

Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologias

Matemática II

Primeiro mini-teste

1) Calcule as seguintes integrais (primitivas)

a) $\int \frac{\text{sen}(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx.$ (10 valores)

b) $\int \sqrt{2x+1} dx.$ (10 valores)

Resolução.

1a) Podemos usar a seguinte substituição

$$u = \sqrt{x} \quad \text{donde} \quad du = \frac{dx}{2\sqrt{x}}$$

Logo,

$$\begin{aligned} \int \frac{\text{sen}(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx &= \int \frac{\mathbf{2} \text{sen}(\sqrt{x})}{\mathbf{2}\sqrt{x}} dx = 2 \int (\text{sen } \sqrt{x}) \left(\frac{dx}{2\sqrt{x}} \right) = \\ &= 2 \int \text{sen } u \, du = -2 \cos u + C = -2 \cos \sqrt{x} + C, \end{aligned}$$

onde C é uma constante arbitrária.

1b) Neste caso podemos fazer

$$u = 2x + 1 \quad \text{donde} \quad du = 2 \, dx$$

Logo,

$$\begin{aligned} \int \sqrt{2x+1} \, dx &= \int \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \sqrt{2x+1} \, \mathbf{2} dx = \frac{1}{2} \int \sqrt{u} \, du = \frac{1}{2} \int u^{\frac{1}{2}} \, du = \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{u^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} \right) + C = \frac{1}{3} u^{\frac{3}{2}} + C = \frac{1}{3} (2x+1)^{\frac{3}{2}} + C. \end{aligned}$$

onde C é uma constante arbitrária.