# DISPOSITIVOS ÓPTICOS INTEGRADOS PARA MULTIPLEXAGEM DE COMPRIMENTO DE ONDA

José Maria Longras Figueiredo

1995

# FACULDADE DE CIÊNCIAS DA UNIVERSIDADE DO PORTO

# DISPOSITIVOS ÓPTICOS INTEGRADOS PARA MULTIPLEXAGEM DE COMPRIMENTO DE ONDA

# José Maria Longras Figueiredo

Licenciado em Física - Ramo de Especialização em Óptica e Electrónica pela Faculdade de Ciências da UNIVERSIDADE DO PORTO

Tese de Mestrado submetida para satisfação parcial dos requisitos do Curso de Mestrado em Optoelectrónica e Lasers 1992/1994

# RESUMO

Apresenta-se os conceitos fundamentais de multiplexagem por divisão de comprimento de onda (WDM), alguns dispositivos e técnicas principais, analisando-se com detalhe os dispositivos WDM em Óptica Integrada. Aborda-se em detalhe a Teoria de Acoplamento de Modos (Modos Ideais Normais e Modos Locais Normais). Estuda-se, por aplicação da Teoria de Acoplamento de Modos, acopladores direccionais e redes de difracção em guias de onda, e a sua aplicação em WDM.

Palavras-chave: Óptica Integrada, Multiplexagem por divisão de comprimento de onda, teoria de acoplamento de modos, acoplador direccional, rede de difracção em guia de onda.

# ABSTRACT

The fundamental concepts of wavelength division multiplexing (WDM) are presented together with its respective and most important devices and techniques, emphasizing the analysis of Integrated Optics WDM devices. A thorough treatment of Coupled Mode Theories (Ideal Mode and Local Mode formulations) is developed. The application of Coupled Mode Theory to the study of directional couplers and waveguide diffraction gratings is conducted, with particular emphasis on their application in WDM.

Keywords: Integrated Optics, Wavelength Division Multiplexing, Coupled Mode Theory, Directional Couplers, Waveguide Diffraction Grating.

# Agradecimentos

À JNICT que, pela concessão de uma bolsa de mestrado, tornou possível a realização deste trabalho.

Ao meu orientador, Professor Doutor António Manuel Pais Pereira Leite, o empenho, a disponibilidade, o apoio manifestado durante a orientação deste trabalho e pela revisão do original.

Aos colegas Adelaide Andrade e Paulo Marques o companheirismo, o apoio e as trocas de ideias.

À Alexandra Ferreira a ajuda nas questões do dia-a-dia.

À minha família pelas ausências e esquecimentos constantes.

Finalmente, agradeço a todos quantos, de alguma forma, me ajudaram ao longo deste período.

Porto, Janeiro de 1995

# ÍNDICE

Introdução	vii
1 Multiplexagem por Divisão de Comprimento de Onda	1
1.1 Conceitos Fundamentais de WDM	1
1.2 Classificação dos Dispositivos WDM e Configurações mais Importantes	7
1.3 Dispositivos WDM Passivos em Óptica Integrada	11
1.4 Materiais e Tecnologias Usados na Fabricação dos Dispositivos	
Analisados	17
1.5 Bibliografia	19
2 Guias de Onda Ópticos Integrados: Aspectos Básicos	21
2.1 Classificação de Guias de Onda	21
2.2 Modos Guiados e Modos de Radiação	22
2.3 Modos em Guias de Onda Invariantes segundo z	24
2.4 Modos em Guias 2-D com Perfil de Índice em Degrau	26
2.5 Modos em Guias 3-D Invariantes segundo z	30
2.5.1 Método dos Índices Efectivos	31
2.5.2 Outros Métodos de Análise Modal	32
2.6 Modos Locais em Guias de Onda Não-Uniformes segundo z	33
2.7 Técnica BPM	34
2.8 Bibliografia	38
3 Teoria de Acoplamento de Modos Aplicada a Sistemas de Ondas Guiadas	39
3.1 Métodos de Análise da Propagação de Ondas em Estruturas Variantes	
segundo z	39
3.2 Teoria de Acoplamento de Modos Baseada em Modos Ideais	41
3.3 Teoria de Acoplamento de Modos Baseada em Modos Locais	45
3.4 Análise das Equações Acopladas	47
3.5 Bibliografia	50
4 Dispositivos WDM Baseados em Acopladores Direccionais	51
4.1 Acoplador Direccional de Dois Guias	51
4.1.1 Modos Próprios ou "Super-Modos" de um Acoplador	
Direccional	52
4.1.2 Teoria de Acoplamento de Modos de um Acoplador Direccional	54
4.1.3 Acopladores com Acoplamento Variável	63
4.1.4 Direccionalidade	67
4.1.5 MUX/DEMUX Baseado num Acoplador Direccional	70
4.2 Acoplador Direccional TMI	81
4.3. Acoplador Direccional de Três Guias	81

# ÍNDICE

4.3.1 Análise de um Acopladores de Três Guias Planares	
4.3.2 Teoria de Acoplamento de Modos de um Acoplador de Três	
Guias	
4.3.3 Mux/Demux Baseado num Acoplador de Três Guias	
4.4 Acoplador Direccional MMI	
4.5 Acoplamento Assistido por Rede Periódica	94
4.6 Bibliografia	
5 Dispositivos WDM Baseados em Redes de Difracção em Guias de Onda	99
5.1 Generalidades Sobre Guias de Onda com Redes de Difracção	99
5.1.1 Descrição da Interacção de Ondas Guiadas com Redes de	
Difracção	100
5.1.2 Algumas Aplicações de Guias com Redes de Difracção	103
5.1.3. Acoplamento Colinear em Guias de Onda Planares	105
5.1.4. Acoplamento Coplanar	108
5.1.5. Acoplamento entre Modos Guiados e Modos de Radiação	110
5.2. Acoplamento Coplanar em Guias de Onda Planares	112
5.2.1 Equações Acopladas	114
5.2.2 Solução das Equações Acopladas	120
5.3 Redes em Guias de Onda Planares de Três Camadas	123
5.3. Redes Periódicas em Guias de Onda Planares com Quatro Camadas	125
5.4 Outros Tipos de Dispositivos	132
5.6 Bibliografia	133
6 Conclusões	135

# Introdução

A produção comercial de fibras ópticas com baixas perdas de propagação e baixos valores de dispersão, tornou possível o uso generalizado de sistemas de comunicação óptica. Para a capacidade de transmissão das fibras ópticas ser aproveitada e por razões económicas, é conveniente que o sinal permaneça óptico durante a transmissão, exigindo assim dispositivos que permitam a guiagem do sinal bem como o seu processamento, como por exemplo. Em 1969, S. E. Miller [1] sugeriu a possibilidade de integração de vários dispositivos ópticos (lasers, moduladores, comutadores, acopladores, detectores, prismas, lentes e outros elementos) num mesmo substrato, lançando o conceito de Óptica Integrada. Essa integração oferece vantagens consideráveis, tais como: estabilidade mecânica e térmica, reprodução em massa, eventuais melhorias de desempenho e de fiabilidade, e, em princípio, redução de custos.

Na construção de dispositivos ópticos integrados é possível utilizar uma certa diversidade de materiais ópticos e optoelectrónicos (vidros, polímeros, cristais diversos, semicondutores na forma convencional ou em multi-camadas, ...) [2-6]. Esses dispositivos podem ser projectados para executar uma determinada função óptica não alterável (dispositivos passivos: acopladores, filtros, polarizadores, lentes, junções y), para variarem o seu comportamento óptico através de sinais de controlo externos (dispositivos electro-ópticos, acusto-ópticos, magneto-ópticos, fotónicos, como por exemplo, niobato de lítio) ou para efectuarem conversão optoelectrónica ou óptica (transmissores e receptores ópticos, dispositivos fotónicos) [2-6].

A integração monolítica será o objecto mais ambicioso, mas também o mais difícil de atingir pela dificuldade de optimizar num mesmo material de substrato as diversas funções a integrar. Daí que uma integração híbrida (geralmente recorrendo a uma pastilha de silício onde poderão ser monoliticamente integrados circuitos electrónicos, e que serve como "mesa de montagem" dos circuitos ópticos e optoelectrónicos fabricados noutros substratos) apresenta hoje grande interesse; é possível, assim, optimizar independentemente cada um dos blocos do sistema híbrido.

A utilização da técnica de Multiplexagem por Divisão de Comprimento de Onda apresenta-se com bastante interesse, pois permite a melhoria da capacidade dos sistemas de comunicação por fibra óptica por recurso à utilização de dois ou mais comprimentos de onda na transmissão e/ou processamento.

Neste trabalho, e após uma revisão sumária dos conceitos básicos de Multiplexagem por Divisão de Comprimento de Onda, dedica-se particular atenção ao estudo de alguns dispositivos ópticos integrados usados nesse contexto: acopladores direccionais e redes periódicas integradas.

Na sua análise, recorreu-se às Teorias de Acoplamento de Modos, cuja fundamentação é clarificada, e que são aplicadas através de algoritmos computacionais implementados.

Os resultados obtidos no estudo e optimização desses dispositivos referem-se, tipicamente, a problemas concretos de implementação recorrendo a uma tecnologia e materiais polímeros específicos [7].

