ACP) e estatística de Fisher

Os dados obtidos após tratamento térmico ou em campo alternado são tratados de modo a isolar as diferentes componentes magnéticas presentes na amostra. O tratamento é baseado no método de Análise em Componente Principais (ACP; Kirschvink, 1980) usando estatística de Fisher (Fisher, 1953). Os principais softwares são o REMASOFT ou o IAPD disponíveis na Internet. A cada passo de desmagnetização, a

declinação (D) e a inclinação (I) da componente magnética é medida e associada a um valor máximo de desvio angular (MAD=Maximum Angular Deviation) de modo a controlar a qualidade estatística da medida. Os dados direcionais podem ser representados na forma de diagramas estereográficos ou na forma de projeções ortogonais (diagrama de Zijderveld). Uma curva da desmagnetização da intensidade da remanência em função da temperatura ou do campo AF desmagnetizante é geralmente associada. Após desmagnetização completa, a componente magnética média é calculada para cada grupo de ponto que se alinham num mesmo vetor. A estatística da média obtida é controlada pelos parâmetros  $\alpha_{95}$ , N e k.  $\alpha_{95}$  corresponde ao intervalo de confiança da média; N é o número de pontos e k o parâmetro de dispersão. Deste modo podemos isolar várias componentes magnéticas distintas como, por exemplo, uma componente viscosa (VRM), em baixas temperaturas e baixas coercividades, e uma componente mais estável em altas temperaturas e altas coercividades de tipo TRM ou DRM.

A partir das médias por amostras podemos calcular as médias por sítio. Por definição um sítio paleomagnético corresponde a um conjunto de amostras coletadas numa mesma área geográfica e que corresponde a um mesmo intervalo de tempo. No caso de amostragem em sedimento, o sítio se refere às amostras coletadas na mesma camada sedimentar (unidade de tempo) enquanto no caso de rochas plutônicas o sítio corresponde a uma área geográfica local. Os programas IAPD e REMASOFT permitem calcular as coordenadas do Pólo Paleomagnético Virtual (PGV) a partir da componente magnética média obtida, bem como a paleolatitudo onde as rochas adquiriram a magnetização. A partir de um conjunto de PGV podemos reconstituir a curva de deriva polar aparente (CDPA) do continente correspondendo para o intervalo de tempo considerado.

#### 4.1.6 Testes de Consistência

Quando uma região extensa pode ser amostrada numa grande variedade de litótipos e os VGP obtidos apresentam consistência (no espaço e no tempo), a determinação dos PP é robusta e significativa do ponto de vista da geodinâmica. Contudo, a deformação e o metamorfismo afectam de forma significativa as rochas sedimentares, e no caso das rochas ígneas, muitas são as situações onde mesmo sendo possível a determinação da declinação e inclinação paleomagnéticas, estas não podem ser intercomparadas, pela impossibilidade de reconstruir uma paleohorizontal.

Os testes de consistência mais utilizados são os o “teste da dobra”, o “teste do conglomerado” e o “teste do contacto”. O “teste da dobra” utiliza a geometria dada pela análise estrutural para aplicar aos valores da declinação e inclinação paleomagnéticos a rotação no espaço necessária para reposicionar a dobra na sua posição primitiva horizontal. Desde que a amostragem realizada seja representativa das diversas posições estruturais de uma mesma flexura, o reposicionamento deve traduzir-se pela agregação dos valores reposicionados em torno de um valor único para todas as amostras (Fig. 4.12). Se apos o reposicionamento horizontal os vectores magnéticos de cada sitio segue uma mesma direção, a magnetização é anterior à deformação o teste é dito positivo. No caso contrário, a magnetização é secundária, pós ou syn- dobramento, e o teste é dito negativo.

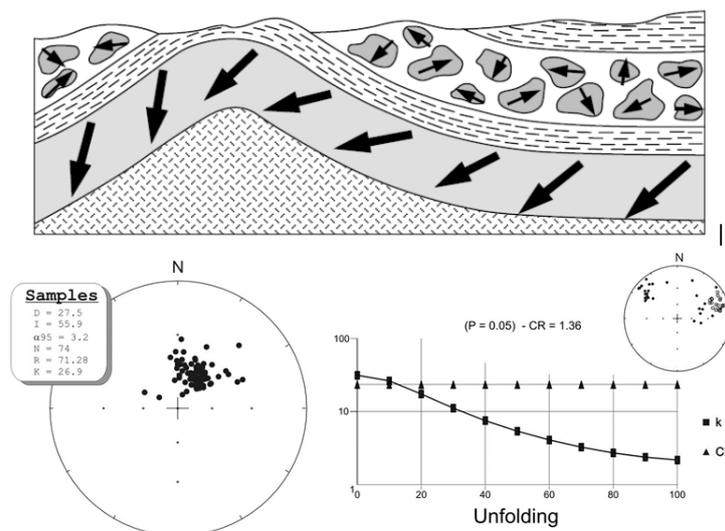


Figura 4.6: Teste da dobra e teste de conglomerado

A figura acima ilustra uma magnetização pós-dobramento (teste negativo). Cada ponto no estereograma da esquerda representa o vector magnético médio de cada amostra. Após desdobramento, os vectores magnéticos se afastam significativamente;  $k$  sendo o parâmetro de dispersão e CR o “critical ratio” acima do qual os valores de  $kappa$  começam a ser significativas a 95%.

O teste de conglomerado é baseado na comparação das direcções magnéticas dos elementos grosseiros (clastos, pedras) constituindo a rocha (Fig. 4.6). Se esse elementos apresentam direcções de magnetizações diferentes, essas mesmas correspondem ao momento da formação da rocha e o teste é dito positivo. Ao contrário, se todos os elementos apresentam similaridade nas direcções magnéticas, a magnetização é secundária e o teste é dito negativo.

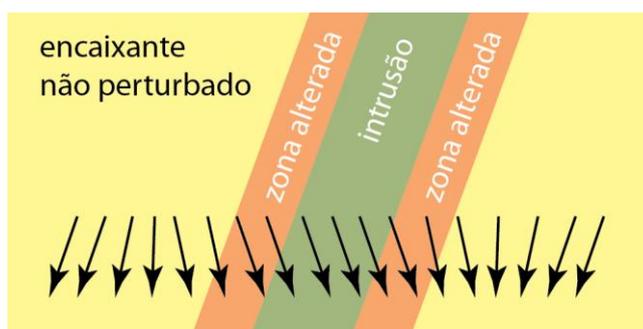


Figura 4.7: Diagrama do teste de contacto.

O teste do contacto consiste na medição da magnetização numa rocha ígnea, e na região da formação sedimentar intruída por aquela (encaixante) (Fig. 4.7). Se as direcções obtidas forem similares, a magnetização do encaixante é secundária e o teste é dito negativo. Se à medida que nos afastamos do contacto, as direcções variam significativamente, a magnetização do encaixante e da rocha ígnea é primária e o teste é dito positivo. Em situações favoráveis é possível observar a variação da magnetização com a distância ao contacto.

#### 4.1.7 Factor de Qualidade Q

Em 1990, Van der Voo estabeleceu um parâmetro, o factor Q, que permite avaliar a qualidade, i.e. o carácter primário, de um polo paleomagnético. Este factor Q é baseado em 7 critérios:

1. Idade bem definida da rocha e presunção de que a magnetização é da mesma idade
2. Quantidade suficiente de amostras:  $N > 24$ ,  $k \geq 10$  e  $\alpha_{95} \leq 16$
3. Desmagnetização adequada incluindo a análise em componentes principais (ACP)
4. Testes de consistência que restringem a idade da magnetização
5. Controlo estrutural e coerência tectónica com o craton ou os blocos envolvidos
6. Presença de inversões
7. Não ter similaridades com pólos de idade mais recentes

## 4.2 A Deriva Aparente do Polo

### 4.2.1 Polos Paleomagnéticos

Se bem que uma parte importante dos minerais que compõem as rochas seja dia – e paramagnético - como vimos no capítulo 3 – as rochas possuem na generalidade uma pequena fracção de minerais ferromagnéticos *s/l* que são capazes de conservar como magnetização fóssil um registo indirecto do campo magnético da Terra. O objecto fundamental do Paleomagnetismo é o estudo dessa magnetização fóssil e a inferência a partir dela, das características do CMT que gerou essa magnetização.

Chamam-se pólos virtuais geomagnéticos às coordenadas geográficas onde, em média, se deverão ter localizado os polos magnéticos da Terra, na altura de aquisição de magnetização remanescente por uma determinada rocha, e em que admitimos que o CMP pode em média ser representado pelo modelo do dipolo axial geocêntrico.

Note-se que os PVG não se confundem com os polos paleomagnéticos, uma vez que estes implicam a noção de uma média que cobre um período suficientemente longo para que a estimativa corresponda à localização do polo geográfico da Terra. À semelhança de McElhinny (1973) podemos sistematizar numa tabela as diferentes designações de polos utilizadas em geomagnetismo e paleomagnetismo:

|                           |  |
|---------------------------|--|
| Polo Magnético            | Região da Superfície da Terra onde a inclinação do CMT é de $90^\circ$ (PM Norte) ou $-90^\circ$ (PM Sul).   |
| Polo Geomagnético         | Pontos onde o Eixo do Dipolo que melhor aproxima o CMT intersecta a Superfície da Terra.   |
| Polo Virtual Geomagnético | Ponto sobre a Superfície da Terra que melhor aproxima a localização do Polo Geomagnético da altura da aquisição da magnetização remanescente por uma dada formação.                |
| Polo Paleomagnético       | Ponto sobre a Superfície da Terra correspondente a uma média de VGP para um período de $10^4$ a $10^5$ anos, que supomos representar a <b>posição relativa</b> do Polo Geográfico. |

Suponhamos uma amostra de rocha recolhida no ponto A de coordenadas  $\varphi_A, \lambda_A$  formada na época  $t_A$  que adquiriu uma intensidade de magnetização  $\mathbf{M}$ , com ângulos de inclinação e declinação  $\mathbf{I}$  e  $\mathbf{D}$ , respectivamente.

Se partirmos da equação (1.12) do capítulo 1, e admitirmos que o CMT se pode assimilar ao campo de um dipolo cujo eixo coincide com o eixo de rotação da Terra, e localizado no seu centro, podemos estabelecer uma relação entre a inclinação do campo num ponto e a sua latitude magnética.

$$\cot \theta = \frac{1}{2} \operatorname{tg} I \quad (4.1)$$

onde  $\theta$  é a distância angular entre o ponto S, onde se realiza a amostra, e o pólo do dipolo que consideramos responsável pela sua magnetização. A declinação magnética medida na amostra corresponde ao ângulo que o meridiano magnético faz com o meridiano geográfico, e que representamos por D. Se considerarmos ao longo do círculo máximo nessa direcção um arco de dimensão  $\theta$ , o ponto de coordenadas  $\lambda_p, \phi_p$ , é o pólo virtual paleomagnético, que corresponde à magnetização da rocha, no tempo  $t_A$ .

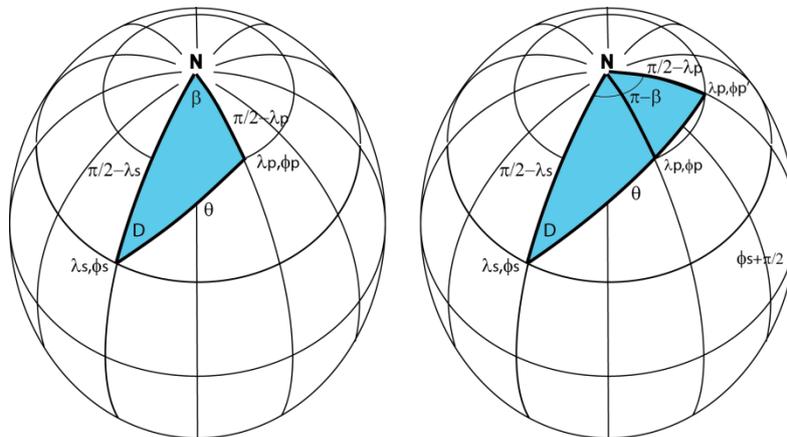


Figura 4.8: Determinação das coordenadas do paleopolo. Nesta representação  $\lambda$  representa a co-latidade e  $\phi$  a longitude.

Considerando o triângulo esférico indicado a azul na figura da esquerda, podemos utilizar a lei dos cosenos:

$$\cos(\pi/2 - \lambda_p) = \cos(\pi/2 - \lambda_S) \cos \theta + \sin(\pi/2 - \lambda_S) \sin \theta \cos D$$

pelo que teremos para a latitude do polo:

$$\sin \lambda_p = \sin \lambda_S \cos \theta + \cos \lambda_S \sin \theta \cos D \quad (4.2)$$

O próximo passo consiste em determinar o ângulo  $\beta$  correspondendo a diferença de longitude entre o pólo magnético e o local de amostragem. Aplicando a lei dos senos no triângulo esférico, obtemos:

$$\frac{\sin \theta}{\sin \beta} = \frac{\sin(\frac{\pi}{2} - \lambda_p)}{\sin D}$$

$$\sin \beta = \frac{\sin D}{\sin(\frac{\pi}{2} - \lambda_p)} \sin \theta$$

$$\sin \beta = \frac{\sin D}{\cos \lambda_p} \sin \theta$$

$$\beta = \sin^{-1}\left(\frac{\sin D}{\cos \lambda_p} \sin \theta\right)$$

(4.3)

Existe contudo uma ambiguidade na determinação da longitude do pólo magnético pelo facto de que tanto  $\beta$  que  $\pi - \beta$  satisfazem a equação (4.3). A longitude do pólo pode ser então ou  $\phi_p = \phi_s + \beta$  ou  $\phi_p = \phi_s + (\pi - \beta)$ . Para resolver esta ambiguidade, aplicamos a lei dos cosenos aos dois triângulos esféricos da Figura anterior.

Para o triângulo “pequeno” teremos:

$$\cos \theta = \cos(\frac{\pi}{2} - \lambda_p) \cos(\frac{\pi}{2} - \lambda_s) + \sin(\frac{\pi}{2} - \lambda_p) \sin(\frac{\pi}{2} - \lambda_s) \cos \beta$$

(4.4)

Para o triângulo grande:

$$\cos \theta = \cos(\frac{\pi}{2} - \lambda_p) \cos p_s + \sin(\frac{\pi}{2} - \lambda_p) \sin p_s \cos(\pi - \beta)$$

(4.5)

Substituímos nas equações precedentes  $\cos(\pi - \beta) = -\cos \beta$ , teremos

Para o triângulo pequeno:

$$\cos \theta = \sin \lambda_p \sin \lambda_s + \cos \lambda_p \cos \lambda_s \cos \beta$$

(4.6)

Para o triângulo grande:

$$\cos \theta = \sin \lambda_p \sin \lambda_s - \cos \lambda_p \cos \lambda_s \cos \beta$$

(4.7)

Sabendo que os valores de  $\lambda_p$ ,  $\lambda_s$ , e  $\beta$  são incluídas entre  $-\pi/2$  e  $\pi/2$ , o producto  $\cos \lambda_p \cos \lambda_s \cos \beta$  sempre é positivo. Desta maneira:

Se  $\cos \theta \geq \sin \lambda_p \sin \lambda_s$ , lidamos com o triângulo pequeno é a longitude do pólo é  $\phi_p = \phi_s + \beta$

Se  $\cos \theta \leq \sin \lambda_p \sin \lambda_s$ , lidamos com o triângulo grande é a longitude do pólo é  $\phi_p = \phi_s + (\pi - \beta)$

Estas expressões representam as **fórmulas fundamentais do paleomagnetismo** pois permitem determinar as coordenadas do paleopolo, a partir do conhecimento das coordenadas do ponto de recolha da amostra, e da inclinação e declinação medidas na amostra.

## 4.2.2 A Hipótese do Dipolo Axial Centrado

Os resultados deduzidos dos polos virtuais para as principais massas continentais foram essenciais para se estabelecer definitivamente a Teoria da Tectónica de Placas. Contudo, a possibilidade de interpretação dos movimentos aparentes dos polos paleomagnéticos como traduzindo o movimento das placas litosféricas ao longo da história geológica foi muito facilitada pela denominada “hipótese do dipolo axial centrado”, que admite que o processo de aquisição da magnetização é suficientemente lento para integrar a precessão do polo geomagnético em torno do polo geográfico, pelo que, em média, os polos determinados pelo paleomagnetismo reproduzem essencialmente os paleopolos geográficos da Terra.

Em que medida é que a hipótese do “dipolo axial” se aproxima da realidade? Na figura seguinte apresentam-se os polos virtuais correspondentes a rochas de idades até 20 milhões de anos, onde se pode observar-se que a dispersão encontrada se distribui de forma mais ou menos homogénea em torno do polo geográfico da Terra.

A análise de amostras de uma mesma época recolhidas em diferentes regiões de um mesmo continente, mostra idêntico agrupamento de todos os polos virtuais em redor de um determinado ponto - PPV - sublinhando o carácter dipolar do campo.

