

Exercício - teste 10

a) Tendo em conta a condição indicada, determine a primitiva $F(x)$ da função

$$f(x) = x^3 - 5x^2 + x + 1 \quad \text{com a condição} \quad F(1) = 2 .$$

Resolução:

$$F(x) = \int (x^3 - 5x^2 + x + 1) dx = \frac{1}{4}x^4 - \frac{5}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + C$$

$$2 = F(1) = \frac{1}{4} - \frac{5}{3} + \frac{1}{2} + 1 + C \implies C = \frac{23}{12} .$$

b) Calcule o seguinte integral definido

$$I = \int_0^{\pi/4} \frac{\cos t}{1 + \sin^2 t} dt .$$

Resolução:

$$\begin{array}{lll} u = \sin t, & t = 0 & \longrightarrow u = 0 \\ du = \cos t dt, & t = \frac{\pi}{4} & \longrightarrow u = \frac{\sqrt{2}}{2}, \end{array}$$

$$I = \int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{1}{1 + u^2} du = \arctan(u) \Big|_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \arctan\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - \arctan(0) = \arctan\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) .$$