# Bibliografia

- [1] S. E. Miller, "Integrated Optics: an introduction", Bell Sys. Tech. J., 7 2059 (1969)
- [2] H. Nishihara, M. Haruna, T. Suhara, "Optical Integrated Circuits", *Mc Graw-Hill*, (1989)
- [3] L. D. Hutcheson, "Integrated Optical Circuits and Components", *Marcel Dekker Inc.*, (1987)
- [4] K.-K. Wong, M. Razeghi (editors), "Integrated Optics and Optoelectronics", SPIE Critical Reviews, CR45 (1993)
- [5] D. B. Ostrowsky, R. Reinisch (editors), "Guided Wave Nonlinear Optics", NATO ASI, Kluwer Academic Publishers, Ser. E 214 (1992)
- [6] D. L. Lee, "Electromagnetic Principles of Integrated Optics", John Wiley & Sons, New York (1986)
- [7] Projecto RACE 2010 POPCORN.

# 1 Multiplexagem por Divisão de Comprimento de Onda

Neste capítulo faz-se uma revisão dos conceitos fundamentais de multiplexagem por divisão de comprimento de onda (WDM, "Wavelength Division Multiplexing") e define-se os correspondentes parâmetros básicos. Vários tipos de dispositivos e de configurações são apresentados, e brevemente descritos. Dá-se particular ênfase à descrição e princípio de funcionamento de vários dispositivos Multiplexadores/Desmultiplexadores em Óptica Integrada. São indicados os dispositivos analisados em pormenor neste trabalho, tendo em conta a tecnologia baseada em polímeros: acopladores direccionais com dois e três guias, acoplador por interferência de dois modos, acoplador por interferência de muitos modos e redes de difracção em guias de onda ópticos.

# 1.1 Conceitos Fundamentais de WDM [1-3]

Nos sistemas de comunicação por fibra óptica instalados até ao presente, a intensidade da radiação emitida pelo díodo laser é modulada através da injecção de corrente, e o sinal transmitido é detectado directamente pelo fotodíodo no extremo da linha de transmissão. Estes sistemas de transmissão recorrem, assim, ao esquema de detecção directa, não usando a elevada capacidade de transmissão das fibras ópticas. Por razões económicas e operacionais (novos serviços como, por exemplo, vídeo de alta definição, vídeo interactivo e teleconferência, que exigem taxas de transmissão mais elevadas) é necessário aumentar a taxa de transmissão dos sistemas.

As fibras ópticas mono-modo apresentam boas características de transmissão (atenuação, dispersão) em zonas relativamente extensas do espectro em torno dos comprimentos de onda 1.30  $\mu$ m e 1.55  $\mu$ m. Considere-se, por exemplo, um laser emitindo no comprimento de onda  $\lambda = 1.3 \mu$ m; a largura de banda do canal correspondente a uma modulação de cerca de 1% da frequência fundamental será de 2300 GHz. Ter-se-ia espaço espectral suficiente para transmitir, ignorando quaisquer factores limitativos, cerca de 460 mil canais de TV simultâneos, numa zona espectral estreita onde a fibra óptica tem bom desempenho.

Transmitindo, simultaneamente, diferentes tipos de informação no mesmo canal físico, isto é, multiplexando diferentes sinais, a capacidade de transmissão do canal é aumentada. Várias técnicas de multiplexagem são possíveis. No nível mais baixo da hierarquia temos a

#### 1.1 Conceitos Fundamentais de WDM

multiplexagem electrónica - multiplexagem por divisão de frequência (FDM, "Frequency Division Multipexing") ou multiplexagem por divisão de tempo (TDM, "Time Division Multiplexing") - e a multiplexagem por divisão espacial ou por fibra (SDM, "Space Division Multiplexing"). Este último processo é tecnicamente trivial, mas muito útil; a capacidade de transmissão é aumentada, simplesmente, multiplicando o número de fibras ópticas. Ambos os processos são dispendiosos, e pouco flexíveis do ponto de vista do sistema, tornando a expansão das capacidades complexa e de custo elevado.

Outros processos tecnicamente mais sofisticados são a multiplexagem por divisão de comprimento de onda (WDM, "Wavelength Division Muliplexing") e a multiplexagem por divisão de frequência óptica (OFDM, "Optical Frequency Division Multiplexing"). Nos sistemas de comunicação óptica baseados em multiplexagem de comprimento de onda, a radiação de várias fontes ópticas de comprimentos de onda claramente distintos é transmitida simultaneamente através de uma única fibra. Dispositivos multiplexadores, desmultiplexadores, ou multiplexadores/desmultiplexadores ópticos, espectralmente selectivos, são usados no início e no fim da linha de transmissão.

Como o custo de bit/s nas linhas de transmissão ópticas está muito ligado ao custo dos cabos de fibra óptica, será altamente vantajoso, em princípio, transmitir simultaneamente vários canais na mesma fibra, multiplicando assim a capacidade de transmissão dos cabos ópticos. Os sistemas WDM aumentam a capacidade de transmissão por fibra, permitem a diminuição dos custos dos sistemas de comunicação, possibilitam a transmissão simultânea em diferentes esquemas de modulação de sinal, e a possibilidade de expansão do sistema após a instalação dos cabos ópticos.

Na técnica OFDM é usada uma única frequência muito bem estabilizada; em geral, utiliza-se um oscilador óptico de muito alta qualidade (com largura de risca tipicamente inferior a 100 kHz). O sinal deste oscilador é distribuído por conversores de frequência que geram, separadamente, subportadoras ópticas muito próximas, que são depois combinadas e transmitidas, simultaneamente, através de uma fibra. Nos nodos do sistema de transmissão esses canais são separados por processos de mistura de frequências. A técnica OFDM requer a inclusão de processamento óptico coerente, heteródino ou homodino, para cada canal definido por cada sub-portadora, enquanto o processos ópticos coerentes requerem fontes laser muito estáveis, com larguras de risca muito estreitas. As capacidades demonstradas da técnica OFDM são, ainda, bastante limitadas.

#### 1.1 Conceitos Fundamentais de WDM

As fibras ópticas usadas correntemente em telecomunicações são fibras monomodo, que oferecem excelentes características em termos de atenuação e de dispersão. É possível usar uma fibra monomodo para transmitir um número elevado de canais independentes, quer em transmissão unidireccional, quer em transmissão bidireccional. No caso mais simples, somente dois canais são usados: o primeiro na janela de transmissão da fibra a 1300 nm, e o segundo na janela de transmissão a 1550 nm. Com tecnologia mais avançada (nomeadamente, dispositivos WDM sofisticados) é possível multiplexar um elevado número de canais na mesma janela de transmissão da fibra, com separação entre comprimentos de onda da ordem de poucos nanómetros, nos casos de maior densidade de canais. Usando tecnologia de transmissão coerente, é possível fazer multiplexagem densa (por exemplo, recorrendo a técnicas de multiplexagem de sub-portadoras), usando eventualmente lasers sintonizáveis em frequência.

Os sistemas que fornecem serviços em distribuição são, em geral, sistemas unidireccionais, isto é, a transmissão de informação no suporte físico (fibra óptica) só se faz num sentido, figura 1.1.



Figura 1.1: Configuração básica de um sistema de transmissão unidireccional, baseado em multiplexagem de comprimento de onda [2]. Os vários canais independentes suportados por um conjunto de comprimentos de onda  $\{\lambda_i \ (i = 1,...,n)\}\$  são combinados usando um Multiplexador, e são separados espacialmente usando um Desmultiplexador.

Os sistemas de comunicação que suportam serviços interactivos são, em geral, sistemas bidireccionais, isto é, a informação transmite-se em ambos os sentidos na mesma fibra óptica, figura 1.2.



Figura 1.2: Configuração básica de um sistema de transmissão bidireccional, baseado em multiplexagem de comprimento de onda [2]. Os vários canais independentes, suportados por dois conjuntos de comprimentos de onda  $\{\lambda_i \ (i=1,...,n)\}\ e \ \{\lambda'_j \ (j=1,...,m)\}\$ , são combinados e separados espacialmente, usando Multiplexadores/Desmultiplexadores.

No projecto de sistemas WDM, as características dos multiplexadores, desmultiplexadores e multiplexadores/desmultiplexadores (MUX, DEMUX e MUX/DEMUX) devem ser consideradas em conjunto com as das fibras, fontes de radiação e fotodetectores. Todos estes elementos apresentam um comportamento dependente do comprimento de onda.

As características de transmissão de um sinal em sistemas de fibra óptica em geral, e nos sistemas WDM em particular, são condicionadas por diversos parâmetros:

- (i) das fontes de radiação: taxa à qual a fonte pode ser modulada, espectro de emissão, estabilidade do comprimento de onda de operação potência óptica emitida; os díodos electroluminescentes (LEDs) podem ser modulados a frequências da ordem de 500 MHz, e os lasers semicondutores a frequências da ordem de 20 GHz.
- (ii) dos fotodetectores: dependência no comprimento de onda da sensibilidade, tempos de resposta; nível mínimo de recepção (ruído); existem comercialmente fotodíodos semicondutores p-i-n e fotodíodos do tipo avalanche capazes de responder a potências ópticas moduladas até dezenas de GHz. Contudo, o uso de frequências elevadas requer amplificadores de recepção avançados.
- (iv) do meio de transmissão: se o meio é dispersivo, o sinal é distorcido ao longo da propagação (muito importante em transmissão analógica devido à distorção da fase); com efeito, as fibras actuam como filtros passa-baixo, nos quais a frequência de corte

superior é inversamente proporcional à distância de propagação; o desempenho é normalmente caracterizado pelo *produto largura de banda X distância*, que depende do tipo de fibra e das características da fonte usada; atenuação na fibra e perdas e reflexões nos conectores e juntas; a características típicas das fibras monomodo são: atenuação @ 1300 nm  $\approx$  0.5 dB/km, @ 1550 nm  $\approx$  0.3 dB/km; dispersão @ 1300 nm  $\approx$  ps/(km.nm), @ 1550 nm  $\approx$  20 ps/(km.nm).