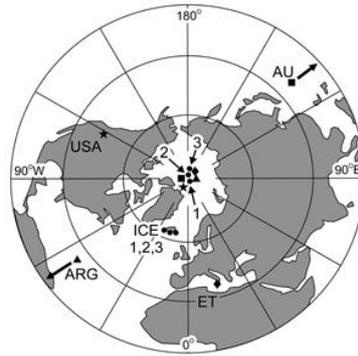


Figura 4.9: Teste da Hipótese do Dipolo Axial. Polos para o Cenozóico tardio determinados nos anos 50. (i) lavas da Islândia  $\approx 10$  Ma; 2 Ma; 5 ka; (ii) lavas do Etma 2.4ka; (iii) Vulcânicas recentes de Victoria, Australia  $< 4$  Ma (iv) lavas de Nenquen, Argentina  $\approx 5$  Ma; and (v) basaltos do Rio Columbia U.S.A.  $\sim 10$  Ma. O valor médio é  $89^\circ\text{N}$ , longitude  $118^\circ\text{E}$ , erro =  $3^\circ$ . Fonte: Irving, E, PNAS February 8, 2005 vol. 102 no. 6 1821-1828

Se o campo é dipolar deve existir um único pólo magnético para a mesma época, e a divergência é devida à posição relativa dos continentes, que actualmente é diferente da que existia nos tempos passados. Por exemplo: as divergências nos polos anteriores ao período Jurássico entre a Europa e a América do Norte podem eliminar-se se movermos estes continentes fechando o Oceano Atlântico. Desta forma, os dados paleomagnéticos permitem reconstituir a posição dos continentes no passado.

Uma vez que a variação secular do CMP induz uma precessão do eixo magnético em torno do eixo geográfico com periodicidades da ordem de  $10^5$  anos, é necessário que o plano de amostragem assegure que a representatividade de um período superior a este.

Uma vez calculadas as coordenadas geográficas do pólo paleomagnético de uma determinada placa rígida, e admitindo-se a validade da hipótese do Dipolo Axial Centrado, apenas podemos determinar a paleo-latitude dessa placa. A paleo-longitude é indeterminada.

#### 4.2.3 Trajectória de Deriva Aparente do Polo

Para rochas de períodos cada vez mais modernos, de um mesmo continente, os pólos virtuais seguem uma trajectória desde uma posição mais afastada até ao polo actual da Terra. Considerando dois continentes diferentes, por exemplo a Europa e a América do Norte, as trajectórias dos respectivos pólos são diferentes, mas tendem ambas para o mesmo ponto, à medida que nos aproximamos da época actual, que se localiza junto ao polo geomagnético actual. Chama-se a esta curva contínua “**Trajectória de Deriva Aparente do Polo**” e, dada a indeterminação na paleolongitude, constitui uma ferramenta importante para o estudo da geodinâmica. Podemos definir simplesmente a Trajectória de Deriva Aparente do Polo como sendo **o percurso percorrido pelo eixo de rotação da Terra, relativamente a uma placa litosférica suposta fixa**. A localização do eixo é habitualmente definida pelo pólo Norte.

Na tabela seguinte apresentamos as coordenadas dos pólos paleomagnéticos da Eurásia e da América do Norte, retirados de Gordon e Van der Voo (1995) para os últimos 300 Ma.

| Intervalo (Ma) |     | América do Norte |     |          | Europa Estável |          |    |
|----------------|-----|------------------|-----|----------|----------------|----------|----|
|                |     | lat              | lon | $A_{95}$ | Intervalo (Ma) | $A_{95}$ |    |
| 37             | 66  | 82               | 168 | 5        | 78             | 177      | 4  |
| 67             | 97  | 68               | 192 | 5        | 72             | 154      | 6  |
| 98             | 144 | 69               | 194 | 5        | 70             | 193      | 15 |
| 145            | 176 | 67               | 133 | 9        | 66             | 191      | 15 |
| 177            | 195 | 68               | 93  | 10       | 70             | 126      | 10 |
| 196            | 215 | 61               | 81  | 5        | -              | -        | -  |
| 216            | 232 | 52               | 96  | 5        | 52             | 133      | 14 |
| 233            | 245 | 52               | 110 | 3        | 52             | 150      | 4  |
| 246            | 266 | 52               | 120 | 4        | 50             | 160      | 7  |
| 267            | 281 | 45               | 123 | 3        | 47             | 164      | 3  |
| 282            | 308 | 40               | 128 | 2        | 41             | 169      | 3  |

Tabela 4.1: Coordenadas de Polos Paleomagnéticos médios para a América do Norte e a Europa, referidos às respectivas placas.

A TDAP (trajectória de deriva aparente do pólo) representa-se habitualmente num referencial estereográfico polar, tal como representado na figura seguinte:

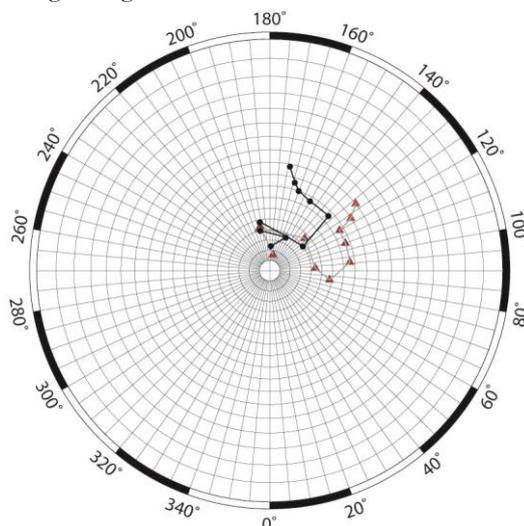


Figura 4.10: Comparação entre as APWP da América do Norte e da Europa estável durante os últimos 300 Ma. Projecção estereográfica polar centrada no pólo norte. Equidistância entre círculos menores 5°.

A TDAP corresponde à soma de duas componentes: o movimento relativo entre a placa e um referencial fixo em relação ao manto e o movimento da Terra como um todo em torno do seu eixo, a denominada **Deriva Verdadeira do Polo**.

### 4.3 Paleointensidade

As técnicas paleomagnéticas podem revelar-nos a posição relativa de uma formação geológica em relação ao referencial geomagnético e terrestre, mas podem também dar-nos informação sobre a magnitude desse mesmo campo, uma vez que a magnetização remanescente se pode considerar num grande número de situações como variando de forma aproximadamente linear com a intensidade do campo exterior aplicado. É esse o caso da aquisição de magnetização remanescente térmica, química ou deposicional.

A determinação do coeficiente de proporcionalidade entre a intensidade do campo magnético aplicado e a intensidade da magnetização adquirida pode ser realizada em laboratório, a partir da aplicação de campos de intensidade variável, e medição da magnetização adquirida.

### 4.4 Cinemática Magnética

#### 4.4.1 Anomalias Magnéticas em Domínio Oceânico

As anomalias magnéticas oceânicas tiveram um papel central no estabelecimento da teoria da tectónica de placas.

A existência de polaridades magnéticas invertidas é conhecida desde o principio do século XX. Em 1905, B. Brunhes ao estudar o magnetismo remanescente de lavas existentes perto de Clermont-Ferrand (França), detectou que algumas escoadas tinham a polaridade invertida em relação ao campo geomagnético actual, enquanto que outras tinham a mesma polaridade. Em ambos os casos a direcção de magnetização coincidia, aproximadamente, com a do campo actual. Estas lavas pertenciam ao Quaternário superior, com idades compreendidas entre 600 mil anos e 2.5 Ma. Outros autores, entre os quais convem destacar Matuyama que, em 1929 estudou as lavas de vulcões do Japão, constataram que este fenómeno não era local mas que se observava à escala global.

Na década de sessenta, os estudos da magnetização termo-remanescente de lavas vulcânicas permitiram concluir que, para um mesmo local a variação da **direcção** do CMP é pequena - inferior a 50° e habitualmente inferior a 25° - se bem que o **sentido** desse campo apresenta períodos de direcção oposta à actual.

Estabeleceu-se assim que, conforme as épocas, as rochas apresentam **polaridade normal** (idêntica à direcção do campo actual) ou **inversa** (oposta à direcção do campo actual). A mudança de polaridade de umas épocas para as outras não pode explicar-se por um fenómeno de inversão da própria rocha (pois ter-se-ia de considerar a inversão de todas as rochas de uma mesma época localizadas em diferentes continentes). Só é possível explicar este fenómeno admitindo que o campo magnético terrestre sofreu inversões de polaridade ao longo do tempo. Os mecanismos de

inversão de polaridade são ainda hoje desconhecidos no essencial, se bem que os intervalos de tempo envolvidos num processo de inversão sejam curtos à escala geológica - inferiores a milhares de anos - e que o carácter destas inversões seja essencialmente não periódico.

Estas inversões também se detectaram em amostras de sedimentos marinhos recolhidas em sondagens. A polaridade magnética destes sedimentos mostrou-se largamente coincidente com as épocas de polaridade normal e inversa obtidas no estudo das lavas, o que confirma o carácter global das inversões. A correlação dos dados obtidos, tanto em lavas como nos sedimentos marinhos, resultou no estabelecimento de uma cronologia das épocas em que o campo magnético terrestre é normal ou inverso.

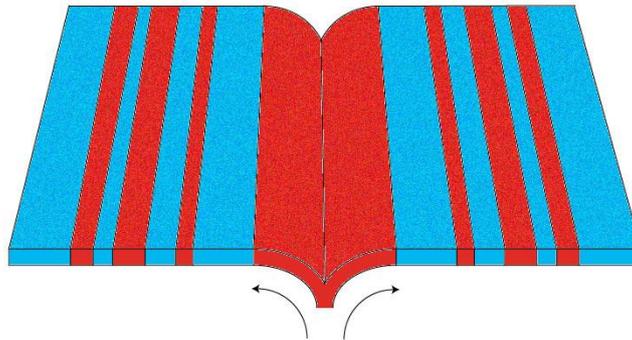


Figura 4.11 Modelo Simplificado de formação de isócronas magnéticas no fundo oceânico. As zonas representadas a vermelho e azul representam as áreas neoformadas durante um período de polaridade normal ou inversa, respectivamente.

---

Em teoria, se o campo magnético terrestre tiver mantido, ao longo das épocas geológicas, o seu carácter dipolar e se os continentes não tiverem variado a sua posição, então, para uma determinada época, todas as rochas devem ter os pólos virtuais na mesma posição. A variação destes pólos no tempo representaria a *migração dos pólos geomagnéticos*. Obter-se-ia sem dúvida o mesmo efeito mantendo os polos fixos e fazendo migrar os continentes.

A interpretação destas bandas como o resultado da existência de material crustal polarizado directa e inversamente (e não como resultado, por exemplo, de variações laterais da intensidade de magnetização) foi possível pelo trabalho gigantesco conduzido pelo navio de sondagens profundas *Glomar Challenger* que realizou mais de 600 furos na litosfera oceânica. A análise das amostras recolhidas permitiu concluir, sem a menor dúvida, que a crosta oceânica é formada por um processo de alastramento a partir das dorsais, em que a idade da crosta é uma função directa da sua distância ao eixo da dorsal.

O facto de as anomalias magnéticas medidas à superfície (ou em profundidade por magnetómetros rebocados junto ao fundo) reflectirem a existência de bandas de polaridade alternada é muito importante para a geofísica. Por um lado, isso permite tratar as anomalias magnéticas (uma vez descontados os efeitos que têm a ver com o carácter dipolar do campo e a topografia) como *isócronas* - e neste sentido o estudo das anomalias magnéticas oceânicas transformou-se na ferramenta mais utilizada para os estudos de cinemática. Por outro lado, um perfil perpendicular à dorsal fornece uma amostra exhaustiva do comportamento do CMP desde a época de formação do oceano.

Como exemplo de anomalias magnéticas oceânicas apresenta-se na figura seguinte um extracto da compilação magnética do Atlântico Norte:

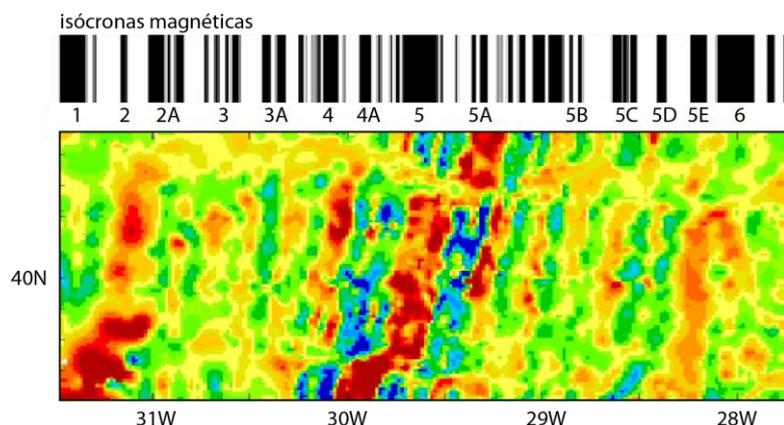


Figura 4.12 Anomalias Magnéticas da Crista Média Atlântica, a norte dos Açores. Em cima: escala de Inversões Magnéticas para os últimos 10 Ma. Sabendo que as anomalias a 31W e 28W correspondem à isócrona 5, identifique aproximadamente as restantes.

Ao contrário do observado nas anomalias magnéticas em regiões continentais, no ambiente oceânico, e em particular nas regiões mais novas - quer dizer, mais perto da dorsal - a interpretação qualitativa destas “bandas” é particularmente simples : de um modo simples pode dizer-se que o material do manto surge no eixo das dorsais e vai "migrando" para ambos os lados da dorsal, ao surgir novo material. No momento da sua ascensão, ao arrefecer, o material adquire magnetização remanescente, sob influência do CMP da época correspondente ao arrefecimento abaixo da temperatura de Curie, e preserva a respectiva polaridade mesmo que o CMP sofra um processo de inversão. Ao continuar o processo de extensão dos solos oceânicos, vão sucedendo-se bandas paralelas de material com polaridade alternadamente normal e inversa.

Desde que se possua uma escala - independente - de datação das anomalias magnéticas oceânicas, podemos utilizar os perfis efectuados perpendicularmente o eixo das dorsais oceânicas, para determinar a taxa de abertura do oceano.

A primeira **escala temporal de inversões** foi estabelecida por Cox *et al.* (1963a, 1963b) que utilizaram o método de datação Potássio-Argon. Para os últimos 4 Ma estabeleceram-se 4 épocas que se chamam de Brunhes (normal), Matuyama (inversa), Gauss (normal) e Gilbert (inversa), tendo-se adoptado nomes de alguns dos pioneiros do geomagnetismo. Contudo, em cada uma destas **épocas** de duração aproximada  $10^6$  anos houve períodos mais ou menos curtos, de duração aproximada  $10^5$  anos, onde a polaridade foi diferente da polaridade da época. Denominam-se estes intervalos por **acontecimentos** e os nomes que recebem têm a ver com as localidades onde foram recolhidas as amostras respectivas. Um excerto de uma destas escalas é apresentada na figura 4.9.

As isócronas magnéticas reconhecidas nos oceanos receberam uma outra denominação, que essencialmente espelha a sua identificação nos perfis magnéticos marinhos. Essas designações das isócronas magnéticas estão igualmente representadas na figura.

Um modelo muito simples para as anomalias magnéticas oceânicas é aquele que admite que (i) a camada da litosfera oceânica que contribui essencialmente para a magnetização total corresponde aos primeiros 500m, (ii) em cada período de igual polaridade a magnetização é constante, tendo o mesmo sentido que o CMP nos períodos “normais” e sentido contrário nos períodos “inversos”; (iii) as interfaces entre os períodos de igual polaridade são verticais. Este modelo corresponde a considerar uma distribuição de magnetização semelhante à representada na figura 4.11. Os dados previstos pelo modelo podem então ser comparados com os dados realmente medidos com magnetómetros rebocados por navios.

A largura de cada um dos blocos de igual polaridade depende, obviamente, da velocidade de alastramento respectiva. De modo idêntico, se formos capazes de identificar a localização das diferentes épocas magnéticas e possuirmos evidência independente sobre a direcção de alastramento, podemos avaliar a velocidade de alastramento da litosfera oceânica. O procedimento a seguir para determinar a velocidade de alastramento passa assim por analisar o perfil magnético identificando-se as bandas de anomalias magnéticas de polaridade normal e inversa. Seguidamente, recorrendo à escala cronológica, datar a idade das formações que apresentam polaridades diferentes. Tendo em conta a extensão do perfil, podemos estabelecer um gráfico da distância em função da idade. A partir do declive da recta é possível determinar a taxa de abertura do oceano para cada intervalo ou determinar uma velocidade média por um método do tipo “minimos quadrados”.

#### 4.4.2 Cinemática de Placas

Nos anos 60, inicia-se um renascimento destas ideias, transformadas agora numa nova teoria baptizada com o nome de "tectónica de placas". Uma das bases sobre a qual se apoia esta nova teoria é o Paleomagnetismo. Já vimos que estudando o magnetismo das rochas, podemos deduzir a posição relativa das rochas relativamente aos polos magnéticos para as distintas épocas geológicas. Estudando rochas de continentes distintos, para uma mesma época, observou-se que os polos deduzidos das rochas de um continente não estavam de acordo com os polos deduzidos de rochas do outro. A conclusão é clara: os continentes naquela época não estavam na mesma posição de agora. Esta descoberta abria o caminho para poder reconstruir a posição relativa dos continentes, relativamente aos polos magnéticos, em cada uma das épocas geológicas.