 (iv) dos dispositivos WDM: perdas, isolamento entre canais, isolamento total de um canal, efeitos de polarização; estas características dependem principalmente do tipo de dispositivo.

O isolamento entre canais ou "crosstalk" é o parâmetro mais importante no projecto de dispositivos WDM. As perdas (em dB) e o isolamento de canais (em dB) nestes dispositivos são definidos em termos de potência óptica, figura 1.3:



Figura 1.3: Representação esquemática de um sistema de transmissão, usada para definir perdas e isolamento de canais em dispositivos WDM.

# (i) Perda no canal *i* do dispositivo WDM ( $\zeta_i$ ):

$$\zeta_{i} = -10 Log \left[ \frac{\Phi(\lambda_{i}) inj}{\Phi(\lambda_{i}) trans} \right]$$
(1.1)

onde  $\Phi(\lambda_i)$  é a potência no canal *i*.

#### 1.1 Conceitos Fundamentais de WDM

# (ii) Isolamento ou "crosstalk" entre os canais *i* e *j* $(\chi_{i,j})$ :

Dado que vários sinais ópticos se propagam no mesmo sentido ou em sentidos opostos, ocorre a sobreposição dos vários sinais num dado canal. Define-se o grau de isolamento ou "crosstalk" do canal *i* sobre o canal *j* como:

$$\chi_{i,j} = -10 Log \left[ \frac{\Phi_i(\lambda_i)}{\Phi_i(\lambda_j)} \right]$$
(1.2)

onde  $\Phi_l(\lambda_m)$  é a potência associada ao canal *m* na saída do canal *l*.

# (iii) Isolamento ou "crosstalk" total no canal $j(\chi_j)$ :

Considerando o efeito total no canal j, o "crosstalk" total é:

$$\chi_{j} = -10Log\left[\frac{\Phi_{j}(\lambda_{j})}{\sum_{i\neq j}\Phi_{j}(\lambda_{i})}\right]$$
(1.3)

Deverá ter-se em atenção que o "crosstalk" total do sistema é devido à combinação do "crosstalk" dos dispositivos MUX e DEMUX, e é dependente das características das fontes (da potência e do espectro), das características espectrais da fibra, conectores ópticos e juntas, e da resposta espectral dos fotodetectores.

Em muitos casos, os efeitos de polarização podem ser importantes nas características funcionais dos dispositivos MUX/DEMUX. Os efeitos não-lineares nas fibras ópticas podem introduzir limitações nas características dos sistemas WDM; estes efeitos podem ser relevantes em sistemas coerentes com multiplexagem muito densa.

No caso de sistemas WDM bidireccionais, a transmissão entre a fonte i e o detector j do mesmo nodo do sistema é muito pequena, em geral, devido ao bom projecto do dispositivo MUX/DEMUX, figura 1.4. Contudo, neste caso, o isolamento de canais do sistema irá depender fortemente das reflexões nos conectores e juntas das fibras, e da sua distância ao receptor.

#### 1.1 Conceitos Fundamentais de WDM



Figura 1.4: Representação esquemática de um sistema WDM bidireccional mostrando o efeito das junções.

# 1.2 Classificação dos Dispositivos WDM e Configurações mais Importantes [1,2,4]

Descreve-se, de forma breve, de seguida, as principais características dos vários tipos de dispositivos, com especial relevo para os dispositivos WDM em óptica integrada.

A multiplexagem WDM é baseada na combinação e separação de diferentes comprimentos de onda; requer-se assim, em princípio, dispositivos selectores de comprimento de onda. Contudo, alguns dispositivos não-selectivos podem ser usados como multiplexadores. De acordo com [1,2], os dispositivos e técnicas MUX/DEMUX podem ser agrupados como mostra a figura 1.5 [2].



Figure 1.5: Agrupamento dos dispositivos ou técnicas MUX/DEMUX [2].

# (A) Dispositivos WDM Não-Selectivos em Comprimento de Onda

São basicamente usados como multiplexadores, recorrendo a elementos birrefringentes, lentes GRIN ou acopladores em fibra, por exemplo.

No caso de acopladores, duas fibras ópticas, com núcleos muito próximos, podem trocar entre si energia. É, assim, possível fabricar multiplexadores/desmultiplexadores usando o acoplamento entre modos de duas fibras. Em geral as fibras monomodo são polidas e montadas em blocos em forma de V, que são colocados em contacto óptico. Para acoplamento uniforme e fibras similares, a característica de transferência é periódica no comprimento de onda [4]. Usando acopladores de fibras polidas, pode-se obter baixas perdas (< 0.1 dB) e bom isolamento (-43 dB @ 1.3  $\mu$ m; - 30 dB @ 1.52  $\mu$ m). Para multiplexagem multicanal, estes acopladores são usados em cascata.

É possível fabricar desmultiplexadores usando redes de difracção numa única fibra, usando técnicas interferométricas/holográficas ou outras, é possível fabricar redes de Bragg eficientes no núcleo de uma única fibra monomodo, obtendo filtros para os comprimentos de onda seleccionados. A sintonização é possível através de tensão mecânica ou dos efeitos da temperatura.

## (B) Dispositivos WDM Selectivos em Comprimento de Onda

Praticamente todos os dispositivos WDM importantes usam o princípio de selectividade de comprimento de onda (filtros dieléctricos, acopladores direccionais, fontes e detectores, redes de difracção e prismas); alguns deles podem ser eléctrica ou opticamente activos.

# (i) Dispositivos Activos

São exemplos de dispositivos activos as fontes ópticas emitindo em vários comprimentos de onda e os fotodetectores sintonizáveis. As fontes multi-espectrais actuam como fontes e multiplexadores passivos. Os detectores multi-espectrais actuam como detectores e desmultiplexadores passivos. Quando estes dispositivos funcionarem satisfatoriamente, a configuração dos sistemas WDM será drasticamente simplificada.

As fontes multi-espectrais apresentam, ainda, alguns problemas:

- a potência em cada canal é muito menor que o valor da potência de uma fonte de um só comprimento de onda;
- a estabilidade e o tempo de vida destas fontes é ainda insuficiente.

Os problemas a resolver nos detectores multi-espectrais são:

- a selectividade no comprimento de onda;
- a redução dos níveis de "crosstalk".

## (ii) Dispositivos Passivos

#### (a) Dispositivos Baseados na Dispersão Angular (Redes de Difracção e Prismas)

A dispersão devida aos prismas não é considerável, não sendo a sua aplicação atractiva; a resolução destes dispositivos é baixa [4]. Dispositivos WDM baseados em prismas não são aplicáveis em sistemas monomodo, devido às aberrações introduzidas.

As redes de difracção apresentam grandes dispersões angulares [4]. Valores de resolução máxima  $R_{máx} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \approx 0.5 \ge 10^6$  são comuns em aplicações de espectroscopia. É também requerida elevada eficiência em termos de potência, que é obtida usando redes "blazed" [2,4]. As redes de difracção são basicamente usadas como desmultiplexadores. Apresentam separação entre canais da ordem de 20 a 40 nm, número de canais de 3 a 20, com perdas entre 1 e 4 dB, isolamento entre canais de -20 a -30 dB, e largura de banda (a 0.1 dB) da ordem de 10 nm [2].

#### (b) Dispositivos Baseados em Filmes Dieléctricos e em Interferómetros de Fabry-Pérot

Filtros dieléctricos multi-camada, podem ser usados para separação angular de janelas espectrais [1,2,4]. Curvas de reflexão e de transmissão estreitas são requeridas, com reflexões e transmissões da ordem de 99%, nas respectivas bandas de comprimento de onda. Estes dispositivos são capazes de multiplexar canais separados de 30 a 100 nm.

Dispositivos Fabry-Pérot multi-camada podem actuar com filtros passa-banda, e ser usados como multiplexadores. O número de canais multiplexado por estes dispositivos é de 2 a 6, separados de 30 a 100 nm, com perdas de 1 a 5 dB, com isolamento entre canais da ordem de -20 a -70 dB e largura de banda (a 0.1 dB) da ordem de 50 nm [2].

As extremidades das fibras são usualmente acopladas a estes filtros de comprimento de onda usando lentes de índice gradual (lentes "GRIN") ou micro lentes esféricas. Estes dispositivos não são muito usados para multiplexagem densa e são usualmente empregues em sistemas de fibra multímodo [2,4].

## (c) Dispositivos Híbridos (formados por redes de difracção e filmes dieléctricos)

Os dispositivos híbridos são obtidos combinando redes de difracção e filtros [2,4]. Estes dispositivos associam a elevada eficiência dos filtros como multiplexadores à elevada eficiência das redes de difracção como desmultiplexadores. São muito usados na transmissão unidireccional [2].

# (d) Dispositivos Baseados em Óptica Integrada

Os dispositivos integrados ópticos são potencialmente atractivos para sistemas WDM, pois possibilitam a miniaturização, são mecanicamente estáveis, são compatíveis com a tecnologia de

fibras ópticas monomodo, permitem reprodução em massa, recorrendo a integração monolítica ou a integração híbrida. A integração completa das fontes, detectores e dos dispositivos MUX/DEMUX requer, com a tecnologia actual, o uso de semicondutores; neste caso as perdas são elevadas, quer no material semicondutor, quer no acoplamento à fibra monomodo.

Várias implementações são possíveis [5]. Os materiais usados podem ser opticamente passivos ou activos. Os materiais opticamente activos são, em geral, materiais em que os efeitos electroóptico, acusto-óptico ou magneto-óptico são importantes. Um exemplo é o niobato de lítio. Filtros Fabry-Pérot sintonizáveis no comprimento de onda, com larguras de banda de 1 nm, podem ser fabricados, por exemplo, em LiNbO<sub>3</sub>, usando o efeito acusto-óptico, por variação do índice de refracção, da espessura, ou variando o ângulo de incidência, permitindo a separação de canais muito próximos. Dispositivos baseados no efeito electro-óptico, do tipo acoplador direccional ou interferómetro de Mach-Zehnder, podem também ser projectados para actuarem como multiplexadores e/ou desmultiplexadores.

# 1.3 Dispositivos WDM Passivos em Óptica Integrada

Como exemplos de dispositivos WDM integrados ópticos passivos, pode-se referir: acopladores direccionais de dois ou mais guias, acopladores por interferência de dois ou mais modos, interferómetros, redes de difracção em guias de onda (redes de Bragg, acopladores contradireccionais de Bragg, redes com período variável, redes conversoras de polarização), dispositivos com atraso de fase diferencial e espectrómetros integrados.

# (i) Dispositivos Baseados em Acopladores Direccionais de Dois Guias

Dois guias de onda monomodo similares, próximos um do outro, trocam energia entre si, devido à interacção dos respectivos campos evanescentes; a transferência de energia entre os dois guias quase periódica no comprimento de onda. A elevada selectividade no comprimento de onda do acoplador direccional de dois guias permite a implementação de MUX/DEMUX de dois comprimentos de onda, figura 1.6.



Figura 1.6: Representação esquemática de um acoplador direccional de dois guias, projectado para operar como multiplexador/desmultiplexador de dois canais ( $\lambda_1 \ e \ \lambda_2$ , com  $\lambda_2 > \lambda_1$ ). Os guias de onda 1, 2, 3 e 4 são guias monomodo nos comprimentos de onda de operação.

Estes dispositivos são úteis para realizar a separação de canais bem afastados em comprimento de onda, por exemplo  $\lambda_1$ =1.30 µm e  $\lambda_2$ =1.55 µm. Para o acoplador direccional de dois guias operar como multiplexador/desmultiplexador de dois comprimentos de onda, o comprimento *L* do dispositivo deve ser igual a dois comprimentos de acoplamento para  $\lambda_2$  e igual a um comprimento de acoplamento para  $\lambda_1$  (o comprimento de acoplamento, para um dado comprimento de onda, é o comprimento do dispositivo para o qual toda a energia nesse comprimento de onda é transferida de um guia para outro). O comprimento *L* do dispositivo aumenta com a diminuição da separação  $\Delta\lambda$  entre canais.

Este dispositivo será objecto de um estudo pormenorizado na secção 4.1.

#### (ii) Dispositivos Baseados na Interferência de Dois Modos

Um dispositivo baseado na interferência de dois modos é similar a um acoplador direccional em que a separação entre guias é nula, figura 1.7.



Figura 1.7: Representação esquemática de um acoplador de dois modos, projectado para operar como multiplexador/desmultiplexador de dois canais ( $\lambda_1 \ e \ \lambda_2$ , com  $\lambda_2 > \lambda_1$ ). Os guias de onda 1, 2, 3 e 4 são guias monomodo nos comprimentos de onda de operação.

Neste dispositivo, a região de interacção corresponde a um guia com dois modos próprios em cada polarização; a distribuição de energia numa secção transversal desse guia depende da relação de fase entre os seus dois modos, variando, portanto, com o comprimento de onda da

radiação. Quando os dois modos estão em fase, a energia concentra-se na parte esquerda do guia central; quando os dois modos estão em oposição de fase, concentra-se na parte direita do guia central. Para dois comprimentos de onda,  $\lambda_1 e \lambda_2$ , escolhendo um comprimento do dispositivo de forma a que para  $\lambda_1$  os dois modos estejam em oposição de fase e que para  $\lambda_2$  estejam em fase, praticamente toda a energia  $\lambda_2$  deixa o dispositivo pelo guia 3 e praticamente toda a energia  $\lambda_1$  deixa o dispositivo pelo guia 4, figura 1.7. Dispositivos baseados em acopladores TMI, com dimensões idênticas às dos acopladores de dois guias referidos em (i), permitem a separação de canais mais próximos no comprimento de onda.

Este dispositivo será objecto de análise na secção 4.2.

#### (iii) Dispositivos Baseados em Acopladores Direccionais de Três Guias

Um acoplador direccional de três guias monomodo funciona de forma semelhante a um acoplador de dois guias. Num acoplador deste tipo, figura 1.8, quando o guia 1 é excitado, a energia transfere-se gradualmente para o guia 2, e deste para o guia 3.



Figura 1.8: Representação esquemática de um acoplador direccional de três guias, projectado para operar como multiplexador/desmultiplexador de dois canais ( $\lambda_1 \ e \ \lambda_2$ , com  $\lambda_2 > \lambda_1$ ). Os guias de onda 1, 2 e 3 são guias monomodo nos comprimentos de onda de operação.

Este dispositivo pode actuar como multiplexador/desmultiplexador de dois canais. Para dois comprimentos de onda,  $\lambda_1 \in \lambda_2$ , é possível escolher um comprimento de interacção *L* de forma que a radiação  $\lambda_2$ , após ser transferida do guia 1 para o guia 3, seja ainda transferida do guia 3 para o guia 1, enquanto a radiação  $\lambda_1$  é transferida apenas do guia 1 para o guia 3. Esta situação ocorre quando o comprimento de interacção *L* é igual a dois comprimentos de acoplamento para  $\lambda_2$  e igual a um comprimento de acoplamento para  $\lambda_1$ .

A função de transferência no comprimento de onda é o quadrado da função de transferência de um acoplador direccional de dois guias; a largura de banda deste acoplador, para elevada transferência de energia, é assim menor do que no caso do acoplador de dois guias. Este acoplador diminui a exigência em termos de curvatura dos guias, para obter-se boa separação espacial da radiação (bom isolamento de canais) nas saídas.

Este dispositivo pode, ainda, actuar como desmultiplexador de três canais, se o guia central também for usado como porta de saída. É possível fabricar um multiplexador/desmultiplexador de três canais usando acopladores de três guias com acoplamento variável entre dois deles, a partir de um certo comprimento de interacção [6].

Este dispositivos será objecto de estudo na secção 4.3.

#### (iv) Dispositivos Baseados na Interferência de Muitos Modos

Estes dispositivos têm sido demonstrados como divisores de potência, figura 1.9, e a sua utilidade como dispositivos WDM é objecto de análise na secção 4.4.



Figura 1.9: Representação esquemática de um acoplador por interferência de muitos modos,  $W >> \lambda$ . Para o comprimento de interacção L, a potência é transferida para a região simétrica relativamente ao eixo do guia; para L/2, a potência de entrada é dividida entre duas posições simétricas.

Este dispositivo, como se verá, não apresenta boas características para multiplexagem ou desmultiplexagem de comprimento de onda, pois não é muito selectivo em comprimento de onda. Poderá, no entanto, funcionar como divisor de potência acromático para um conjunto de canais.

#### (v) Redes de Difracção em Guias de Onda Ópticos

Estes dispositivos permitem quer acoplamento colinear, quer acoplamento co-planar de modos, ou acoplamento entre modos guiados e modos de radiação. São fabricados em guias planares, ou em guias com confinamento lateral, perturbando a fronteira entre o núcleo e o substrato, ou a

distribuição de índice de refracção sem perturbar a geometria do guia. As redes em guias de onda são muito selectivas em comprimento de onda. A figura 1.10 representa esquematicamente uma rede de difracção fabricada num guia planar, para actuar como desmultiplexador de dois comprimentos de onda,  $\lambda_1 e \lambda_2$ .



Figura 1.10: Representação esquemática de um desmultiplexador de dois comprimentos de onda  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$ , obtido com uma rede de difracção fabricada num guia de onda planar.

Estes dispositivos são objecto de estudo aprofundado no capítulo 5.

#### (vi) Dispositivos Baseados em Interferómetros de Mach-Zehnder Não-Balanceados

Ligando os guias de saída de um acoplador direccional 3 dB aos guias de entrada de outro acoplador direccional 3 dB com as mesmas características, obtém-se um interferómetro de Mach-Zehnder. Este interferómetro é muito selectivo no comprimento de onda quando não está balanceado, isto é, quando o caminho óptico que liga os dois acopladores não é igual [7], figura 1.11.



Figura 1.11: Interferómetro de Mach-Zehnder formado a partir de dois acopladores 3 dB.