Como se produz este movimento dos continentes? É preciso compreender que um dos obstáculos mais importantes ao desenvolvimento da Teoria da Tectónica das Placas foi exactamente a dificuldade de se estabelecer um modelo reológico compatível com a Terra e onde movimentos horizontais de milhares de quilómetros fossem aceitáveis.

Sabemos hoje que os movimentos horizontais das placas envolvem a litosfera, isto é os primeiros 100 km e que o seu movimento é possível devido à existência das camadas viscosas da astenosfera. Em segundo lugar, a separação dos continentes leva necessariamente à criação de nova crosta oceânica que vai ocupando o espaço que fica entre os continentes que se separam. O processo está representado na figura 4.8, devido ao facto de nesta teoria se formar nova crosta oceânica, na separação dos continentes, de início denominou-se esta teoria por alastramento oceânico. Como vimos no capítulo 3, a aquisição de magnetização remanescente pelos basaltos oceânicos permite a sua manutenção por períodos geológicos da ordem de grandeza da idade dos oceanos mais antigos da Terra, permitindo a definição de "isócronas magnéticas" que podemos correlacionar de ambos os lados de uma dorsal oceânica.

O princípio básico dos cálculos utilizados em cinemática de placas é o de que movimento relativo de duas litosféricas rígidas, consideradas com forma invariante e obrigadas a permanecer na superfície da Terra, se pode sempre descrever matematicamente como uma **rotação angular finita em torno de um ponto** (pólo de Euler) igualmente situado na superfície da Terra. Se considerarmos um ponto  $\vec{r}$  localizado na fronteira entre duas placas ( $i$  e  $j$ ) a velocidade relativa entre as duas placas nesse ponto pode ser dada por:

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} \quad (4.3)$$

Onde os vectores  $\vec{\omega}$  e  $\vec{r}$  são referidos ao centro da Terra. A direcção do movimento relativo corresponde assim a um círculo menor do pólo de Euler. Deste modo, o movimento relativo aumenta com a distância angular ao pólo:

$$|\vec{v}| = |\vec{\omega}| \cdot |\vec{r}| \sin \gamma \quad (4.4)$$

Em que  $\gamma$  é o ângulo entre o pólo de Euler e o ponto  $\vec{r}$ . Podemos escrever os vectores  $\vec{r}$  e  $\vec{\omega}$  explicitando as suas componentes em coordenadas esféricas:

$$\begin{aligned} \vec{r} &\equiv (a \cos \lambda \cos \mu, a \cos \lambda \sin \mu, a \sin \lambda) \\ \vec{\omega} &\equiv (|\vec{\omega}| \cos \theta \cos \varphi, |\vec{\omega}| \cos \theta \sin \varphi, |\vec{\omega}| \sin \theta) \end{aligned} \quad (4.5)$$

em que  $a$  representa o raio médio da Terra,  $(\lambda, \mu)$  são as coordenadas do ponto em consideração e  $(\theta, \varphi)$  as coordenadas do pólo de Euler. No referencial cartesiano geocêntrico a velocidade pode ser obtida substituindo (4.5) em (4.4):

$$\begin{aligned} v_x &= a |\vec{\omega}| (\cos \theta \sin \varphi \sin \lambda - \sin \theta \cos \lambda \sin \mu) \\ v_y &= a |\vec{\omega}| (\sin \theta \cos \varphi \cos \lambda - \cos \theta \cos \lambda \sin \mu) \\ v_z &= a |\vec{\omega}| \cos \theta \cos \lambda \sin(\mu - \varphi) \end{aligned} \quad (4.6)$$

Uma vez que o campo magnético anómalo nos permite definir isócronas, a determinação matemática do movimento relativo entre duas placas litosféricas pode ser reduzida à determinação dos pólos de Euler respectivos (latitude, longitude e ângulo) que relacionam geometricamente ambas as isócronas.

#### 4.4.3 Determinação de Polos de Euler

Existe um número considerável de estratégias para a determinação da rotação de Euler que melhor relaciona duas isócronas magnéticas.

A análise qualitativa das curvas de TDAP da Europa estável e da América do norte representadas na figura 4.3 põe em evidência que uma rotação de Euler com pólo perto do pólo geográfico norte faz coincidir as duas trajectórias para o período anterior à abertura do Atlântico Norte. Deste modo, o pólo de Euler que descreve a abertura do Atlântico pode ser relacionado com os pólos paleomagnéticos de cada uma das duas placas litosféricas.

#### 4.4.4 Envieçamento Magnético

Para além dos efeitos topográficos. As anomalias magnéticas marinhas são o resultado combinado da magnetização remanescente (cf. eq. 3.2) adquirida pela crosta aquando da sua formação, e da direcção actual do CMP (cf. eq. 3.1). Por outro lado, o facto de a transição de polaridade ser abrupta, conduz à existência de efeitos de fronteira que se traduzem por anomalias magnéticas localizadas. A combinação destes dois efeitos dá origem a um fenómeno conhecido na literatura por “envieçamento magnético” (magnetic skewness). Este efeito pode ser utilizado para a determinação da relação angular entre a magnetização remanescente e a induzida e, como tal, da distância angular ao pólo geomagnético virtual.

### 4.5 Problemas de Aplicação

1. Um cilindro de rocha foi recolhido o dia 31 de Dezembro de 2000 num local de coordenadas geográficas Long.=-43°35'22"; Lat=-26°33'23". A orientação do cilindro no campo usando a bússola magnética (não declinada) tem valor de declinação (strike) e inclinação (dip) de 262° e 52° respectivamente. Quais são os valores de D e I do cilindro após a correcção da declinação magnética do local?

**Resposta:** D=243°; I=52°.

2. Considere a amostra descrita pelos dois ângulos: azimute=25° e *hade*=37°. Sabendo que as três componentes da magnetização volúmica têm no referencial da amostra os valores: (2.3; -1.2; 2.7) 10<sup>-6</sup> Am<sup>2</sup>, determine a declinação e inclinação (a) no referencial da amostra; (b) no referencial geográfico local. Resp: I<sub>s</sub> =46°, D<sub>s</sub>=332°, I<sub>g</sub>=11°, D<sub>g</sub>=6° (Retirado de Butler, 1998).
2. Utilizando a lei dos cosenos determine a distância entre Lisboa e Madrid, sabendo que as coordenadas respectivas são: Lisboa (38°42'N, 9°8'W) e Madrid (41°16'N, 2°4'W). Determine as distâncias em radianos, graus e km. Atribua ao raio da Terra o valor 6371km.
3. A partir da análise de uma amostra do Triássico Superior obtida no ponto de coordenadas 41.4 N, 72.7 W obteve-se para a declinação e inclinação da magnetização de uma amostra os valores 18° e 12°, respectivamente. Determine as coordenadas do paleopolo.
4. Considere uma lava que arrefece rapidamente (semanas a meses) e que desta forma regista um polo virtual geomagnético (VGP). Supondo que obtemos o valor latitude 72°N, longitude 62.5°W para o VGP determine quais os valores de declinação e inclinação magnética que foram medidos numa amostra recolhida no ponto de latitude 39°N, longitude 6°W.
5. Uma estimativa para a posição do polo aparente da fronteira Eoceno-Oligoceno (~40 Ma) da América do Norte é 84N/168W. A formação vulcânica do Goble no estado de Washington 46N/237.5E, tem uma idade similar.
  - a) Determine a inclinação e declinação magnética que deveríamos observar.
  - b) Beck e Burr (1979, *Geology*, 7, 175-179) determinaram experimentalmente os valores dec=18.5; inc=57.5; interprete as diferenças com o valor esperado em termos de rotação e transporte do terreno amostrado por estes autores [adaptado de [www.umt.edu](http://www.umt.edu)].
6. Considere as seguintes medidas de velocidade relativa entre duas placas litosféricas:

| Latitude | Longitude | Velocidade |
|----------|-----------|------------|
| 50N      | 55W       | 2.1 cm/s   |
| 40N      | 55W       | 3.4 cm/s   |
| 30N      | 55W       | 4.4 cm/s   |
| 20N      | 55W       | 8.0 cm/s   |

Determine a localização aproximada do polo euleriano de rotação e o valor do ângulo finito respectivo.

### 4.6 Bibliografia

- Butler, R.F. *Paleomagnetism: Magnetic Domains to Geologic Terranes*, Electronic Edition, pp 1-238, Maio 1998.
- Cox, A. and Hart R.B., *Plate Tectonics - How it Works*, Blackwell Scientific Publications, Palo Alto, California, USA, 1986.
- Craik, D., *Magnetism. Principles and Applications*, John Wiley and Sons, pp 1-459. 1995.

- Fisher, R.A., 1953. Dispersion on a sphere. *Proceedings of the Royal Society of London, Series A*, 217: 295–305
- Gordon R.G. and Van der Voo, R. Mean Paleomagnetic Poles for the Major Continents and the Pacific Plate. *Global Earth Physics a handbook of physical constants*. Edited by Thomas J. Ahrens. AGU reference shelf Series, vol no 1: ISBN 0-87590-851-9; QC808.8.G56 1995 550-dc20. Publisher: Washington, DC American Geophysical Union, 1995, p.225
- Irving, E, *Proceed. Nat. Acad. Sciences*, February 8, 2005, vol. 102 no. 6 1821-1828
- Kirschvink, J.L., " The least-squares line and plane and the analysis of paleomagnetic data: examples from Siberia and Morocco ," *Geoph. J. Royal Astr. Soc.* 62, 699-718.
- McElhinny, M W, *Palaeomagnetism and Plate Tectonics*, Cambridge University Press, pp 1-358, 1973.
- O'Reilly, W, *Rock and Mineral Magnetism*, Blackie, Chapman and Hall, New Your, USA, pp 1-219, 1984.

## Cap 5 – ANISOTROPIA MAGNÉTICA DAS ROCHAS

### 5.1 Susceptibilidade Magnética de uma Rocha

As rochas tal como existem na natureza possuem um grau variável de heterogeneidade. Para estabelecermos um modelo físico descritivo do seu comportamento temos, como habitualmente, que fazer algumas simplificações sendo a mais importante a de considerar que as amostras que utilizamos para medir as suas propriedades magnéticas são suficientemente grandes para que as rochas se possam considerar nessa escala como homogêneas. Uma amostra típica é, como vimos no capítulo 4, um pequeno cilindro com 25 mm de diâmetro e 20 cm de altura.

As rochas são constituídas por minerais, cujo comportamento magnético é variável. Sendo assim a susceptibilidade magnética da rocha vai incorporar componentes dia, para e ferromagnéticas *s/l*. Do ponto de vista experimental, desde que os minerais ferromagnéticos estejam presentes numa proporção superior a 0.1% em volume, eles irão dominar a susceptibilidade magnética da rocha; caso contrário, a rocha será paramagnética, desde que a proporção dos minerais paramagnéticos seja superior a 1% em volume ou, se nenhuma destas condições se verificar, será diamagnética.

Podemos, como vimos na equação (3.2) definir a susceptibilidade magnética volúmica por:

$$\vec{M} = \chi \vec{H} \quad (5.1)$$

que pomos em evidência a dependência de  $\chi$  com  $H$  e **só consideramos a magnetização induzida**. Vimos no capítulo 4 os três comportamentos fundamentais (expressos pelas equações 3.8 para o diamagnetismo, 3.15 para o paramagnetismo e pela curva de histerese para o ferromagnetismo *s/l*). Uma vez que a susceptibilidade depende da temperatura e do campo aplicado, quando comparamos a susceptibilidade de várias substâncias referimo-nos a susceptibilidades medidas a 20° C, e com a aplicação de um campo indutor inferior a 1 mT (denominado habitualmente “campo fraco”). Nesta situação podemos considerar a relação (5.1) linear e podemos ainda considerar que estamos a medir a “susceptibilidade inicial” no sentido definido por:

$$\chi = \lim_{H \rightarrow 0} \frac{\partial M}{\partial H} \quad (5.2)$$

onde se consideram apenas os módulos dos dois campos, já que os consideramos colineares.

### 5.2 Anisotropia da Susceptibilidade Magnética

#### 5.2.1 Tensor da Susceptibilidade Magnética

Em poucas rochas, a magnetização induzida tem a mesma intensidade qualquer que seja direcção do campo aplicado. Essas amostras denominam-se isotrópicas. O caso mais comum revela uma dependência da magnetização induzida perante a direcção ao longo da qual é aplicado o campo indutor. Tais rochas são denominadas anisotrópicas.

A variação da susceptibilidade magnética com a orientação do campo aplicado é descrita através de um tensor cartesiano simétrico de segunda ordem,

$$M_i = \chi_{ij} H_j \quad (5.3)$$

que é uma forma contraída da expressão:

$$\begin{aligned} M_1 &= \chi_{11} H_1 + \chi_{12} H_2 + \chi_{13} H_3 \\ M_2 &= \chi_{21} H_1 + \chi_{22} H_2 + \chi_{23} H_3 \\ M_3 &= \chi_{31} H_1 + \chi_{32} H_2 + \chi_{33} H_3 \end{aligned} \tag{5.4}$$

Em que 1, 2 e 3 representam os índices das direcções coordenadas. A magnitude desta anisotropia, esteja ela associada a minerais ferromagnéticos, paramagnéticos ou diamagnéticos, depende de dois factores: a anisotropia das próprias partículas e o grau do seu alinhamento.

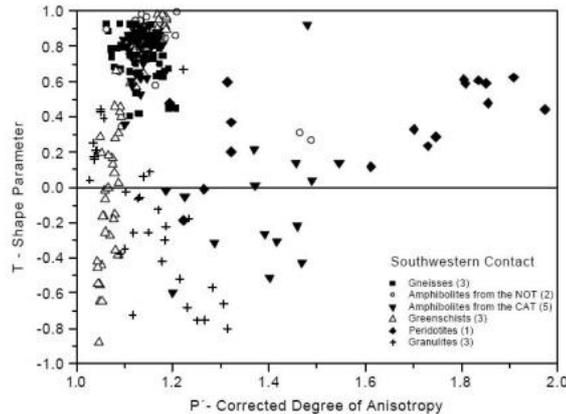


Figura 5.1: Diagrama  $P'(T)$  para um conjunto de amostras de Bragança (Silva et al., 2001).

A anisotropia das próprias partículas compreende duas componentes – anisotropia cristalina e de forma. A anisotropia cristalina, surge da acção da rede cristalina na orientação dos spins dos electrões, conduzindo a uma orientação preferencial segundo determinadas direcções, denominadas por eixo ou plano ‘fácil’. A anisotropia de forma, surge pelo facto de ao aplicarmos um campo externo geramos pólos magnéticos “norte” e “sul” nas extremidades dos grãos da rocha. Em grãos com forma assimétrica, as forças magnetostáticas geradas são mínimas quando os pólos superficiais estão mais distantes (cf discussão no ponto 3.2.4.6), pelo que a magnetização se realiza preferencialmente ao longo do eixo maior do grão.

No caso da magnetite, a anisotropia cristalina é muito reduzida pelo que a anisotropia de forma domina. Noutros casos, como na hematite, a anisotropia cristalina é dominante. Existem no entanto, maiores diferenças entre a resposta anisotrópica destes minerais, que são determinadas pelo tamanho do grão.

A magnitude da anisotropia de uma rocha será máxima quando o eixo cristalino ‘fácil’ dos grãos e os seus eixos longos (forma) possuem a mesma orientação. Saliente-se que não existe nenhum método que possibilite descortinar a contribuição dos dois factores. Por exemplo, uma rocha que contenha um fraco alinhamento mas tenha partículas fortemente anisotrópicas, poderá exibir uma anisotropia similar à que derive de um bom alinhamento de grãos, mas com partículas fracamente anisotrópicas.

Uma vez que a susceptibilidade se representa por um tensor cartesiano simétrico de segunda ordem, podemos determinar um sistema de eixos particular no qual o tensor da susceptibilidade se reduz aos termos diagonais. Neste sistema de eixos, designado por Sistema de Eixos Principais, a susceptibilidade será dada por:

$$\chi_{ij} = \begin{bmatrix} \chi_1 & 0 & 0 \\ 0 & \chi_2 & 0 \\ 0 & 0 & \chi_3 \end{bmatrix} \tag{5.5}$$

Uma representação gráfica muito intuitiva é aquela na qual a susceptibilidade é representada por um elipsóide, orientado segundo o sistema de eixos principais, e onde cada eixo do elipsóide iguala cada uma das susceptibilidades principais.

### 5.2.2 Magnitude da anisotropia

A quantificação do grau de anisotropia da susceptibilidade magnética de uma dada rocha pode ser alcançada a partir da determinação do grau de anisotropia corrigido de Jelinek, designado habitualmente por  $P'$ , e definido por:

$$P' = \exp \sqrt{2((\eta_1 - \eta_{lm})^2 + (\eta_2 - \eta_{lm})^2 + (\eta_3 - \eta_{lm})^2)} \quad (5.6)$$

Onde  $\eta_1 = \ln(\chi_1)$ ,  $\eta_2 = \ln(\chi_2)$ ,  $\eta_3 = \ln(\chi_3)$  são os logaritmos naturais das susceptibilidades principais e  $\eta_m = \langle \eta_1, \eta_2, \eta_3 \rangle$  é a respectiva média logarítmica. Este parâmetro é utilizado de forma generalizada, já que incorpora a utilização da média logarítmica e utiliza as três susceptibilidades principais.

### 5.2.3 Parâmetro de Forma

A excentricidade do elipsóide magnético pode ser quantificada de formas diversas. É recomendada por Tarling e Hrouda (1993) a utilização do parâmetro de forma **T**, definido por:

$$T = \left[ 2 \frac{\eta_2 - \eta_3}{\eta_1 - \eta_2} \right] - 1 \quad (5.7)$$

Elipsóides oblatos correspondem a valores de  $0 < T \leq 1$ , enquanto que os elipsóides prolatos correspondem a valores de  $-1 \leq T < 0$ . Elipsóides neutros correspondem a valores nulos de T. É habitual a representação de P'(T) habitualmente designada por diagrama de Jelinek. Este diagrama, representado na figura 5.1, separa as diferentes geometrias e magnitudes da ASM.

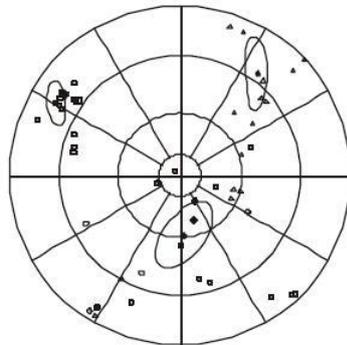
### 5.2.4 Representação Estereográfica da ASM

Quando possuímos um conjunto de medições da ASM representativo de uma mesma formação geológica, podemos representar os diversos valores das direcções das susceptibilidades principais num diagrama estereográfico polar, onde habitualmente o hemisfério inferior é o representado e a projecção é do tipo “áreas iguais”. Por convenção a susceptibilidade máxima é representada por “quadrados”, a susceptibilidade intermédia por “triângulos” e a susceptibilidade mínima por “círculos”. Um exemplo dessa representação é dado na figura 5.2.

Figura 5.2 Representação estereográfica da ASM referente a amostras do Dique da Messejana (Silva, com. Pess.)

## 5.3 Fábrica Magnética das Rochas

A fábrica primária dos sedimentos é influenciada pelos processos deposicionais e pós-deposicionais e pelo



desenvolvimento inicial do metamorfismo de baixo grau. A forma do elipsóide da ASM vai depender essencialmente do regime deposicional, sendo possível estabelecer as seguintes relações empíricas, essencialmente baseadas em modelos físicos (Tarling e Hrouda, 1993):

Quando a deposição se verifica sob a acção de uma corrente muito fraca ou moderada, de velocidade inferior a 1 cm/s, os grãos longos (prolatos) são alinhados paralelamente à direcção do transporte, com uma imbrincação inferior a 10°, de tal forma que a fábrica oblata fica confinada ao plano de deposição.

Quando a deposição se verifica sob a acção de uma corrente com velocidade superior a 1 cm/s o ângulo de imbrincação aumenta, de tal forma que a fábrica oblata se pode inclinar de 5 a 20° do plano de deposição. Os grãos muito prolatos possuem maior estabilidade quando perpendicular res à direcção da corrente.

No caso da deposição numa vertente, os componentes linear e plano da fábrica magnética tendem a alinhar-se simultaneamente em torno da direcção de fluxo e da vertente.

A fábrica magnética das rochas ígneas é fundamentalmente influenciada pelo papel das titanomagnetites e das ilmeno-hematites. Estas, por sua vez, possuem um ponto de fusão elevado, de tal forma que no decorrer do processo de arrefecimento, se comportam como “sólidos” que são influenciados pelo fluxo magmático.

Situação idêntica ocorre com outros cristais para e diamagnéticos como as olivinas, as piroxenas ou os feldspatos.

Uma vez que a viscosidade do magma é muito superior à viscosidade da água (que determina a fábrica magnética das rochas sedimentares, e que a temperatura a que cessa o fluxo viscoso é de cerca de 800° C, muito acima da temperatura de Curie dos materiais ferromagnéticos sl, podemos concluir que (i) o efeito do campo gravítico é insignificante no que diz respeito ao alinhamento dos cristais individuais, (ii) o campo geomagnético não influencia significativa o alinhamento dos cristais, (iii) a fábrica magnética associada com os materiais ferromagnéticos mimetiza a fábrica dos minerais paramagnéticos, dos quais se formaram por alteração deutérica, química ou física.

## 5.4 Correlação da magnitude da ASM com a deformação finita

A correlação entre a forma dos elipsóides da ASM e da deformação finita, obtida pela Geologia Estrutural, é muito difícil. A forma do elipsóide da ASM representa o comportamento magnético do mineral dominante e está usualmente pouco relacionado com a deformação finita. Contudo, podem estabelecer-se correlações qualitativas num conjunto importante de situações.

A intensidade da deformação em **zonas de falha e cisalhamentos** leva a que a maioria das fábricas existentes sejam totalmente apagadas. Onde ocorre cataclase, as rochas em questão parece que estiveram a altos níveis crustais ( $\leq 10 - 15$  Km) e a temperaturas ambientes menores que 300°C, uma vez que a altas temperaturas a deformação plástica é dominante. Contudo, a fracturação frágil pode ocorrer no interior de regimes dúcteis, particularmente se a tensão for forte e aplicada rapidamente, quando comparada com a taxa de deformação plástica. O efeito geral, sobre condições de cataclase, é de constrangimento dos grãos minerais, resultando em fábricas foliadas (milonitos e filonitos) ou em rochas não foliadas em zonas de falha (cataclases, que incluem brechas). A deformação pode estar associada com aquecimento local intenso, o qual, particularmente na ausência de água ou de outros voláteis, poderá levar à formação de uma matriz vítrea.

As características magnéticas de tais rochas em zonas de falha têm tido pouco estudo e são geralmente consideradas como sendo não foliadas. Parece provável, que as técnicas magnéticas possam ser usadas para a distinção entre certas petrofábricas e datação do arrefecimento da zona de falha (Tarling e Hrouda, 1993).

Os milonitos em geral apresentam foliação, sofrendo principalmente uma intensa deformação plástica. Por vezes a presença de grandes cristais pode obscurecer a fábrica geral do milonito, embora os próprios cristais transportem a fábrica magnética que é parcialmente ou totalmente afectada pela deformação associada à zona de falha ou cisalhamento.

As orientações dos eixos principais da susceptibilidade parecem ser indicadores sensíveis do sentido do deslocamento de toda a rocha, comportando-se mais como uma nova formação de xistosidade. O equivalente, é observado na vizinhança de uma falha. O cisalhamento da clorite e da magnetite pode gerar fábricas de susceptibilidade magnética cuja anisotropia marca claramente o sentido do movimento até uma distância de 5m do plano de falha.

Sendo a deformação em **zonas de cavalgamento e mantos de carregamento** muito complexa e variável, a maioria dos resultados tem sido obtida principalmente através de modelos matemáticos bidimensionais, grosseiramente simulados, nos quais são aplicados cisalhamentos puros e simples sucessivamente ou em conjunto.

A direcção do cisalhamento simples é tida como interior ao plano de cavalgamento e paralela à direcção do movimento de cavalgamento. O cisalhamento puro é assumido como sendo do tipo plano - deformação que actua ao longo do plano decavalgamento e, portanto, está acomodada na direcção perpendicular a ele.

Segundo o modelo de Tarling e Hrouda (1993), sugere-se que:

1) Se a deformação da napa é uma combinação simples de cisalhamento simples e alongamento lateral, com o plano de cavalgamento perto de dobramento, (i) a foliação magnética permanece perto do plano da estratificação, (ii) a lineação magnética reordena-se segundo a direcção de cisalhamento e (iii) o grau de anisotropia tende a decrescer no princípio para um posterior aumento, com a intensificação do deformação.

2) Se a deformação da nappe é resultado da combinação de cisalhamento simples e encurtamento lateral, (i) a foliação magnética pode-se desviar fortemente do dobramento, tal que, os seus pólos formem uma faixa num plano vertical que inclui a direcção de cisalhamento, (ii) a lineação magnética reordena-se perpendicularmente a direcção de cisalhamento se o encurtamento é forte e o cisalhamento fraco, mas na direcção de cisalhamento simples se este e o encurtamento forem fortes, e (iii) a magnitude da anisotropia tende a decrescer num primeiro estágio e depois aumenta com a intensificação do deformação.

## 5.5 Bibliografia

Irving, Eduard, PNAS February 8, 2005 vol. 102 no. 6 1821-1828

Silva, P.F., FO. Marques, J.M. Miranda, B. Henry, A. Mateus, Anisotropy of magnetic susceptibility constraints on Variscan obduction processes in the Bragança Massif (NE Portugal), *Tectonophysics* 341 (2001), 95-119. 2001.

Sleep N., K. Fujita, 1997. *Principles of Geophysics*, Blakewell Science, p 1-586.

Tarling D. H. e F. Hrouda, 1993. *The Magnetic Anisotropy of Rocks*, Chapman and Hall, pp 1-217.

## Cap 6 – CAMPO EXTERNO

### 6.1 A Magnetosfera

No espaço interestelar existe um campo magnético cuja amplitude é de cerca de 1nT, de acordo com observações feitas de polarização da luz por partículas de poeira magneticamente orientadas cuja direcção, parece alinhada com a do braço da galaxia (Backus et al, 1996).

No sistema solar o campo magnético do Sol domina o espaço interplanetário. Este é caracterizado pelo fluxo contínuo de um plasma constituído por átomos de hidrogénio ( $500 \text{ cm}^{-3}$ ), iões  $\text{H}^+$ ,  $4\text{He}^{2+}$  e electrões ( $10 \text{ cm}^{-3}$ ) que constitui o chamado vento solar. Para uma distância igual à distância média da Terra ao Sol, este fluxo gera um campo de intensidade próxima de 5 nT, e dirigido “de” e “para” o Sol de acordo com grandes sectores (Backus et al, 1996).

Uma vez que o vento solar é constituído por partículas electricamente carregadas, ele vai interagir com o campo magnético da Terra. O vento solar varia consideravelmente a sua velocidade relativa em relação à Terra, com um período de cerca de 27 dias, que corresponde à rotação do sol “vista” a partir da Terra.

Sendo os valores da velocidade do vento solar compreendidos no intervalo de 270 km/s a 650 km/s, estamos na presença de um fluxo supermagnetosónico, já que a sua velocidade é de cerca de 10 vezes superior à velocidade de Alfvén.

O campo magnético da Terra é afectado profundamente pelo vento solar. No lado “iluminado”, as linhas de força do CMT são “comprimadas” pelo vento solar, definindo uma cavidade na qual a penetração do vento solar é muito reduzida, e onde o CMT fica confinado. Gold (1959) denominou esta cavidade magnetosfera. Do lado “não iluminado” a fronteira da magnetosfera, denominada magnetopausa, apresenta uma forma alongada, geometricamente semelhante à cauda de um cometa.

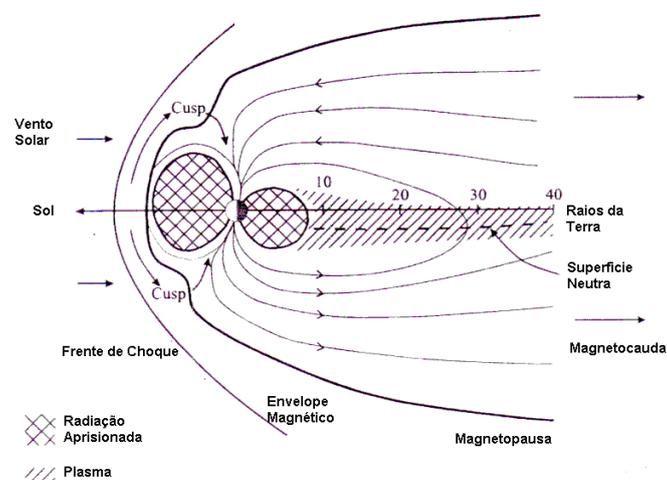


Figura 6.1: Estrutura da Magnetosfera. Adaptado de McElbinny et al. 1998.

A magnetosfera possui uma estrutura complexa : na fronteira com o vento solar gera-se continuamente uma onda de choque, uma vez que a velocidade do vento solar é superior à velocidade do som para o plasma interplanetário; mais perto da Terra, o movimento em espiral de partículas muito energéticas - prótons e electrões - em torno das linhas de campo magnético forma as “cinturas de Van Allen”.

As camadas externas destas cinturas são alimentadas continuamente pelo vento solar e a circulação equatorial deste sistema dá origem a uma importante corrente eléctrica, denominada “anel de corrente” formado pelas partículas de alta energia (prótons e electrões) capturadas pelo campo magnético da Terra, que dão origem a corrente eléctrica com uma geometria aproximadamente circular, a cerca de 10 raios da Terra, no plano do equador magnético, e que são uma componente muito importante da perturbação externa.

Na região compreendida entre a frente de choque e a magnetopausa, aqui designada por *envelope magnético*, as partículas do vento solar desaceleram, até atingirem velocidades sub-magnetosónicas. Próximo dos polos norte e sul magnéticos verifica-se penetração do vento solar que pode atingir a ionosfera. O estiramento das linhas de força do CMT na magnetocauda, gera ainda o aparecimento de uma superfície, *neutral*, do lado obscurecido da Terra, onde o campo é praticamente nulo.

## 6.2 A Ionosfera

Com excepção das trovoadas, a região situada entre a superfície da Terra até cerca de 50 km de altitude pode ser considerada como “vácuo electromagnético”. O movimento dos cumulonimbus pode, contudo alterar o CMT medido à superfície, até valores da ordem dos 20 nT. As descargas dos relâmpagos podem conduzir a valores localizados mais elevados.

Na atmosfera da Terra, entre os 50 km e os 600 km de altitude, existe uma região denominada ionosfera que se considera ainda subdividida em duas camadas : a camada D - 50 km a 90 km, onde predominam os iões  $\text{NO}^+$ ,  $\text{O}^2-$  e electrões – a camada E - entre 90 km e 120 km, onde predominam os iões  $\text{NO}^+$ ,  $\text{O}^{2+}$  e electrões - e a camada F - entre 120 km e 600 km e onde predominam os iões  $\text{O}^{2+}$  e electrões. A densidade dos electrões aumenta da região D para a região F, onde pode atingir valores típicos de cerca de  $10^5$  a  $10^6 \text{ cm}^{-3}$ .

Esta ionização é provocada pela radiação ultravioleta do sol : o hemisfério iluminado da ionosfera é mais condutor que o hemisfério noturno, gerando fortes correntes eléctricas no hemisfério iluminado, num sistema de tipo “dínamo” alimentado pela energia do Sol. Estas correntes geram campos magnéticos de intensidade até 80 nT (Backus et al, 1996).

## 6.3 Variações Transientes, Tempestades e Subtempestades

Os diferentes mecanismos descritos para a origem do campo magnético externo geram, à superfície da Terra, um sinal magnético com uma grande dependência temporal.

| Fenómeno                   | Período    | Amplitude  |
|----------------------------|------------|------------|
| Micropulsações             | 1ms – 3 mn | ~1 nT      |
| Sub-tempestades Magnéticas | 1-2 h      | ~10 nT     |
| $S_q$                      | 24 h       | ~20 nT     |
| $S_d$                      | 24 h       | ~5 – 20 nT |
| L                          | 25 h       | ~1 nT      |
| Tempestades Magnéticas     |            |            |
| Fase Inicial               | ~4 h       | ~15 nT     |
| Fase Principal             | ~8 h       | ~35 nT     |
| Fase de Recuperação        | ~ 0 h      | ~35 nT     |
| Campo Magnético Externo    | ~<4 ano    |            |
| Campo Magnético Interno    | ~>4 ano    |            |
| Ciclo de Manchas Solares   | 11-22 ano  |            |

*Valores Típicos das Variações Transientes do CMT para latitudes intermédias*

Se excluirmos as variações do campo magnético produzidos pela radiação solar, uma vez que esta influencia o campo magnético em períodos da ordem de grandeza de 10-15 s, o que é muito pequeno para os fenómenos estudados pelo geomagnetismo, a componente de maior frequência (cerca de 1 kHz) corresponde às ondas induzidas no plasma ionosférico por relâmpagos - ao longo de uma mesma linha de força do campo magnético - a que corresponde um sinal de alguns nT. A dispersão destes sinais (que conduz a que as frequências mais altas possuam uma velocidade de propagação superior às frequências menos altas) aliada ao facto de a

banda de frequência envolvida corresponder à gama “audível” o que permite ouvir estes sinais com altifalantes, conduziu á designação de whistlers (assobios).

Nos períodos entre 1 e 300 s são conhecidas variações do CMT de carácter global e quase periódico, denominadas micropulsações, que podem manter-se durante algumas horas e cuja amplitude é inferior a alguns nT. Estas correspondem a fenómenos de ressonância da magnetosfera induzidos pelo vento solar.



Figura 6.2: Aurora observada no Alasca. As estrutura verticais estão alinhadas com o CMT. Retirado de EOS, 80, 17, 1999.