Este dispositivo pode ser implementado usando fibras ópticas ou em óptica integrada. Estes dispositivos podem actuar como multiplexadores/desmultiplexadores de canais separados de poucos nanómetros e, quando em cascata, podem ser utilizados em sistemas multi-canal. Foram

demonstrados filtros de Mach-Zehnder e multiplexadores fabricados em sílica, para multiplexagem nos comprimentos de onda 1.480  $\mu$ m - 1.550  $\mu$ m [8], permitindo separações entre canais muito pequenas. Variações da configuração básica têm sido demonstradas [9,10].

A selectividade no comprimento de onda do acoplador direccional e a dispersão cromática devem ser tidas em conta no projecto dos dispositivos WDM baseados em interferómetros de Mach-Zehnder.

O isolamento entre canais é elevado na condição de ressonância e para acopladores 3 dB, mas é muito sensível aos desvios do acoplador 3 dB do comportamento ideal (as tolerâncias são inferiores a 0.1 dB para isolamento de -20 dB) [7].

## (vii) Dispositivos Baseados em Atraso de Fase Diferencial

Estes dispositivos são compostos, na entrada e na saída, por regiões de propagação livre que realizam transformação de Fourier, interligadas por um conjunto de guias de onda em canal com comprimentos apropriados, escolhidos de forma a introduzir selectividade no comprimento de onda devido ao atraso diferencial do conjunto, figura 1.12. Estes dispositivos permitem a separação de canais afastados de uma fracção de nanómetro até poucos nanómetros [11].



Figura 1.12: Representação esquemática de um dispositivo baseado em atraso de fase diferencial [11].

#### 1.4 Materiais e Tecnologias Usados na Fabricação dos Dispositivos Analisados

#### 1.4 Materiais e Tecnologias Usados na Fabricação dos Dispositivos Analisados

O grande entrave à penetração em larga escala da Óptica Integrada no campo das telecomunicações e sensores é o elevado custo do acoplamento às fibras e do empacotamento dos dispositivos. Este custo representa ainda mais de metade do preço dos componentes ópticos integrados existentes no mercado. Os custos serão substancialmente reduzidos se for possível a produção em massa de dispositivos com maior complexidade, permitindo um acoplamento simplificado a fibras ópticas monomodo.

Uma grande variedade de dispositivos ópticos integrados tem sido fabricada usando diferentes tecnologias [5]. Obtêm-se componentes com excelente desempenho mas, em geral, a produção em massa dos dispositivos de maior complexidade não tem sido possível. Algumas tecnologias têm conduzido a dispositivos comerciais, ou têm sido objecto de investigação sistemática. Salienta-se a tecnologia de niobato de lítio, a da permuta iónica em vidros, a da sílica sobre silício, e a de semicondutores III-V.

A tecnologia de referência neste trabalho pretende facilitar a replicação em massa e, assim, permitir um baixo custo de fabricação. Baseia-se na moldagem de polímeros, com baixas perdas nos comprimentos de onda 1.3  $\mu$ m e 1.55  $\mu$ m, e na utilização de pastilhas de silício, como elemento de suporte dos circuitos ópticos integrados e de alinhamento das fibras ópticas de entrada e de saída [12][13]. A tecnologia adapta-se à produção de componentes monolíticos e híbridos optoelectrónicos.

As principais fases de fabricação de guias de onda monomodo em canal, pela técnica referida, são mostradas esquematicamente na figura 1.13 [12]. A fabricação começa com a definição da estrutura na camada de um material fotosensível, usando processos litográficos. Depois da revelação, a estrutura do guia de onda é definida pela ausência do material fotosensível, figura 1.13 (a) e (b). A espessura da camada fotosensível define a espessura final do guia de onda, enquanto a largura e a forma exacta de secção transversal do guia são definidas pela máscara usada.

Após o processo litográfico, e a partir do perfil do material fotosensível, é fabricado por técnica electroquímica um molde de níquel, figuras 1.13 (c) e (d), que é usado para moldar o substrato (PMMA), figura 1.13 (e). O passo seguinte corresponde ao preenchimento dos sulcos existentes no substrato com um material de índice de refracção superior (por exemplo, EGDMA), figura

#### 1.4 Materiais e Tecnologias Usados na Fabricação dos Dispositivos Analisados

1.13 (f). Após o enchimento dos sulcos, uma placa plana, do material usado como substrato, é pressionada contra o substrato e o material do núcleo é polimerizado, figura 1.13 (g).



*Figura 1.13: Diagrama esquemático da fabricação de guias de onda [12]* 

Os guias de onda produzidos correspondem, em boa aproximação, a guias de secção quadrada com 6  $\mu$ m (± 0.2  $\mu$ m) de lado e com diferença de índice entre o núcleo e o meio circundante cerca de 0.005, de forma a propagarem um único modo, em cada polarização, no comprimento de onda 1.30  $\mu$ m. Estes dispositivos apresentam eficiências de acoplamento a fibras monomodo superiores a 95% [12].

As perdas de acoplamento a fibras monomodo são estimadas em 0.2 dB, e as perdas de transmissão para  $1.30 \text{ }\mu\text{m}$  são de 0.3 dB/cm, e para  $1.55 \text{ }\mu\text{m}$  são de 0.5 dB/cm [12].

Esta tecnologia permite, em princípio, a fabricação de dispositivos passivos (por exemplo, divisores de potência baseados em junções Y e em acopladores direccionais; dispositivos WDM baseados em acopladores direccionais, em interferómetros e em matrizes de guias com atraso diferencial; filtros espectrais baseados em redes periódicas integradas), dispositivos activos (dispositivos com controle termo-óptico; dispositivos híbridos integrando fotodetectores e lasers) e dispositivos electro-ópticos e não-lineares ópticos.

## 1.5 Bibliografia

- [1] G. Winzer,"Wavelength Multiplexing Components A Review of Single-Mode Devices and their Applications", J. Lightwave Technol. LT-2, 369 (1984).
- [2] H. Ishio, J. Minowa, K. Nosu,"Review and Status of Walength-Division Multiplexing Technology and its Application", J. Lightwave Technol. LT-2, 448 (1984).
- [3] J. Gowar, "Optical Communication Systems", 2<sup>a</sup> ed., *Prentice Hall*, London (1993)
- [4] J.-P. Laude, "Le Multiplexage de Longueurs d'Onde", *Masson*, Paris (1992)
- [5] H. Nishihara, M. Haruna, T. Suhara, "Optical Integrated Circuits", *McGraw-Hill*, London (**1989**)
- [6] K. Kishioka, G.L. Yip, "A Novel Three-Wavelength Demultiplexer, Utilizing the Two- and Three-Guide Couplers", *J. Lightwave Technol.* LT-11, 234 (1993)
- [7] B.H. Verbeek, et al, "Integrated Four-Channel Mach-Zehnder Multi-Demultiplexer Fabricated with Phosphorous Doped SiO<sub>2</sub> Waveguides on Si", *J. Lightwave Technol. LT-6*, 1011 (1988)
- [8] N. Takato, et al, "Silica-Based Single-Mode Waveuides on Silicon and their Application to Guided-Wave Optical Interferometers, J. Lightwave Technol. LT-6, 1003 (1988)
- [9] K. Oda, et al, "A Wide Band Guide-Wave Periodic Multi/Demultiplexers with a Ring Resonator for Optical FDM Transmission Systems", J. Lightwave Technol. LT-6, 1016 (1988)
- [10] K. Inone, "A Four-Channel Optical Waveguide Multi/Demultiplexer for SGHz Spaced Optical FDM Transmission", J. Lightwave Technol. LT-6, 339 (1988)
- [11] M. Zirngibl, et al, "Polarization Independent 8\*8 Waveguide Grating Multiplexer on InP", *Electron. Lett.* 29, 201 (1993)
- [12] A. Neyer, T. Knoche, L. Muller, P.C. Lee, J.H. Kim, M.A. Andrade, J. Carvalho, J.L. Figueiredo, A.P. Leite, "Design and Fabrication of Low Loss Passive Polymeric Waveguides Based on Mass Replication Techniques", *ECIO'93*, 9-10 (1993)
- [13] H. Kragl, representing the consortium partners in the project POPCORN, "A Novel Technology for Polymer Based Integrated Optics", *ECIO'93*, 9-24 (1993)

1.5 Bibliografia

# **Onda Ópticos Integrados: Aspectos Básicos**

Neste capítulo descreve-se, de forma breve, alguns aspectos da propagação em guias de onda ópticos. Dada a sua importância para este trabalho, trata-se, em especial, guias planares com perfil de índice em degrau, guias em canal, modos guiados e de radiação, modos locais normais, e alguns métodos aproximados de análise de guias de onda. Apresenta-se, também, a técnica BPM de análise da propagação da radiação em guias de onda e dispositivos integrados. Pretende-se, com este capítulo, introduzir alguns conceitos básicos e técnicas de análise importantes e comuns, servindo de introdução a tópicos específicos estudados em capítulos subsequentes.

#### 2.1 Classificação de Guias de Onda

2

A propagação guiada de radiação na zona espectral visível - infravermelho próximo apresenta grande interesse, nomeadamente pela sua utilização em comunicação óptica [1], processamento óptico de sinal [2] e sensores ópticos [3]. Para tal, e em face de razões físicas fundamentais, recorre-se a guias de onda dieléctricos, em geral. Um guia de onda óptico genérico é uma estrutura constituída por um material dieléctrico (núcleo), rodeado por outros materiais dieléctricos (revestimentos) com índices de refracção inferiores [4].