Um fenómeno de maior importância - para as aplicações geológicas do geomagnetismo - diz respeito às tempestades magnéticas. Estas são caracterizadas do ponto de vista observacional por oscilações muito intensas do CMT, que podem durar alguns dias, iniciadas por uma elevação brusca da componente X, seguida alguns minutos depois por uma descida igualmente brusca desta componente (a um nível inferior ao seu valor médio antes da tempestade). De seguida, assiste-se a uma fase de recuperação da tempestade que pode durar alguns dias e que é acompanhada por oscilações similares de amplitude tendencialmente inferior.

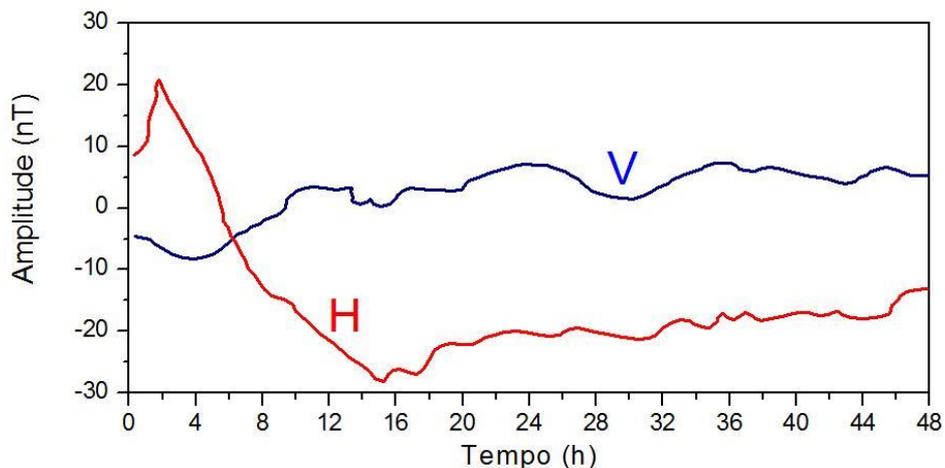


Figura 6.3: Tempestade Magnética típica. Valores médios para a latitude 40N. No hemisfério Sul a variação da componente vertical seria invertida. Redesenhado de Chapman e Bartels (1962)

A fase inicial da tempestade magnética pode ser abrupta – designada nesse caso por SSC, *Sudden Storm Commencement* – ou gradual. A fase de recuperação das tempestades magnéticas corresponde à modulação em amplitude do anel de corrente, que corresponde à deriva iões positivos e negativos – em sentidos contrários – ao longo de uma trajectória fechada, tal como ocorre nas cinturas de Von Allen.

As tempestades magnéticas podem ter amplitudes de alguns nT a alguns milhares de nT (em latitudes magnéticas elevadas). A geração de tempestades magnéticas prende-se com a emissão de fluxos muito estreitos de vento solar, em épocas de grande actividade solar, que colidem com a magnetosfera e excitam modos de ressonância desta. Tempestades Magnéticas elevadas ocorrem cerca de 2 a 3 vezes por ciclo solar.

O caso mais conhecido de tempestade magnética foi o observado em Março de 1989 no Canadá, que levou ao “disparo” de uma importante fracção da rede eléctrica deste país.

São ainda definidas sub-tempestades magnéticas, quando um processo transiente é iniciado no lado noturno da Terra, transportando energia da interacção vento solar / magnetosfera para as auroras, a ionosfera ou a magnetosfera, e gerando variações do CMT à superfície da ordem dos 40 nT. Um dos exemplos corresponde à formação das auroras, que ocorrem fundamentalmente nas latitudes geomagnéticas entre 65° e 70°, sendo a luz verde tipicamente associada às auroras, provocada pelo Oxigénio bombardeado por electrões provenientes das camadas exteriores. Se bem que a cor verde seja dominante, também podem ser observadas franjas vermelhas e azuis, associadas ao oxigénio e ao azoto.

As auroras estão associadas a campos eléctricos de elevada intensidade, sendo a mais importante designado por electrojecto, activo entre o pôr e o nascer do sol, com a amplitude máxima cerca da meia -noite.

As alterações dos magnetogramas geradas pelas sub-tempestades assemelham-se a baías num mapa geográfico, pelo que se conhecem como baías magnéticas.

## 6.4 Variação Diurna

Mesmo que não existissem perturbações no vento solar, na sua interacção com o CMT existe um efeito de maré, gerado pelo facto de o eixo do dipolo geomagnético estar inclinado em relação à direcção do vento solar. A variação assim provocada no CMT à superfície designa-se por variação diurna, já foi abordada na secção 1.3.2., e representada na figura 1.9.

Esta variação pode ser conceptualmente decomposta numa componente solar  $S$ , com um período de 24 h, numa muito menor componente lunar,  $L$ , com um período próximo das 25 h, e numa componente perturbadora  $D$ . Se se considerarem apenas *os dias muito calmos* do ponto de vista magnético, podemos obter uma descrição da variação devida apenas à variabilidade solar  $S_q$ . Tanto  $S_q$  como  $L$  têm origem em fenómenos de maré. A maré atmosférica solar é essencialmente térmica enquanto a maré lunar é essencialmente gravitacional.

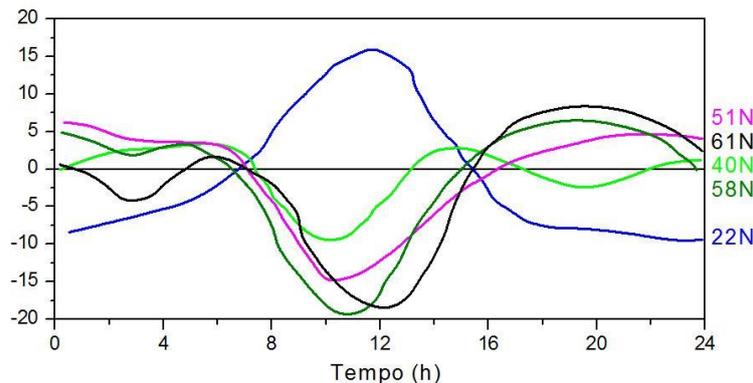


Figura 6.4: Variação diurna média dos dias calmos da componente horizontal, para várias latitudes. Abcissas em h, ordenadas em nT. Adaptado de Chapman e Bartels, 1962.

Ao longo do equador magnético, e numa banda de cerca de 2° de largura, verifica-se uma amplificação de  $S_q$  de um factor de dois. Este facto traduz a existência de uma corrente, denominada electrojecto equatorial, que flui de este para oeste no hemisfério diurno.

Podemos definir o campo perturbado  $D$  pela diferença:

$$D = \Delta F - S_q - L \quad (6.1)$$

Onde  $\Delta F$  é a diferença entre o valor medido do campo total em cada instante e o valor médio mensal.

## 6.5 Índice de manchas solares

O fluxo de energia emitido pelo Sol não é constante, apresentando variações de brilho ao longo do seu ciclo de actividade entre 0.10% e 0.15%. No que diz respeito aos pequenos comprimentos de onda (radiação X e UV) essa variação temporal é mais importante, em particular porque associada a uma pequena variação do campo magnético terrestre, com um ciclo de cerca de 22 anos. Uma das manifestações visíveis da variação da actividade solar é o *número de manchas solares*, observadas inicialmente por Galileu em 1610 e monitorizadas continuamente

desde 1849 por Johann Rudolph Wolf. Quanto maior o número de manchas solares maior a actividade solar e maior o fluxo de energia irradiada.

A determinação do número de manchas solares é realizada diariamente de modo independente. Cada cluster de manchas solares pode ser formado por uma ou muitas manchas, cuja dimensão pode variar entre a resolução da media (~1/25 graus quadrados) até 10 graus quadrados ou mais. O número relativo de manchas solares R é definido como:

$$R = K(10g + s) \quad (6.2)$$

Onde **g** é o número de clusters e **s** o número de manchas distintas. O valor de K, inferior à unidade, depende do observador e procura garantir a continuidade com as observações realizadas pelo astrónomo suíço Johann Rudolph Wolf.

Os registos de manchas solares apresentam um ciclo de cerca de 11 anos. O período entre 1645 e 1715 mostrou uma actividade solar inferior ao normal, com quase ausência de manchas solares e sem auroras. Este período, designa-se por *Maunder Sunspot Minimum*.

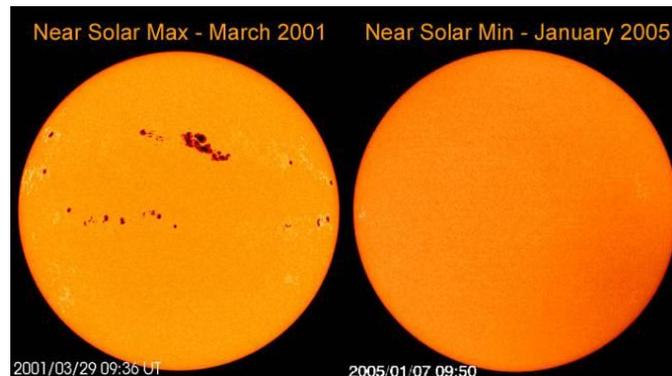


Figura 6.5 – Observação de manchas solares. Extraído do site da NASA [sobwww.nascom.nasa.gov/hotshots/2003\\_10\\_22/](http://www.nascom.nasa.gov/hotshots/2003_10_22/)

O diagrama representado na figura seguinte mostra que o número de manchas solares pode variar numa proporção de 1 para 3.

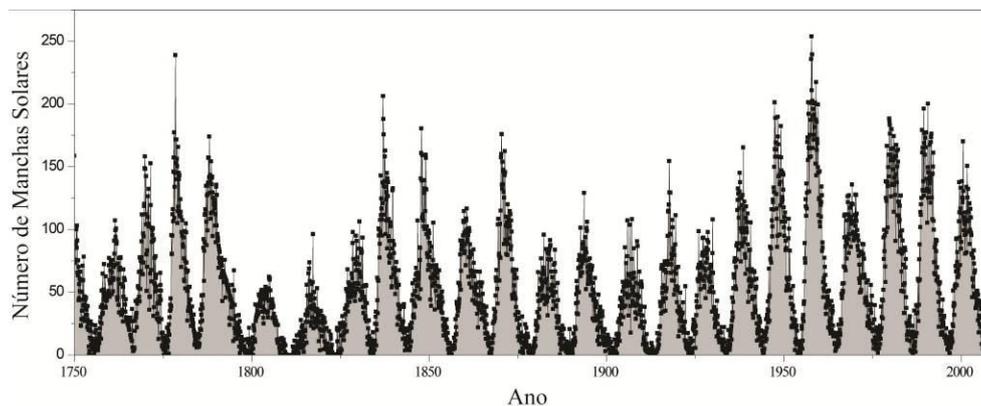


Fig. 6.6: Número de Manchas Solares observadas entre 1750 e 2009. Apresentam-se valores médios mensais compilados pelo “Solar Influences Data Analysis Center” da Bélgica.

## 6.6 Índices Magnéticos

A actividade associada com o CME é registada nos Observatórios Magnéticos. A sua caracterização é habitualmente realizada a partir do cálculo de “índices” que são supostos caracterizar a frequência e amplitude das componentes externas.

A caracterização da actividade magnética irregular é realizada desde 1884 com os C-numbers. Este índice é atribuído por cada observatório, atribuindo a cada dia (TUC) um valor 0, 1 ou 2 descrevendo o grau de perturbação do magnetogramacorrespondente (calmo, moderadamente perturbado ou muito perturbado). A

partir dos valores atribuídos por cada observatório, é possível determinar um índice planetário  $C_P$  definido como a média dos valores individuais. Este índice foi calculado entre 1884 e 1975 e foi utilizado para a definição dos cinco dias mais calmos do ano até 1942.

### 6.6.1 Índices de Actividade Geomagnética Planetária

Para minorar o carácter subjectivo do índice  $C_P$ , Bartels introduziu em 1939 um novo índice, conhecido como o índice  $K$  (do alemão *kennziffer*, índice de gama de variação). O índice  $K$  é calculado na totalidade dos Observatórios Magnéticos para intervalos de 3 horas, considerados suficientemente largos para permitir a consideração de fenómenos como as baías. Os valores possíveis deste índice variam entre 0 e 9, de acordo com uma escala quase logarítmica.

A partir do índice  $K$ , é possível determinar um índice normalizado, independente da hora local e dos efeitos anuais, sendo este último denominado  $K_s$ . À semelhança de  $C_P$  também é possível determinar um índice planetário  $K_p$  de forma similar, sendo definida uma rede de 13 observatórios, maioritariamente situados na Europa e na América do Norte e com apenas dois observatórios no hemisfério sul (Canberra na Austrália e Eyrewell na Nova Zelândia).

| Código | Observatório   | Latitude Geomagnética |
|--------|----------------|-----------------------|
| MEA    | Meanook        | 62.5                  |
| SIT    | Sitka          | 60.0                  |
| LER    | Lerwick        | 58.9                  |
| OTT    | Ottawa         | 58.9                  |
| LOV    | Lovö           | 56.5                  |
| ESK    | Eskdalemuir    | 54.3                  |
| BJE    | Brorfelde      | 52.7                  |
| FRD    | Fredericksburg | 51.8                  |
| WNG    | Wingst         | 50.9                  |
| HAD    | Hartland       | 50.0                  |
| NGK    | Niemegk        | 48.8                  |
| EYR    | Eyrewell       | 50.2                  |
| CAN    | Canberra       | 45.2                  |

*Lista dos Observatórios Magnéticos utilizados para a determinação do índice  $K_p$ . Este índice planetário varia entre 0 e 9 com uma resolução de 1/3 da unidade.*

No fim dos anos 50 Mayaud introduziu um novo índice planetário, denominado **am**, com dois sub-índices para cada um dos hemisférios **an** e **as**, e um índice antipodal, **aa**, obtido a partir dos observatórios Melbourne e Greenwich, inicialmente e Canberra e Hartwell, na actualidade. O índice **am** é baseado num conjunto de 22 observatórios, organizados de acordo com a sua longitude. Os índices  $K$  correspondentes ( $K_n$ ,  $K_s$  e  $K_m$ ) podem ser obtidos dos índices **a** a partir da utilização de tabelas de conversão.

|       |    |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-------|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $K_p$ | 0o | 0+ | 1- | 1o | 1+ | 2- | 2o  | 2+  | 3-  | 3o  | 3+  | 4-  | 4o  | 4+  |
| $a_p$ | 0  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7   | 9   | 12  | 15  | 18  | 22  | 27  | 32  |
| $K_p$ | 5- | 5o | 5+ | 6- | 6o | 6+ | 7-  | 7o  | 7+  | 8-  | 8o  | 8+  | 9-  | 9o  |
| $a_p$ | 39 | 48 | 56 | 67 | 80 | 94 | 111 | 132 | 154 | 179 | 207 | 236 | 300 | 400 |

*Tabela de conversão entre índices  $K_p$  e  $a_p$ . Nos índices  $K$  o código 1+ deve ler-se 1+1/3; 1- deve ler-se 1-1/3 e assim sucessivamente.*

A utilização do índice  $a_p$  como uma medida da amplitude da perturbação do campo magnético é considerada como referida a uma estação normal com o limite inferior de 500 nT para  $K = 9$ . Nesta estação. O valor médio da mais perturbada das componentes horizontais num período de 3 horas será  $2a_p$ . Como o índice  $A_p$  é corresponde à média diária dos oito valores de  $a_p$ , ele pode ser interpretado como correspondendo à amplitude média diária em unidades de 2 nT.

### 6.6.2 Actividade Planetária Diária $C_p$

O nível de actividade magnética diária é avaliado de forma qualitativa por um parâmetro denominado  $C_p$ , que é calculado como a soma dos oito valores diários do índice  $a_p$ .  $C_p$  varia entre 0 (calmo) até 2.5 (muito perturbado) em passos de 0.1. A conversão entre o índice  $a_p$  e  $C_p$  é dada por:

| Soma dos oito valores de $a_p$ |        | $C_p$ | Soma dos oito valores de $a_p$ |        | $C_p$ |
|--------------------------------|--------|-------|--------------------------------|--------|-------|
| Mínimo                         | Máximo |       | Mínimo                         | Máximo |       |
| 0                              | 22     | 0.0   | 228                            | 273    | 1.3   |
| 22                             | 34     | 0.1   | 273                            | 320    | 1.4   |
| 34                             | 44     | 0.2   | 320                            | 379    | 1.5   |
| 44                             | 55     | 0.3   | 379                            | 453    | 1.6   |
| 55                             | 66     | 0.4   | 453                            | 561    | 1.7   |
| 66                             | 78     | 0.5   | 561                            | 729    | 1.8   |
| 78                             | 90     | 0.6   | 729                            | 1119   | 2.9   |
| 90                             | 104    | 0.7   | 1119                           | 1399   | 2.0   |
| 104                            | 120    | 0.8   | 1399                           | 1699   | 2.1   |
| 120                            | 139    | 0.9   | 1699                           | 1999   | 2.2   |
| 139                            | 164    | 1.0   | 1999                           | 2399   | 2.3   |
| 164                            | 190    | 1.1   | 2399                           | 3199   | 2.4   |
| 190                            | 228    | 1.2   | 3199                           | 3200   | 2.5   |

Tabela de conversão entre índices  $a_p$  e o índice de actividade diária planetária  $C_p$ .

A partir dos índices de actividade diária determinados por cada observatório é calculado um índice diário global  $C_i$ , dado pela média das determinações. Um dia para o qual  $C_i$  seja 0 é classificado como muito calmo, enquanto que um dia onde  $C_i$  seja próximo de 2 é classificado como muito agitado.

### 6.6.3 Outros Índices Magnéticos

Existe ainda um conjunto de outros índices magnéticos que correspondem a medidas de actividade em configurações específicas no sistema geomagnético: o índice **aa** é determinado a partir dos índices K, para posições antipodais e latitudes magnéticas inferiores às da formação de auroras (presentemente Hartland e Camberra).

Os índices **am** são calculados também a partir dos índices K, mas organizando os observatórios em 9 grupos, que correspondem a valores crescentes de latitude magnética. É calculado um índice para cada hemisfério (**an** e **as**) sendo o valor de **am** a média dos dois.

Os índices Sym-H, Sym-D, Asy-H e Asy-D quantificam a perturbação magnética de forma longitudinalmente simétrica (Sym) ou assimétrica (Asy) e foram introduzidos para descrever as perturbações geomagnéticas nas latitudes intermédias com 1 minuto de resolução temporal.

O índice  $D_{st}$  é calculado a partir dos observatórios quase equatoriais, e mede a intensidade da corrente de anel. O índice é calculado como a média independente da longitude, e de tal forma que é estatisticamente nulo nos dias muito calmos. Um valor de  $-50\text{nT}$  corresponde a uma tempestade magnética, e um valor de  $-200\text{nT}$  corresponde à formação de auroras nas latitudes médias.

## 6.7 Modelos de Campo Externo

Do ponto de vista das medições do CM à superfície, a influência determinante do campo externo é sob a forma de um campo variável no tempo. A principal componente medida à superfície, é a denominada variação diurna dos dias calmos cuja amplitude, como vimos atinge cerca de  $80\text{nT}$  e que obriga a efectuar “reduções temporais” nos levantamentos magnéticos (cf capítulo 4). As tempestades magnéticas, pela sua amplitude obrigam à suspensão de todos os trabalhos de prospecção magnética. As outras componentes de origem externa são muito reduzidas quando comparadas com o campo de origem interna.

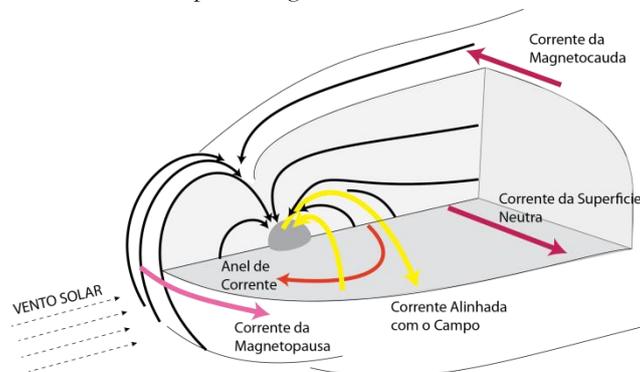


Fig. 6.7: Esquema dos principais sistemas de correntes da magnetosfera incluídos nos modelos de campo externo

Podem identificar-se várias componentes do campo magnético externo geradas pela interação da magnetosfera terrestre com o vento solar. Três correntes principais são identificadas na magnetosfera: (a) a que percorre a fronteira da magnetosfera, denominadas magnetopausa; (b) a que percorre a folha neutral da cauda geomagnética, que separa os seus dois lobos e (c) o anel de corrente que flui ao longo do equador terrestre na região que corresponde ao mínimo do campo magnético.

Existem um conjunto de modelos matemáticos destas componentes. Todos eles foram determinados a partir do processamento de dados de satélites e são parameterizados com alguns dos índices magnéticos definidos acima. O modelo de Fairfield e Mead (1975) foi calculado para quatro níveis de actividade magnética definidos pelo índice  $K_p$ , e corresponde a uma expansão em série de potências no sistema de coordenadas magnéticas solares, de segundo grau na posição e primeiro grau na inclinação. Os coeficientes do modelo foram obtidos a partir de 12 616 medições vectoriais do campo magnético externo, realizadas entre 1966 e 1972. Os modelos de Tsyganenko desenvolvidos de 1997 a 2004 integram uma quantidade muito maior de dados atelitários, e incluem expressamente as contribuições seguintes: anel de corrente, sistema de correntes da magnetocauda, sistema de correntes da magnetopausa e sistemas de correntes de larga escala alinhadas com o campo magnético.

## 6.8 Bibliografia

- Backus G., R. Parker, C Constable, (1996) Foundations of Geomagnetism, Cambridge University Press, pp 369.
- Bartels, J., N. H. Heck, and H. F. Johnston. The three-hour-range index measuring geomagnetic activity, J. Geophys. Res., 44, 411-, 1939.
- <http://modelweb.gsfc.nasa.gov/magnetos/tsygan.html> [modelos de Tsyganenko].
- <http://www.spenvis.oma.be/help/background/indices.html#KpAp> [índices magnéticos].
- Mayaud, P. N., A hundred year series of geomagnetic data, 1868-1967, indices aa, storm sudden commencements, in IAGA Bull., 33, Int. Union of Geod. and Geophys., Paris, 1973.

## Cap 7 – INTRODUÇÃO À TEORIA DO DÍNAMO

### 7.1 Dínamo Auto-Sustentado

Está actualmente bem estabelecido que o núcleo líquido da Terra é formado fundamentalmente por ferro e por uma fracção significativa de níquel, no estado líquido, se bem que as determinações da densidade média do núcleo apontem para a necessidade de considerar a existência de outros elementos menos densos na sua composição. Dessa forma, e uma vez que a variação da temperatura no interior da Terra impede que se considere a possibilidade da existência de magnetização permanente, foi-se estabelecendo como único modelo explicativo do CMP o chamado “Modelo do Dínamo”, que admite que o núcleo líquido da Terra se comporta como um dínamo auto-excitado. Quer isto dizer que se admite que a corrente eléctrica gerada pelo movimento do núcleo líquido na presença de um campo magnético pré-existente, gera um campo magnético que por sua vez reforça esse campo.

Assume-se que o campo de movimento no núcleo é mantido pelas variações de densidade relacionadas com a produção de calor radioactivo (e.g.  $^{40}\text{K}$  dissolvido), a libertação de calor latente ou a libertação de constituintes menos densos do núcleo primitivo. O principal problema é o de se identificar os mecanismos que mantêm o CMT ao longo da história da Terra e determinam a sua variação temporal.

Larmor foi o primeiro a sugerir em 1919 um modelo deste tipo para justificar a formação das manchas solares. Em 1934 Cowling demonstrou um teorema segundo o qual um campo magnético com simetria axial não poderia ser sustentado por um modelo de dínamo. Este resultado formal foi visto durante muito tempo como uma objecção importante ao desenvolvimento deste tipo de modelo, tornando-se clara a necessidade de ser demonstrado como é que um meio essencialmente homogéneo, convexo e condutor, pode gerar um dínamo que se possa considerar auto-sustentado para escalas de tempo similares à idade da Terra.

### 7.2 Dínamos de Disco

#### 7.2.1 Dinamo de Disco Homopolar

Bullard, tal como Elsasser, procurou responder aos argumentos formais, com a construção de modelos simples capazes de mostrar a viabilidade física de um dínamo auto-sustentado. Este modelo, chamado Dínamo de Disco, ou Dínamo Homopolar, ou de Hertenberg, tinha sido sugerido por Larmor no princípio do século XX e foi formalizado por Bullard em 1955. Do ponto de vista geométrico o modelo encontra-se representado na figura 7.1.

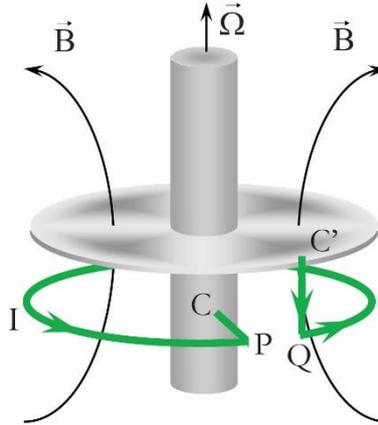


Figura 7.1 - Diagrama do Dínamo homopolar.

Muitos dos aspectos essenciais dos modelos de Dínamo podem ser resumidos da seguinte forma simples: a energia magnética é produzida por conversão de energia mecânica - necessária para assegurar o movimento do dínamo - a partir de um campo magnético inicial. O aumento da energia magnética gerada pelo dínamo obriga ao aumento do momento necessário para manter a rotação e permite aremoção do campo inicial.

Supomos que o disco roda com a velocidade angular  $\vec{\Omega} = \Omega \vec{e}_z$  e, como tal, cada elemento do disco possui uma velocidade linear  $\vec{u} = \Omega r \vec{e}_\lambda$  - em coordenadas cilíndricas. Se existir uma corrente  $I$  no condutor (de  $C'$  para  $C$ , na figura anterior) ela vai gerar um campo magnético  $\vec{B}$  no disco. A interacção do disco com o campo magnético  $\vec{B}$  dá origem a um campo eléctrico, cuja componente radial é dada por:

$$\vec{E} = \vec{u} \times \vec{B} = (\Omega r \vec{e}_\lambda) \times (B \vec{e}_z) = \Omega r B_z \vec{e}_r \quad (7.1)$$

O disco vai assim gerar uma força electromotriz - que irá ser aplicada ao fio - e que tem o valor:

$$\epsilon = \int_{r_1}^{r_2} E_r dr = \int_{r_1}^{r_2} \Omega r B_z = \Omega \frac{r_2^2 - r_1^2}{2} B_z = \frac{\Omega \phi}{2\pi} \quad (7.2)$$

em que  $\phi$  é o fluxo do campo magnético através da superfície do disco, positivo para cima. Se considerarmos  $M$  como sendo a indução mútua entre o fio e as duas faces do disco, sabemos que:

$$\phi = M I \quad (7.3)$$

A força electromotriz aplicada no fio gera uma corrente eléctrica neste dada por :

$$\epsilon = L \frac{dI}{dt} + R I \quad (7.4)$$

em que  $R$  é a resistência e  $L$  a indutância. Temos assim:

$$\frac{\Omega \phi}{2\pi} = \frac{\Omega M I}{2\pi} = L \frac{dI}{dt} + R I \quad (7.5)$$

ou seja :

$$L \frac{dI}{dt} = \left( \frac{\Omega M}{2\pi} - R \right) I \quad (7.6)$$

cuja solução, quando  $\Omega$  é constante é dada por:

$$I = I_0 \exp \frac{\frac{\Omega M}{2\pi} - R}{L} t \quad (7.7)$$

em que a corrente que flui no fio cresce exponencialmente com  $t$ , desde que  $\Omega M / R > 2\pi$ , e decresce exponencialmente caso contrário. A equação (7.7) é denominada a **Equação Cinemática do Dínamo**. Claro que manter a velocidade angular  $\Omega$  do disco constante exige recursos em energia crescentes. O que acontece quando a energia disponível para manter o disco a rodar é finita? Consideremos assim o momento da força

criado entre o campo  $\vec{B}$  e a corrente eléctrica que podemos admitir que circula radialmente no disco (ou seja:  $\vec{J} = J \vec{e}_z$ ), que tem que ser compensado pelo momento da força necessária para manter o disco a rodar:

$$T = \int_{base}^{topo} dz \int_0^{2\pi} d\lambda \int_{r_1}^{r_2} -J_r B_z dr \quad (7.8)$$

admitindo que  $B_z$  é independente de  $z$  e de  $\lambda$ , temos que,

$$T = - \int_{r_1}^{r_2} r B_z dr \quad (7.9)$$

O que, fazendo aparecer explicitamente o fluxo do campo B, dá origem a:

$$T = - \frac{I\phi}{2\pi} = - \frac{MI^2}{2\pi} \quad (7.10)$$

pelo que, quando  $I$  aumenta, o momento da força necessária para manter o dínamo a rodar aumenta também. Se chamarmos  $G$  ao momento externo aplicado ao dínamo e  $K$  ao momento de inércia do conjunto eixo-disco, a equação que governa a aceleração angular do disco é a seguinte:

$$\frac{G - MI^2}{2\pi} = K \frac{d\Omega}{dt} \quad (7.11)$$

A equação anterior designa-se por **Equação Dinâmica do Dínamo**.

O dínamo de disco possui uma *topologia* que seguramente não tem comparação com a estrutura do núcleo líquido da Terra. Em particular, para que seja possível o seu funcionamento, é necessária a existência de componentes isoladoras e componentes condutoras que não tem paralelo na Terra.

A importância deste modelo reside no facto de ele mostrar a possibilidade de uma geometria simples demonstrar algumas das propriedades conhecidas do CMP. De entre essas, uma das mais importantes diz respeito à existência de inversões do campo magnético da Terra : demonstra-se que a equação 7.11 possui soluções que correspondem a variações periódicas da intensidade de  $\vec{B}$ , com intervalos nos quais a amplitude de  $\vec{B}$  é reduzida alternados com intervalos onde a amplitude de  $\vec{B}$  cresce rapidamente - se bem que com amplitude finita; se se juntar ao modelo de Bullard uma pequena indutância entre P e Q, é possível demonstrar que as oscilações deixam de ser periódicas e se tornam caóticas, mostrando inversões - ou seja, gerando um campo magnético  $\vec{B}$  com sentidos directo e inverso (Backus et al, 1996).

### 7.2.2 Dínamo duplo de Rikitake

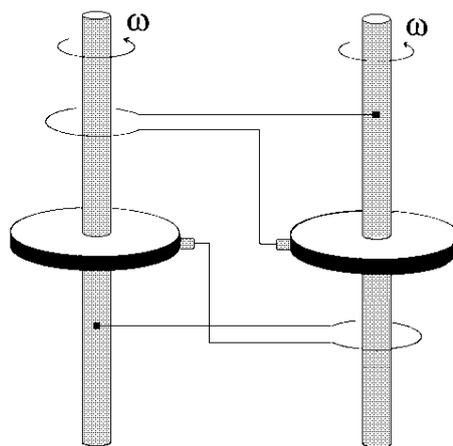


Figura 7.2 – Dínamo Duplo de Rikitake

O Dínamo Duplo de Disco proposto por Rikitake como um modelo análogo do CMP constitui uma generalização do modelo de Bullard. Aqui a corrente gerada no disco de um dínamo é utilizada para induzir o campo magnético no outro disco.

O Dínamo de Rikitake mostra um comportamento caótico e apresenta inversões, o que se aproxima de forma qualitativa de uma das características já referidas do CMP: a troca de polaridade de forma aparentemente caótica ao longo da história geológica.

### 7.3 Dínamos Cinemáticos

#### 7.3.1 Componentes Poloidal e Toroidal do CMP

As equações fundamentais do electromagnetismo, reproduzidas no capítulo 2 como (2.13) a (2.16), são válidas. Começemos então por lembrar que, sendo campo magnético  $\vec{B}$  um campo solenoidal pode sempre ser escrito sob a forma do rotacional de um potencial vector:

$$\vec{B} = \text{rot}\vec{A} \quad (7.21)$$

Onde o potencial vector se pode decompôr sob a forma:

$$\vec{A} = T\vec{r} + (\text{grad } S) \times \vec{r} \quad (7.22)$$

Onde T e S são duas funções escalares e  $\vec{r}$  é o vector posição. Então B pode ser expresso como:

$$\vec{B} = \text{rot}(T\vec{r}) + \text{rot}(\text{grad } S \times \vec{r}) \quad (7.23)$$

uma vez que o operador rot é linear. O primeiro termo pode expandir-se da forma:

$$\text{rot}(T\vec{r}) = T(\text{rot } \vec{r}) + \text{grad } T \times \vec{r} = \text{grad } T \times \vec{r}$$

já que  $\text{rot } \vec{r}$  é nulo. O segundo termo de (7.3) pode ser simplificado, sabendo-se que para qualquer função escalar S,  $\text{grad } S \times \vec{r} = \text{rot}(S\vec{r})$ . Teremos assim:

$$\vec{B} = \text{grad } T \times \vec{r} + \text{rot}[\text{rot}(S\vec{r})] \quad (7.24)$$

O primeiro termo da expressão anterior é sempre perpendicular ao raio vector e denomina-se **componente toroidal**, o segundo termo tem componente radial e denomina-se **componente poloidal** do campo magnético. Este resultado que se aplica a qualquer campo solenoidal é importante para o campo magnético da Terra porque põe em evidência uma conclusão importante: sendo o campo magnético principal gerado pela movimento do fluido condutor que integra o núcleo líquido, apenas as linhas de força da componente poloidal intersectam a superfície da Terra.

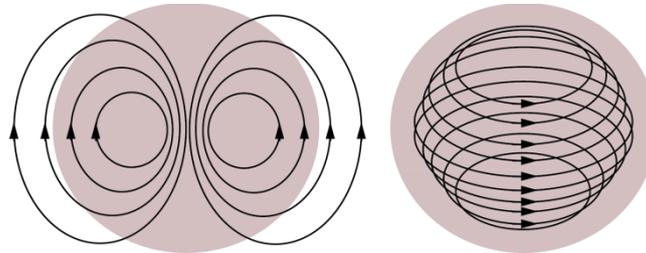


Figura 7.3 – Representação esquemática da diferença entre componentes poloidais e toroidais

A representação (7.24) substituiu para o caso dos campos solenoidais o papel da representação em harmónicas esféricas utilizada para a representação dos campos conservativos.