A figura 2.1 mostra a estrutura básica de um guia de onda planar (ou guia de onda 2D). O guia planar estende-se infinitamente nas direcções y e z. A radiação electromagnética é guiada se  $n_f \ge n_s \ge n_c$ , e se a espessura T da zona de confinamento for superior a um valor mínimo, em geral.



Figura 2.1: (a) Estrutura básica de um guia de onda planar. (b) Perfil de índice em degrau. (c) Perfil de índice gradual.

Assume-se que a radiação se propaga no guia na direcção z; devido à diferença de índices entre o núcleo e o revestimento, a radiação é confinada na direcção x.

Do ponto de vista de perfil de índice, há dois tipos de guias de onda 2-D com interesse: (i) guias com variação de índice em degrau, em que o índice de refracção varia abruptamente ao longo da direcção x, figura 2.1 (b); (ii) guias com variação de índice gradual, nos quais o índice varia continuamente ao longo de x (pelo menos no interior do substrato em que é fabricado), figura 2.1 (c).

Todavia, é geralmente essencial confinar a propagação também lateralmente, isto é, na direcção y. Guias em canal (ou guias 3-D) são guias de onda que confinam a radiação em ambas as direcções x e y, figura 2.2. O perfil transversal de índice de refracção pode, igualmente, ser do tipo gradual, ou em degrau.



Figura 2.2: Guia de onda em canal.

## 2.2 Modos Guiados e Modos de Radiação

É fácil compreender intuitivamente o funcionamento básico de um guia de onda óptico recorrendo à Óptica Geométrica [4] e ao caso simples de um guia planar com perfil de índice em degrau.

Consideremos uma onda monocromática, incidente num guia de onda planar com índice em degrau. Seja  $\theta$  o ângulo formado pelo vector de onda e a normal às interfaces do guia planar. Os ângulos críticos (ângulos a partir dos quais só há reflexão das ondas, obtidos a partir da lei de Snell), nas duas interfaces (superior e inferior) são, respectivamente:

2.2 Modos Guiados e Modos de Radiação

$$\begin{bmatrix} \theta_c \equiv \sin^{-1} \left(\frac{n_c}{n_f}\right) \\ \theta_s \equiv \sin^{-1} \left(\frac{n_s}{n_f}\right) \end{bmatrix}$$
(2.1)  
(2.2)

Como  $n_s \ge n_c$ , tem-se  $\theta_s \ge \theta_c$ . Os valores destes dois ângulos críticos permitem definir três intervalos do ângulo de incidência nos quais a radiação no guia apresenta comportamentos distintos:  $\theta_s \le \theta \le \frac{\pi}{2}$ ,  $\theta_c \le \theta \le \theta_s$  e  $\theta \le \theta_c$ .

A figura 2.3 representa, esquematicamente, e numa linguagem de Óptica Geométrica, a radiação a propagar-se ao longo de um guia planar, nos três casos referidos.



Figura 2.3: (a) Modos guiados. (b) Modos de radiação do substrato. (c) Modos de radiação do substrato e superestrato.

Para  $\theta_s \le \theta \le \frac{\pi}{2}$ , a radiação é confinada à região de espessura T, por reflexão interna total em ambas as interfaces. Se o material não provoca perdas, a radiação propaga-se sem atenuação e sem alteração na distribuição do campo electromagnético; o guia suporta modos guiados.

Quando  $\theta_c \leq \theta \leq \theta_s$ , a radiação é reflectida totalmente na interface superior, enquanto se escapa da região de confinamento para o substrato pela interface inferior, isto é, a sua energia espalha-se para o substrato. Diz-se que, neste caso, o guia suporta modos de radiação do substrato; a amplitude da radiação no núcleo decresce significativamente ao longo da direcção de propagação.

Para  $\theta \leq \theta_c$ , a radiação escapa-se através de ambas as interfaces. Os modos suportados pelo guia, neste caso, designam-se por modos de radiação do substrato-superstrato.

O módulo do vector de onda de uma onda plana no meio de índice  $n_f$  é definido como  $k_0 \cdot n_f$ , com  $k_0 = {}^2 \mathbb{V}_{\lambda}$ , onde  $\lambda$  representa o comprimento de onda da radiação no vazio. As relações entre o ângulo de incidência  $\theta$  e as constantes de propagação ao longo das direcções x e z são:

2.2 Modos Guiados e Modos de Radiação

(2.4)

$$\begin{bmatrix} k_x = k_o \cdot n_f \cdot \cos\theta \\ k_z = k_o \cdot n_f \cdot \sin\theta \equiv \beta \end{bmatrix}$$
(2.3)

 $\beta$  é equivalente à constante de propagação de uma onda plana num meio infinito com índice de refracção  $n_f \cdot \sin \theta$ . O índice efectivo N de um modo define-se como  $N = n_f \cdot \sin \theta$ , isto é, o modo propaga-se ao longo da direcção z com uma velocidade de fase C/N. O índice efectivo de um modo guiado satisfaz a condição:  $n_s \le N \le n_f$ . Os modos de radiação têm índices efectivos tais que  $N \le n_s$ .

#### 2.3 Modos em Guias de Onda Invariantes segundo z [4,5]

A propagação da radiação electromagnética, num dado meio, é completamente caracterizada pelos vectores campo eléctrico  $\vec{E} = (E_x, E_y, E_z)$ , campo magnético  $\vec{H} = (H_x, H_y, H_z)$ , pela permitividade eléctrica  $\varepsilon(x, y, z)$  e pela permeabilidade magnética  $\mu(x, y, z)$ . As equações de Maxwell relacionam estas quantidades entre si; para meios dieléctricos, isotrópicos e sem perdas, tomam a forma:

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$
(2.5)

$$\nabla \times \vec{H} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$
(2.6)

Para a maioria dos meios com interesse em Óptica, a permeabilidade magnética é aproximadamente igual à do vazio,  $\mu = \mu_o$  (materiais não-magnéticos). Pode-se escrever  $\varepsilon = \varepsilon_o \cdot n^2$ , onde  $\varepsilon_0^{\epsilon_0}$  é o valor da permitividade no vazio e n é o índice de refracção do meio. Considerando apenas meios lineares, n será independente da amplitude do campo electromagnético, podendo variar com a frequência e a posição.

Das equações de Maxwell, obtém-se as equações de onda para o campo  $\vec{E}$  e para o campo  $\vec{H}$ :

$$\left[\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) + \mu_o \varepsilon_o n^2 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0\right]$$
(2.7)

$$\left[\nabla \times (\nabla \times \vec{H}) + \mu_o \varepsilon_o n^2 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial^2} = 0\right]$$
(2.8)

#### 2.3 Modos em Guias de Onda Invariantes segundo z

Neste trabalho, considera-se unicamente campos harmónicos no tempo, isto é, campos cuja dependência temporal em notação complexa pode ser expressa como  $exp(i\omega t)$ , onde  $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$  é a frequência angular,  $c \in \lambda$  representam a velocidade de propagação da radiação e o comprimento de onda no vazio, respectivamente.

As soluções das equações de Maxwell no sistema de coordenadas ortogonal (x,y,z), para meios não-homogéneos com geometria cilíndrica uniforme - não necessariamente circular, isto é, meios nos quais a permitividade eléctrica é independente da coordenada espacial z,  $\varepsilon = \varepsilon(x,y)$  - assumindo a propagação na direcção espacial z com constante de propagação  $\beta$ , são da forma:

$$\begin{bmatrix} \vec{E}_v(x, y, z; t) = \vec{E}_v(x, y) \cdot \exp[i(\omega t - \beta_v z)] \\ \vec{z} \end{bmatrix}$$
(2.9)

$$\left[\tilde{H}_{\nu}(x,y,z;t) = H_{\nu}(x,y) \cdot \exp[i(\omega t - \beta_{\nu} z)]\right]$$
(2.10)

As distribuições de campo  $\vec{E}_{v}$  e  $\vec{H}_{v}$  representam as amplitudes dos modos próprios da estrutura cilíndrica caracterizada por  $\varepsilon = \varepsilon(x, y)$ ; o índice v identifica o modo. Os valores possíveis da constante de propagação,  $\beta_{v}$ , são impostos pelas condições fronteira do problema. Os valores positivos (negativos) de v representam campos propagando-se no sentido positivo (negativo) de z, tendo em conta que:

$$\begin{bmatrix} \beta_{-\nu} = -\beta_{\nu} \end{bmatrix}$$
(2.11)

$$\vec{H}_{-\nu} = -\vec{H}_{\nu} \tag{2.12}$$

$$\begin{bmatrix} \mathsf{E}_{-\nu} = \mathsf{E}_{\nu} \end{bmatrix}$$
(2.13)

Uma estrutura dieléctrica suporta um número finito de modos guiados, identificados por um índice inteiro (os valores possíveis da constantes de propagação dos modos guiados formam um conjunto discreto) e um número infinito de modos de radiação, identificados por um índice contínuo (os valores possíveis da constante de propagação dos modos de radiação formam um contínuo).