#### 7.3.2 Teorema do fluxo congelado e efeito omega

Partindo da equação da indução magnética e considerando a condutividade infinita, sendo desprezável o termo difusivo,

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \text{rot}(\vec{v} \times \vec{B})$$

Se considerarmos uma área  $S$  limitada por um contorno  $L$  movendo-se no fluido, e sendo  $\vec{n}$  a normal exterior ao contorno, teremos:

$$\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \vec{n} = \int_S \text{rot}(\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{n} = \int_L \vec{v} \times \vec{B} \cdot d\vec{L} = - \int_L \vec{B} \cdot (\vec{v} \times d\vec{L}) \quad (7.25)$$

onde utilizámos o teorema de Stokes e tendo em atenção que  $\vec{v} \times d\vec{L}$  é a área varrida no intervalo dt, teremos:

$$\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \vec{n} + \int_L \vec{B} \cdot (\vec{v} \times d\vec{L}) = \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot \vec{n} dS = 0 \quad (7.26)$$

ou seja, o fluxo do campo magnético através de S é constante, pelo que se pode concluir que o campo magnético está “congelado” no interior de um condutor perfeito. Quando um condutor se move do espaço exterior (ao campo magnético) para o interior, as linhas de força do campo serão “comprimadas” pelo que a intensidade do campo será aumentada.

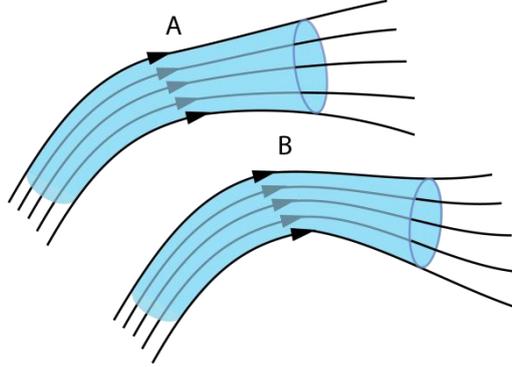


Figura 7.4 – Ilustração do teorema do fluxo congelado: supondo duas frações de um mesmo condutor movendo-se uma em relação à outra. Cada bloco transporta consigo as linhas de força do campo magnético.

Podemos ilustrar a ideia essencial do teorema de Cowling para o caso particular em que o campo magnético e o campo da velocidade são ambos axisimétricos, que consideraremos compostos de uma componente zonal e uma componente meridional: quando existe um contraste radial da velocidade, o movimento zonal transporta as linhas de força meridionais do campo magnético (“fluxo congelado”) criando um campo com geometria zonal (efeito  $\omega$ ). Para que o dínamo fosse estável, seria necessário um processo inverso, que criasse uma componente meridional a partir da componente zonal, mas esse processo não poderia ter simetria axial.

### 7.3.3 Turbulência e efeito $\alpha$

A complexidade do campo de movimento do núcleo líquido da Terra é muito elevada. Deste modo a correlação espacial do campo da velocidade deve decair rapidamente com a distância. Neste caso, se as distâncias de correlação são muito reduzidas o fluxo diz-se turbulento, e a mesma designação se aplica aos modelos de dínamo que reproduzem esta situação.

Uma das características dos dínamos turbulentos é a consideração do efeito  $\alpha$  como mecanismo de amplificação do campo magnético.

Consideremos assim a lei de Ohm,

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} + \sigma \vec{v} \times \vec{B}$$

se considerarmos  $\vec{E}$  um campo externo aplicado, podemos considerar o termo  $\vec{v} \times \vec{B}$  como um campo eléctrico “interno”  $\vec{E}_i$ . Suponhamos ainda que os campos magnético e da velocidade se podem decompor num termo “médio” e numa “perturbação” em relação ao valor médio:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}'$$

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$$

(7.27)

O valor médio do campo eléctrico interno será:

$$\langle \vec{E}_i \rangle = \vec{v}_0 \times \vec{B}_0 + \langle \vec{v}' \times \vec{B}' \rangle \quad (7.28)$$

uma vez que os valores médios das perturbações são nulos. Temos assim a possibilidade da criação de uma f.e.m. suplementar quando as perturbações da velocidade e do campo magnético estão correlacionadas. Krause demonstrou que esta força electromotriz  $\epsilon$  pode ser escrito da forma:

$$\langle \epsilon \rangle = \alpha \vec{B}_0 \tag{7.29}$$

em que  $\alpha$  pode ser um escalar ou um tensor de segunda ordem. A existência do efeito  $\alpha$  foi determinada experimentalmente por Steenbeck utilizando sódio líquido. Caso a corrente média gerada pelo efeito  $\alpha$  possua a geometria adequada, ela poderá reforçar o campo magnético médio existente. Uma das condições necessárias para que o efeito  $\alpha$  exista é a de que a velocidade do fluido e a sua vorticidade estejam correlacionadas. Diz-se neste caso que o movimento do fluido possui helicidade.

Deste modo, o campo magnético pode ser criado não só pela força electromotriz expressa pelo termo  $\vec{v} \times \vec{B}$  mas ainda pelo efeito  $\alpha$  que é capaz de produzir um campo meridional de grande escala a partir de um campo zonal, pelo que a validade do teorema de Cowling deixa de ter lugar. Diz-se nesse caso que estamos na presença de um modelo de tipo  $\alpha\omega$ . Uma vez que a equação (7.29) também permite a possibilidade de criação de componentes zonas a partir de componentes meridionais, podem igualmente existir dínamos de tipo  $\alpha^2$ .

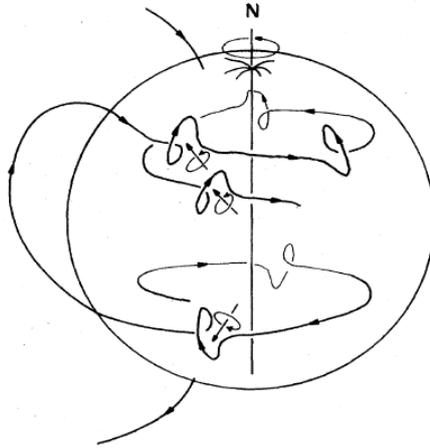


Figura 7.5 – transformação de componentes poloidais em toroidais como resultado do movimento de rotação diferencial do núcleo, e contribuição do “efeito  $\alpha$ ”. Esquema retirado de Inglis, 1981.

## 7.4 Aproximação Magnetohidrodinâmica

O Geodínamo tem que ser explicado do ponto de vista físico-matemático pela magnetohidrodinâmica, que reúne as equações da hidrodinâmica (Equações de Navier-Stokes e de Estado), e do electromagnetismo (Equações de Maxwell para um fluido condutor). No início da década de setenta do século XX foram alcançados os primeiros resultados encorajadores para campos de velocidade capazes de manter um dínamo auto-sustentado, e foi demonstrado por G. O. Roberts que o teorema de Cowling não proibia dínamos cinemáticos com movimentos axi-simétricos e que estes podem manter campos magnéticos **sem** simetria axial (Kono e Roberts, 2002).

### 7.4.1 Equações da MHD

Considerando o fluido como incompressível, a equação da conservação da massa escreve-se como habitualmente:

$$\text{div } \vec{V} = 0 \tag{7.12}$$

A equação de conservação do momento, por sua vez é semelhante à equação habitual de Navier-Stokes a que se adicionam os termos necessários para representar o efeito da rotação da Terra e o campo magnético:

$$\rho \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \text{grad} \right) \vec{v} = -\text{grad } P + \rho_0 \eta \text{ lap } \vec{v} - \rho \text{ grad } \Phi - 2 \rho (\vec{\Omega} \times \vec{v}) + \vec{J} \times \vec{B} \tag{7.13}$$

Onde os termos têm os significados usuais,  $p$  representa a pressão,  $\eta$  é o coeficiente de viscosidade cinemática,  $\vec{J}$  é a densidade de corrente,  $\Phi$  o geopotencial,  $\vec{B}$  o campo magnético,  $\vec{v}$  a velocidade,  $\vec{\Omega}$  a velocidade angular da Terra e  $t$  o tempo. O membro direito da equação anterior identifica as diferentes forças externas que geram

variações de momento: o gradiente de pressão, a viscosidade, a gravidade, a força de Coriolis e a força de Lorenz.

A conservação da energia pode ser traduzida pela equação da condução do calor:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \text{grad } T = \kappa \text{ lap } T + \epsilon \quad (7.14)$$

Onde  $T$  é a temperatura,  $\kappa = k/\rho c_p$  é a difusividade térmica,  $k$  é a condutividade térmica,  $c_p$  é o calor específico do meio a pressão constante e  $\epsilon$  é a produção de calor por unidade de massa criada por fontes (e.g. radioactivas) existentes no fluido.

O campo magnético, por sua vez, é solenoidal:

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (7.15)$$

Podemos partir da equação (2.14), desprezando a corrente de deslocamento, dada a grande condutividade do núcleo:

$$\text{rot } \vec{B} = \mu \vec{J}$$

Relacionar a densidade de corrente com o campo eléctrico utilizando a equação de Ohm para um meio contínuo:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} + \sigma \vec{v} \times \vec{B}$$

Combinando as duas expressões anteriores obtemos:

$$\text{rot } \vec{B} = \mu(\sigma \vec{E} + \sigma \vec{v} \times \vec{B})$$

Aplicando o operador rotacional aos dois membros da equação anterior,

$$\text{rot}(\text{rot } \vec{B}) = \mu \sigma \text{rot } \vec{E} + \mu \sigma \text{rot}(\vec{v} \times \vec{B})$$

Combinando com a equação de Maxwell (2.13) que exprime a lei de Faraday

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

e conhecendo-se a igualdade vectorial

$$\text{rot}(\text{rot } \vec{B}) = \text{grad}(\text{div } \vec{B}) - \text{lap } \vec{B}$$

[lembre-se que  $\text{div } \vec{B} = 0$ ] obtemos a denominada **Equação da Indução Magnética**:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \text{rot}(\vec{v} \times \vec{B}) + \eta \text{ lap } \vec{B} \quad (7.16)$$

onde se considerou que  $\mu$  é a permeabilidade magnética do núcleo,  $\sigma$  é a sua condutividade eléctrica, e  $\eta = \frac{1}{\mu\sigma}$  é a difusividade magnética.

O geopotencial está relacionado com o campo da densidade através da equação de Poisson:

$$\text{lap } \Phi = -4\pi G\rho \quad (7.17)$$

Este sistema de equações é completado por uma equação de estado para a densidade. Na aproximação de Boussinesq consideramos a densidade independente da pressão e linearmente dependente da temperatura:

$$\rho = \rho_0(1 - \alpha(T - T_0)) \quad (7.18)$$

Onde  $\alpha$  é o coeficiente de expansão térmica  $T_0$  é a temperatura de referências, correspondente a  $r = R_0$ , quando a densidade é  $\rho = \rho_0$ .

As equações (7.12), (7.13), (7.14), (7.15), (7.16), (7.17) e (7.18) definem o problema do Geodínamo na aproximação de Boussinesq.

### 7.4.2 Decaimento do Campo Magnético

A interpretação da Equação da Indução Magnética (7.16) é simples: na ausência de um campo de velocidades recuperamos uma equação de difusão do campo magnético, que este decairá com o tempo.

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \eta \text{lap } \vec{B} \quad (7.19)$$

Podemos obter uma estimativa grosseira do tempo de relaxação  $\tau$  (intervalo necessário para que B decaia para 1/e do seu valor inicial), da forma:

$$\tau = \frac{L^2}{(\mu_0 \sigma)^{-1}} \quad (7.19)$$

admitindo que a ordem de grandeza de  $\text{lap} \sim L^{-2}$  sendo L o raio do núcleo líquido ( $\sim 3 \cdot 10^6$  m), que dada a temperatura do núcleo a permeabilidade magnética é próxima de  $\mu_0$  e que a condutividade eléctrica do núcleo é de  $4 \cdot 10^5 \text{ Sm}^{-1}$ , obtemos:

$$\tau = \frac{9 \times 10^{12}}{(4\pi 10^{-7} \times 4 \times 10^5)^{-1}} = \frac{9 \times 10^{12}}{(0.5024)^{-1}} = 4.5 \times 10^{12} \text{ s} \sim 140000 \text{ anos} \quad (7.20)$$

Determinações mais rigorosas, envolvendo em particular a geometria esférica da Terra conduzem a valores 1 ordem de grandeza inferiores. Verifica-se assim que é necessária a existência do termo  $\text{rot}(\vec{v} \times \vec{B})$  na equação da indução magnética para assegurar que o campo se mantém em períodos da ordem de grandeza da idade da Terra.

### 7.4.3 Teorema de Proudman-Taylor

Um resultado importante da física dos sistemas em rotação é o chamado teorema de Proudman-Taylor segundo o qual **num fluido não viscoso, homogéneo, em rotação rápida e fora de efeitos de fronteira o movimento estacionário é essencialmente bidimensional, idêntico em todos os planos perpendiculares ao eixo de rotação.** Nestas condições, desprezando a componente transitória e a advecção, os únicos termos da equação de Navier Stokes que devemos considerar são o gradiente de pressão e a força de Coriolis:

$$\text{grad } P + 2 \rho (\vec{\Omega} \times \vec{v}) = 0$$

Aplicando o operador *rotacional* aos dois termos da equação teremos:

$$\text{rot}(\text{grad } P) + 2 \rho \text{rot}(\vec{\Omega} \times \vec{v}) = 0$$

Recorrendo à igualdade vectorial  $\text{rot}(\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{A} \text{div} \vec{B} - (\vec{A} \cdot \text{grad}) \vec{B} + (\vec{B} \cdot \text{grad}) \vec{A} - \vec{B} \text{div} \vec{A}$  teremos:

$$\text{rot}(\text{grad } P) + 2 \rho [\vec{\Omega} \text{div} \vec{v} - (\vec{\Omega} \cdot \text{grad}) \vec{v} + (\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{\Omega} - \vec{v} \text{div} \vec{\Omega}] = 0$$

O primeiro termo é nulo, já que um campo que deriva de um potencial é irrotacional, a divergência da velocidade é nula, bem como a divergência da velocidade angular da Terra, pelo que podemos simplificar:

$$2 \rho [-(\vec{\Omega} \cdot \text{grad}) \vec{v} + (\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{\Omega}] = 0$$

$$v_x \frac{\partial \Omega_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial \Omega_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial \Omega_z}{\partial z} - \Omega_x \frac{\partial v_x}{\partial x} - \Omega_y \frac{\partial v_y}{\partial y} - \Omega_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$$

Mas como a velocidade angular da Terra só tem componente vertical e é uniforme:

$$\Omega_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (7.21)$$

Pelo que o campo da velocidade não depende da coordenada vertical. Num fluido deste tipo em rotação rápida a vorticidade existe sob a forma da rotação de longas colunas de fluido paralelas ao eixo. A importância deste comportamento deverá variar nas diferentes regiões do núcleo: como o núcleo líquido é muito grande, no seu interior a taxa de cisalhamento é reduzida pelo que o termo viscoso deve ser desprezado quando comparado

com o gradiente de pressão e a força de Coriolis. Perto das fronteiras inferior e superior a situação deve ser diferente, e aqui os termos viscosos podem determinar o campo da velocidade.

Devemos também distinguir duas regiões determinadas pelo cilindro que contém o núcleo sólido interno: uma região interna a esse cilindro, próxima das regiões polares e outra, externa a esse cilindro. Se admitirmos que a convecção é essencialmente determinada pelo transporte de calor do núcleo interno para a base do manto, a importância relativa da força de Coriolis deverá ser menor na região interna que na externa. Na região interna, próxima das regiões polares deveremos ter uma geometria do campo da velocidade que se assemelha a uma célula de convecção, eventualmente toroidal, já que nos afastamos das condições do teorema de Proudman-Taylor, dada a menor importância relativa da força de Coriolis quando comparada com as forças viscosas. Na região externa deveremos ter um campo de movimento onde deverão dominar no campo médio as forças de gradiente de pressão e de Coriolis.

## **7.5 Bibliografia**

- Backus G., R. Parker, C Constable, (1996) *Foundations of Geomagnetism*, Cambridge University Press, pp 369.
- Chapman, S. and J. Bartels, *Geomagnetism Vol. II*, Clarendon Press, London, 1962.
- Inglis DR, 1981. *Dynamo theory of the earth's varying magnetic field*. Reviews of Modern Physics, Vol. 53, No. 3 July 1981.
- Kono M e Roberts PH, 2002. *Recent Geodynamo Simulations and Observations Of The Geomagnetic Field*.
- McElhinny, M W, *Palaeomagnetism and Plate Tectonics*, Cambridge University Press, pp 1-358, 1973.

## Cap 8 – PROSPECÇÃO MAGNÉTICA

### 8.1 Interpretação Qualitativa de Anomalias Magnéticas

Na maioria dos casos, as rochas contêm uma variedade de minerais com propriedades magnéticas distintas. Como foi referenciado anteriormente, a classificação resume-se a três classes de minerais magnéticos, ou seja, diamagnéticos, paramagnéticos e ferromagnéticos (s.l.), onde cada grão destes minerais dá a sua contribuição para a susceptibilidade volúmica assim como para a anisotropia da susceptibilidade magnética. Assim conclui-se que a susceptibilidade volúmica e a anisotropia de uma rocha resultam da soma ponderada de todos os tipos de magnetismo presente nos mais variados minerais.

Se os minerais ferromagnéticos (s.l.) estão presentes, estes dominam as propriedades magnéticas das rochas, desde que se encontrem a uma temperatura inferior à de Curie. Os minerais ferromagnéticos mais comuns são os óxidos de ferro, magnetite e hematite (cf. tabela 3.1), os quais estão presentes em quantidades de pelo menos 51 % em volume do total de rochas ígneas e metamórficas participando com quantidades mais baixas para as rochas sedimentares.

A magnetite é um mineral ferromagnético particularmente importante devido à sua alta susceptibilidade magnética. No entanto a sua anisotropia magnética é relativamente baixa, quando comparada com outros minerais. A anisotropia magnética de um outro óxido de ferro, a hematite, é elevada, mas a sua susceptibilidade é mais fraca 1% do que a magnetite, se bem que seja mais alta que a maioria dos outros minerais. Assim se tanto a magnetite como a hematite estão presentes, as propriedades magnéticas das rochas tenderão a ser dominadas pela magnetite quando presente em concentrações superiores ou iguais a 0.5% da fracção de óxidos de ferro.

Na ausência (ou para muito baixas concentrações) destes dois minerais, outros minerais ferromagnéticos (s.l.) tenderão a dominar as propriedades magnéticas, tais como óxidos de ferro (ex. Maghaemite), hidróxidos de ferros (ex. Goetite), e sulfatos de ferro, (ex. Pirrotite). Todos estes minerais são importantes porque assinam propriedades da fábrica magnética assim como da remanescência magnética, no entanto, condicionadas pela distribuição de tamanhos destes minerais.

As anomalias magnéticas são um instrumento para estudar a composição do interior da Terra, mas as fontes cuja descrição procuramos devem estar próximas da superfície, já que a Temperatura de Curie dos materiais ferrimagnéticos é atingido a menos de 100 km de profundidade, e uma vez que as propriedades dia- e paramagnéticas, se bem que não desapareçam com a Temperatura de Curie, têm uma contribuição muito reduzida para a magnetização global das rochas.

As anomalias podem classificar-se no que diz respeito à seu número-de-ondas, em locais e regionais. A separação entre estes dois tipos tem a ver necessariamente com o objecto do estudo e as dimensões da área onde possuímos dados magnéticos. No caso dos estudos tectónicos ou mineiros as anomalias de interesse têm n-d-o hectométricos ou quilométricos, e todas as outras fontes, mais profundas ou de dimensão lateral superior, são por nós englobadas na categoria “regional”.

### 8.2 Anomalias do campo total devidas a corpos magnetizados

Como vimos no ponto 3.1, considerando valores do CMT livres de influência do campo externo, podemos definir a anomalia magnética por:

$$\vec{B}^A = \vec{B} - \vec{B}^N \quad (8.1)$$

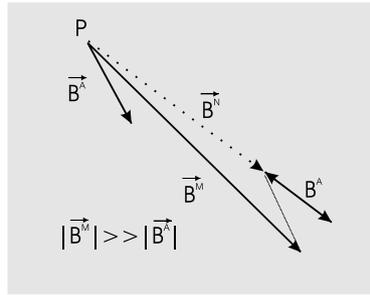


Figura 8.1: anomalia magnética medida com um magnetómetro escalar e determinado da forma  $|B| - |B^N|$  é aproximadamente igual à projecção do vector campo anómalo na direcção do campo normal.

As anomalias são quantidades vectoriais, pelo que só são completamente descritas quando conhecemos as três componentes  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ,  $\Delta Z$ , correspondentes às três direcções (Sul-Norte, Oeste-Este e Vertical). Contudo, a utilização de magnetómetros de três componentes em prospecção é pouco frequente, pela necessidade de orientação geográfica absoluta em todos os pontos de medição. Geralmente os magnetómetros utilizados são instrumentos escalares, como os magnetómetros de protões, pelo que, ao subtrairmos à intensidade observada a intensidade do campo normal, obtemos não a intensidade da anomalia magnética, mas sim a sua projecção segundo da direcção do campo normal:

$$\Delta F = \vec{B}^A \cdot \frac{\vec{B}^N}{|\vec{B}^N|} \quad (8.2)$$

como pode ser deduzido facilmente do diagrama da figura 8.2.

Para determinarmos a anomalias magnética produzida por um corpo magnetizado temos que integrar a equação (3.1) para uma geometria específica, e estabelecer (ou medir a partir de um conjunto de amostras recolhidas) o valor a atribuir à sua Magnetização Volúmica.

Um caso muito simples é o que acontece quando o objecto do nosso estudo é um dique, que podemos representar por um modelo do tipo “degrau inclinado”, tal como apresentamos na figura 8.3.

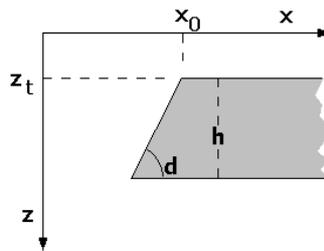


Figura 8.2: Modelo de um “degrau inclinado”

A anomalia do campo total, obtida por integração de (3.1) e tendo em atenção a definição (8.2) é dada por:

$$\Delta F(x) = \frac{\mu_0}{4\pi} Mt \frac{C(x - x_0) + Dz_t}{(x - x_0)^2 + z_t^2} \quad (8.3)$$

em que os parâmetros geométricos podem ser retirados da figura 8.3, e as constantes C, D têm os valores:

$$\begin{aligned} C &= 2(IL - nN) \cos d - 2(IN - Ln) \sin d \\ D &= - 2(IL - nN) \sin d - 2(IL + Ln) \cos d \end{aligned} \quad (8.4)$$

sendo (l, m, n) os cossenos directores do CMP e (L, M, N) os cossenos directores do campo anómalo. A partir deste modelo elementar podem-se construir modelos mais complexos, um dos quais simula um “dique”, obtido simplesmente pela adição de dois “degraus” desfasados, com magnetizações de igual intensidade e sinais contrários.

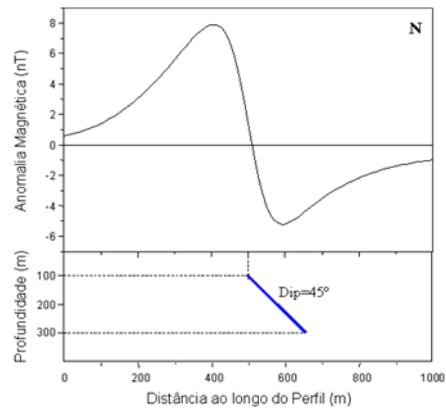


Figura 8.3 – Anomalia Magnética gerada por um dique com 10 m de espessura projectada na horizontal. A inclinação do CMP e da magnetização é de  $60^\circ$ , o perfil está orientado segundo o meridiano magnético e a magnetização é de  $1 \text{ A/m}$ .

Um modelo tridimensional muito simples, e que exemplifica bem a anomalia magnética do campo total gerada por um corpo cuja magnetização é superior à do encaixante corresponde ao “prisma semi-infinito” cujas expressões foram deduzidas por Bathacharyya (1964).

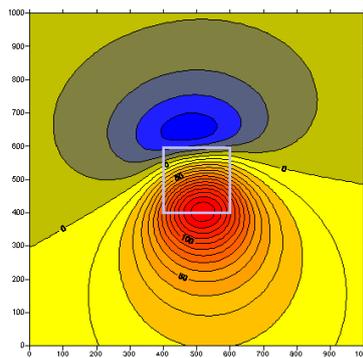


Figure 8.4: Anomalia Magnética gerada por prisma semi-infinito, cujo topo está a 100 m de profundidade, cujo contraste de magnetização é de  $1 \text{ A/m}$ . A inclinação do CMP e da magnetização é de  $50^\circ$ , e as declinações respectivas de  $10^\circ \text{E}$ .

Na figura 8.4 apresentamos a anomalia gerada por um prisma (contornos identificados na figura) cuja profundidade de topo é de 100 m, e cujo contraste de magnetização é de  $1 \text{ A/m}$ . Admitimos que a inclinação da magnetização e do CMP é de  $50^\circ$  e que a declinação de ambos é de  $10^\circ$ .

Repare que a forma da anomalia depende das coordenadas geomagnéticas e, portanto, da posição geográfica que estamos a considerar. Caso realizássemos idêntico cálculo para o hemisfério sul, as posições relativas da anomalia e do corpo seriam diferentes (quais?).

### 8.3 Anomalias Magnéticas em Meio Continental

Num dos capítulos anterior discutimos já as características particulares das anomalias magnéticas oceânicas e a forma como são utilizadas para a dedução da cinemática litosférica: elas são essencialmente bi-dimensionais, com uma direcção preferencial (“stripes”) e traduzem directamente a influência das inversões de polaridade do CMP, já que a magnetização remanescente térmica dominante. No caso das regiões continentais as anomalias magnéticas são em geral de amplitude mais baixa e de número de ondas mais elevado. Os processos de geodinâmica interna e externa que caracterizam os continentes conduzem a padrões mais complexos e essencialmente tri-dimensionais.

A interpretação qualitativa das anomalias magnéticas tem por objectivo a identificação expedita das diferenciações laterais de petrologia, que geram contrastes de magnetização, e da tectónica, não só porque põe

em contacto formações com contrastes de magnetização, como também pelo facto de ser possível identificar fenómenos associados à fracturação, gerados essencialmente quer pela acção da circulação de água.

A interpretação quantitativa procura relacionar anomalias magnéticas individualizadas com modelos simplificados de corpos, cujo contraste de magnetização é suposto gerar a anomalia. Os manuais de Prospecção Magnética descrevem diversos métodos de modelação.

Na figura 8.5 apresentam-se as anomalias magnéticas do continente, obtidas a partir de um levantamento aeromagnético realizado à altitude de 3000m, e com linhas de voo orientadas segundo os meridianos magnéticos e espaçadas entre si 10 km. A carta apresentada corresponde à anomalia do “campo total”, sendo as linhas de isoanómala representadas de 10 nT em 10 nT.

Se sobrepusermos à carta magnética as grandes unidades estruturais do soco hercínico do continente, verifica-se a existência de uma correlação elevada entre os limites dessas unidades e as anomalias magnéticas.

Esta correlação é particularmente clara na região de transição entre a Zona de Ossa Morena (ZOM) e a Zona Sul Portuguesa (ZSP) ao longo do Cavalgamento de Ferreira Ficalho, que separa uma região (ZOM) de elevado metamorfismo de outra (ZSP) onde o metamorfismo é menos elevado, sem inclusões granitóides, o que do ponto de vista magnético, se traduz por anomalias de maior  $n-d-o$ , de baixa amplitude, negativas, indicando que a susceptibilidade magnética destas formações é reduzida, e inferior à média do continente.

A ZOM apresenta uma profusão de anomalias de amplitude intermédia, polarizadas directamente, relacionadas com o Maciço de Beja e as formações gabro-dioríticas de Sousel, Alter do Chão, Campo Maior, Elvas, Monforte, etc...

A separação entre a Zona Centro Ibérica (ZCI) e a Sub-Zona de Galiza e Trás-os-Montes (SZGT) segue quase perfeitamente a “linha de zero” da anomalia magnética: a SZGT é uma região onde as formações apresentam susceptibilidades baixas, sobre as quais pontuam as anomalias associadas aos Maciços alóctonos de Morais e Bragança. A fronteira SE da SZGT é ainda marcada pela anomalia de Moncorvo, provavelmente devida ao alto teor em ferro dos seus quartzitos.

As bacias meso-cenozóicas do Tejo e do Sado são caracterizadas por valores muito baixos da susceptibilidade magnética, o que está de acordo com os valores médios típicos das formações sedimentares. Contudo, os Maciços vulcânicos de Sintra e Sines “mascaram” com as fortes anomalias associadas, este comportamento regional.

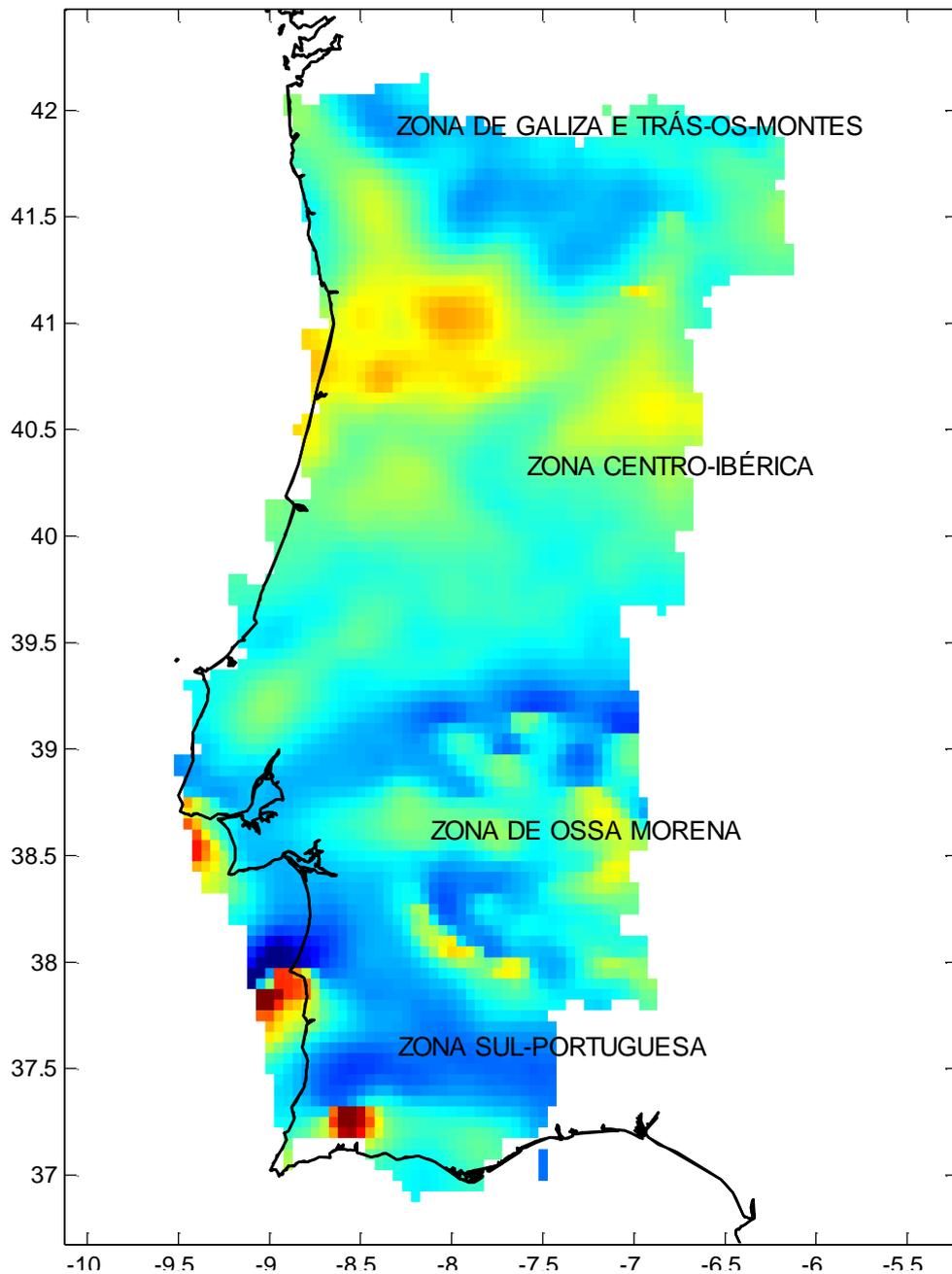


Figura 8.5 Levantamento Aeromagnético de Portugal Continental. Sobreposição entre as anomalias magnéticas e as unidades estruturais do Maciço Hespérico.

A correlação entre as anomalias magnéticas e os grandes acidentes tectónicos também é facilmente observável na figura 8.5: A falha da Nazaré, que afecta significativamente a magnetização do material litológico e se “prolonga” aparentemente pela falha de S Pedro do Sul – Chaves afecta as anomalias magnéticas regionais de forma expressiva. As falhas Régua-Verin e Covilhã-Bragança, apresentam assinaturas semelhantes.

## 8.4 Exercícios de Aplicação

In an aeromagnetic survey over land and at a flight altitude of 2000 m above sea-level, the maximum total field anomaly over an ore body is 30 nT. In a repeat measurement at 2500 m altitude, the maximum amplitude of the anomaly is 20 nT. Calculate the depth of the ore body (below sea-level) assuming that the ore body is a simple dipole. For simplicity, assume

that the ore-body is magnetized with the Earth's field and located on the magnetic equator.

## **8.5 Bibliografia**

Bathacharyya (1964).