As componentes transversais das funções modais  $\vec{E}_{\nu}$  e  $\vec{H}_{\nu}$  satisfazem a condição de ortogonalidade (para meios sem perdas):

$$\int_{+\infty}^{+\infty} \vec{e}_z \cdot \left(\vec{E}_{\nu t} \times \vec{H}_{\mu t}^*\right) dx dy = 2P\delta_{\nu\mu}$$
(2.14)

#### 2.3 Modos em Guias de Onda Invariantes segundo z

onde o símbolo  $\delta_{\nu\mu}$  indica o delta de Kronecker, se  $\nu e \mu$  designam modos guiados (índices discretos) e indica a distribuição delta de Dirac, se  $\nu e \mu$  designam modos de radiação (índices contínuos), ou é zero, se um dos índices se refere a um modo guiado e o outro a um modo de radiação; *P* representa a potência associada ao modo.

A relação (2.14) é válida para modos guiados, assim como para modos de radiação com constantes de propagação reais. As componentes transversais dos modos (guiados e de radiação) de uma estrutura uniforme formam um conjunto completo de funções ortogonais; as componentes transversais de uma distribuição de campo arbitrária, num sistema caracterizado por  $\varepsilon = \varepsilon(x, y)$ , podem ser obtidas por uma expansão da forma:

$$\begin{bmatrix} \vec{E}_t(x, y, z; t) = \sum_{v} a_v \cdot \vec{E}_w(x, y, z; t) \end{bmatrix}$$
(2.15)

$$\begin{bmatrix} \vec{H}_{t}(x, y, z; t) = \sum_{v} b_{v} \cdot \vec{H}_{vt}(x, y, z; t) \\ (2.16)$$

onde *t* indica componente transversal;  $\sum_{v}$  representa a soma quando v se refere a modos guiados, e a integração quando v se refere a modos de radiação. A expansão das componentes longitudinais do campo não é tão simples [5]. Contudo, é possível expressar as componentes longitudinais  $\vec{E}_z$  e  $\vec{H}_z$  em termos das componentes transversais. Decompondo o operador  $\nabla$  nas suas componentes transversal  $\nabla_t$  e longitudinal  $\vec{e}_z \frac{\partial}{\partial z}$ , obtém-se:

$$\vec{E}_{z} = \left(\frac{1}{i\omega\varepsilon_{0}n^{2}}\right)\nabla_{t} \times \vec{H}_{t}$$
(2.17)

$$\left[\vec{H}_{z} = -\left(\frac{1}{i\omega\mu_{0}}\right)\nabla_{t} \times \vec{E}_{t}\right]$$
(2.18)

Portanto, as componentes transversais caracterizam completamente o campo electromagnético, e as componentes longitudinais podem ser obtidas a partir destas, por derivação.

# 2.4 Modos em Guias 2-D com Perfil de Índice em Degrau [4,5]

Em guias 2-D os campos electromagnéticos são independentes de y. Pela sua relevância em discussões posteriores, importa analisar este caso particular. Tendo em conta que  $\frac{\partial}{\partial t} = i\omega$ ,  $\frac{\partial}{\partial z} = i\beta$  e  $\frac{\partial}{\partial y} = 0$ , as equações de Maxwell têm duas soluções distintas com estados de polarização

#### 2.4 Modos em Guias 2-D com Perfil de Índice em Degrau

ortogonais: modos TE (campo eléctrico transversal), que consistem em campos com componentes  $E_y$ ,  $H_x$  e  $H_z$ ; modos TM (campo magnético transversal), com componentes  $E_x$ ,  $H_y$  e  $E_z$ . As equações de onda para modos TE e TM são, respectivamente:

$$\left|\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \left(k_o^2 n^2 - \beta^2\right)E_y = 0\right|$$
(2.19)

$$\left[\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} + \left(k_o^2 n^2 - \beta^2\right)H_y = 0\right]$$
(2.20)

Dadas as soluções das equações de Maxwell e tendo presente a condição de anulação do campo no infinito, a satisfação das condições fronteira nas interfaces x=-T e x=0 leva a equações de valores próprios que determinam as características de propagação dos modos suportados pelo sistema. As soluções TE e TM para um guia planar são da forma:

$$E_{y}, H_{y} = \begin{cases} A_{c} \cdot exp[-\gamma_{c}x] & x > 0 \text{ (superestrato)} \\ A_{f} \cdot cos(k_{c}x + \phi) & -T \le x \le 0 \text{ (núcleo)} \\ A_{s} \cdot exp[\gamma_{s}(x + T)] & x < -T \text{ (substrato)} \end{cases}$$
(2.21)

onde  $\gamma_c$ ,  $k_x$  e  $\gamma_s$  são as constantes de propagação na direcção x no superestrato, núcleo e substrato, respectivamente:

$$\begin{cases} \gamma_c = k_o \sqrt{N^2 - n_c^2} \\ k_x = k_o \sqrt{n_f^2 - N^2} \\ \gamma_s = k_o \sqrt{N^2 - n_s^2} \end{cases}$$
(2.22)

Aplicando as condições fronteira a  $E_y$  e  $H_z$  (modos TE), e a  $H_y$  e  $E_z$  (modos TM), obtém-se a equação de valores próprios para modos TE e TM:

$$k_{x}T = \upsilon \cdot \pi - tan^{-1} \left( n_{sf}^{2} \frac{k_{x}}{\gamma_{s}} \right) - tan^{-1} \left( n_{cf}^{2} \frac{k_{x}}{\gamma_{c}} \right)$$
(2.23)

onde  $\upsilon$  é inteiro para modos guiados e um número real para modos de radiação. Os parâmetros  $n_{cf}$  e  $n_{sf}$  são definidos, para os modos TE e TM, como:

#### 2.4 Modos em Guias 2-D com Perfil de Índice em Degrau

$$modosTE : n_{(s,c)f}^{2} = 1$$

$$modosTM : n_{(s,c)f}^{2} = \frac{n_{s,c}^{2}}{n_{f}^{2}}$$

$$(2.24)$$

Na análise de guias planares é útil definir os seguintes parâmetros normalizados:

- frequência normalizada: 
$$V = k_o \cdot T \sqrt{n_f^2 - n_s^2}$$
 (2.25)

- constante de propagação normalizada: 
$$b = \frac{N^2 - n_s^2}{n_f^2 - n_s^2} \frac{1}{n_{sf}^2 \cdot q_s^2}$$
 (2.26)

com 
$$q_s = 1$$
 para modos TE, e  $q_s = \left(\frac{N}{n_f}\right)^2 + \left(\frac{N}{n_s}\right)^2 - 1$  para modos TM

- parâmetro de assimetria: 
$$a = \frac{n_s^2 - n_c^2}{n_f^2 - n_s^2} \frac{1}{n_{cf}^4}$$
 (2.27)

$$a = 0$$
 quando o guia é simétrico ( $n_c = n_s$ )

Dados os parâmetros do guia e o comprimento de onda, a equação transcendente (2.23) pode ser resolvida numericamente, determinando as características de dispersão dos modos guiados.

Em geral, em guias 2-D com interesse prático, a diferença de índice entre a camada de confinamento e o substrato é pequena, sendo a condição  $n_f - n_s \ll 1$  satisfeita. Nestes casos  $b_{TE} \approx b_{TM}$ . Notar que, em qualquer caso,  $a_{TE} \neq a_{TM}$ .

Quando o índice efectivo de um modo guiado decresce,  $N \rightarrow n_s$   $(b \rightarrow 0)$ , e diz-se que o modo se aproxima do corte; a radiação deixa de ser bem confinada à zona de guiagem, penetrando substancialmente no substrato; para  $N < n_s$ , deixa de haver confinamento (o modo entrou em corte).

O valor de V de corte, para o modo TE (TM) de ordem m, é  $V_m = V_o + m\pi$ , com  $V_o = tan^{-1}\sqrt{a_{TE(TM)}}$ .  $V_o$  é o valor de corte para o modo fundamental TE (TM); num guia simétrico,  $V_o = 0$  (um guia simétrico propaga pelo menos o modo guiado TE<sub>0</sub>).
# 2.4 Modos em Guias 2-D com Perfil de Índice em Degrau

Seja P a potência transportada por um modo guiado. Para modos TE, a potência por unidade de largura do guia de onda é:

$$P = -\int_{-\infty}^{+\infty} E_y(x) \cdot H_x(x) \, dx \tag{2.28}$$

Em geral, normaliza-se o campo eléctrico de forma que o modo guiado transporte uma potência unitária (P = 1). Usando as expressões do campo para modos TE, obtém-se:

$$P = \frac{\beta}{2\omega\mu_o} A_f^2 \cdot T_{ef}$$
(2.29)

sendo  $A_f$  a amplitude do modo, e com:

$$T_{ef} = T + \frac{1}{\gamma_s} + \frac{1}{\gamma_c}$$
(2.30)

Esta equação indica que a potência do modo guiado é essencialmente confinada a uma espessura  $T_{ef}$ , denominada espessura modal efectiva do guia. O modo guiado penetra a uma profundidade da ordem de  $\gamma_{\gamma_s}$  e  $\gamma_c$  no substrato e no superestrato, respectivamente. Os modos de ordem sucessivamente mais elevada apresentam espessuras modais efectivas crescentes.

Para modos TM,  $T_{ef}$  é dado por:

$$T_{ef} = T + \frac{1}{\gamma_s q_s} + \frac{1}{\gamma_c q_c}$$
(2.31)

com:

$$q_{s(c)} = \left(\frac{N}{n_f}\right)^2 + \left(\frac{N}{n_{s(c)}}\right)^2 - 1$$
(2.32)

#### 2.5 Modos em Guias 3-D Invariantes segundo z

#### 2.5 Modos em Guias 3-D Invariantes segundo z

Os dispositivos ópticos práticos (por exemplo: moduladores e interruptores) requerem guias de onda 3-D, nos quais a radiação é confinada transversalmente na direcção y, para além do confinamento em profundidade (direcção x), figura 2.4.



Figura 2.4: Secção transversal de um acoplador direccional fabricado em niobato de lítio [6].

Os guias 3-D suportam modos híbridos [7]. Tais modos híbridos são, em muitos casos de interesse, aproximadamente modos TEM (campos eléctrico e magnético transversais) polarizados segundo as direcções x ou y. Em muitas circunstâncias práticas, os modos guiados suportados por guias 3-D são classificados consoante a direcção da maior componente do campo eléctrico está segundo x ou y [8]. Os modos que apresentam a componente maior do campo eléctrico segundo x são designados modos  $E_{pq}^x$ , às vezes referidos como modos quase-TM. Os índices  $p \in q$  denotam o número de nodos da componente do campo eléctrico  $E_x$  nas direcções x e y, respectivamente. De forma similar, os modos  $E_{pq}^y$  (modos quase-TE) têm a maior componente do campo eléctrico segundo y.

A determinação das características de propagação de modos em guias de onda dieléctricos implica a resolução da equação de onda (equação de Helmoltz):

$$\nabla_t \vec{E}(x, y, z) + \left[k_o^2 n^2(x, y, z) - \beta^2\right] \vec{E}(x, y, z) = 0$$
(2.33)

Na resolução da equação (2.33) terá de ser garantida a continuidade das componentes tangenciais dos campos nas fronteiras. Em geral, não há solução analítica das equações de Maxwell para guias 3-D; mesmo para estruturas invariantes longitudinalmente n = n(x, y), não é geralmente possível obter soluções exactas, pelo que é inevitável o recurso a simplificações e ao uso de métodos numéricos [7]. Várias abordagens são possíveis [9]:

- tratamento escalar (modos escalares): o campo eléctrico (magnético) é tratado como uma grandeza escalar, não tendo em conta os aspectos relacionados com a polarização;
- tratamento semi-vectorial: modos quase-TE e modos quase-TM;
- tratamento vectorial: consideram-se todas as componentes dos campos. Permite tratar guias genéricos; é computacional e algoritmicamente exigente.

Há várias análises aproximadas que permitem resolver o problema de uma forma consistente. Apresenta-se o método dos índices efectivos, dado ter sido utilizado frequentemente neste trabalho, e refere-se sumariamente outros métodos.

# 2.5.1 Método dos Índices Efectivos [5]

Esta análise aproximada é baseada no conceito de índice efectivo de um modo guiado. Seja um guia 3-D de secção rectangular com perfil de índice em degrau, onde  $n_f - n_s \ll 1$  é satisfeita. Neste caso, os modos guiados suportados por um guia de secção rectangular são do tipo  $E_{pq}^x$  e  $E_{pq}^y$ , que correspondem, aproximadamente, a modos TM e TE, respectivamente.

Para introduzir o método dos índices efectivos, considere-se a equação de onda escalar, para a componente apropriada  $\psi$  da polarização considerada:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\psi + (n^2k_0^2 - \beta^2)\psi = 0$$
(2.34)

onde *n* é o índice de refracção do núcleo do guia. O campo  $\psi$  na região do núcleo pode ser aproximado pela expressão:

$$\Psi = A \cdot \cos(k_x x) \cdot \cos(k_y y) \cdot \exp(-i\beta z)$$
(2.35)

Substituindo (2.35) em (2.34), obtém-se a constante de propagação

$$\beta = \sqrt{n^2 k_0^2 - k_x^2 - k_y^2} \tag{2.36}$$

Conhecendo-se valores aproximados para  $k_x e k_y$ , obtém-se a constante de propagação  $\beta$ ; o método dos índices efectivos permite determinar, com boa aproximação,  $k_x e k_y$ .

#### 2.5.1 Método dos Índices Efectivos

A aplicação do método consiste em decompor o guia 3-D em dois guias planares: guia planar I (espessura T) com confinamento da radiação na direcção x; guia planar II (espessura W) com confinamento na direcção y, figura 2.5.



Figura 2.5: (a) Guia de onda 3-D. (b) Guia de onda auxiliar 2-D: I. (c) Guia de onda auxiliar 2-D: II.

Os modos  $E_{pq}^x$  têm componentes principais  $E_x$  e  $H_y$  no guia planar I, caracterizado por  $V_I = k_o T \sqrt{n_f^2 - n_s^2}$  e  $a_I \equiv a_{TM} \left( = \frac{n_s^2 - n_c^2}{n_f^2 - n_s^2} \frac{n_f^4}{n_c^4} \right)$ . Os índices efectivos  $N_I$  dos modos TM (com componentes do campo  $E_x$ ,  $H_y$  e  $E_z$ ) do guia I são obtidos resolvendo a respectiva equação de valores próprios.

O índice efectivo obtido  $N_I$  é, agora, tomado como o índice de refracção do núcleo do guia planar II. O guia planar II é um guia simétrico em que o substrato apresenta o índice de refracção  $n_s$  e o índice do núcleo é  $N_I$ . O modo guiado  $E_{pq}^x$  é, agora, do ponto de vista do guia II, um modo TE (com componentes do campo  $E_x$ ,  $H_y$  e  $E_z$ ). A equação de valores próprios para este guia, tomando  $n_f = N_I$  e  $n_c = n_s$  ( $a_{II} \equiv a_{TE} = 0$ ), permite obter a constante de propagação  $\beta(=k_0N)$ . Procede-se de forma análoga para modos  $E_{pq}^y$ .

É possível aplicar uma extensão deste método a guias 3D com outros perfis de índice de refracção, de forma aproximada [10].

# 2.5.2 Outros Métodos de Análise Modal

Existe um grande número de métodos de análise modal aplicáveis a guias invariantes 3D [9]. Uma análise modal recorrendo à técnica das diferenças finitas é relativamente simples de implementar, conduzindo, em muitos casos, a resultados aceitáveis [11].

Na técnica das diferenças finitas faz-se a substituição do contínuo por pontos numa grelha discreta, contida numa caixa onde se aplica condições-fronteira apropriadas (por exemplo, onde o

### 2.5.2 Outros Métodos de Análise Modal

campo eléctrico é nulo). Em termos da equação de onda, isso corresponde a substituir as diferenciais por diferenças entre pontos vizinhos, em cada ponto em que o campo é definido. Obtém-se, então, uma equação matricial de valores próprios:

$$A\vec{E} = \beta\vec{E} \tag{2.37}$$

cujas soluções (obtidas numericamente) descrevem os modos suportados pelo guia e as respectivas constantes de propagação.

# 2.6 Modos Locais em Guias de Onda Não-Uniformes segundo z [5]

Considerou-se, anteriormente guias de onda não-homogéneos com geometria cilíndrica uniforme, isto é, estruturas nas quais a permitividade eléctrica é independente da coordenada espacial z,  $\varepsilon = \varepsilon(x, y)$ , em que as características modais dos guias não dependem da coordenada espacial z.

Considerem-se, agora, estruturas não-uniformes longitudinalmente (segundo z), figura 2.6. A não-uniformidade da estrutura pode ser devida a variações de índice de refracção ou da forma geométrica, e é caracterizada pelo índice de refracção n(x, y, z). Em geral, é difícil fazer uma análise rigorosa de estruturas variantes ao longo da direcção de propagação; pode recorrer-se, no entanto, ao conceito de modo local normal.

Os modos locais normais são os modos normais (ideais) de uma estrutura uniforme, definida em cada ponto ao longo da direcção z, entendida como direcção de propagação.



Figura 2.6: Representação esquemática de um guia de onda planar não uniforme ao longo da direcção de propagação, caracterizado pela permitividade eléctrica  $\mathcal{E} = \mathcal{E}(x, z)$ .

As soluções das equações de Maxwell no sistema de coordenadas ortogonal (x,y,z), para meios não-homogéneos com geometria arbitrária, isto é, meios nos quais a permitividade eléctrica é  $\varepsilon = \varepsilon(x, y, z)$ , são agora obtidas para cada secção ao longo do eixo z:

#### 2.6 Modos Locais em Guias de Onda Não-Uniformes segundo z

$$\left[\vec{E}_{v}(x,y;z) = \vec{\mathsf{E}}_{v}(x,y;z) \cdot \exp[i(\omega t - \beta_{v}(z) \cdot z)]\right]$$
(2.38)

$$\left[\vec{H}_{v}(x,y;z) = \vec{H}_{v}(x,y;z) \cdot \exp[i(\omega t - \beta_{v}(z) \cdot z)]\right]$$
(2.39)

As distribuições de campo  $\vec{E}_{v}$  e  $\vec{H}_{v}$  representam as amplitudes dos modos próprios na secção z da estrutura, caracterizada por  $\varepsilon = \varepsilon(x, y; z)$ ; o índice v identifica o modo. Os valores possíveis da constante de propagação,  $\beta_{v}(z)$ , são impostos pelas condições fronteira do problema na secção z respectiva.

Os modos locais normais não são soluções das equações de Maxwell de estruturas variantes segundo z; são as soluções modais do guia uniforme local com as características da estrutura na secção z. A coordenada z aparece como parâmetro nas expressões modais e nas equações de valores próprios. Os modos locais normais satisfazem as condições-fronteira nas interfaces núcleo substrato/superestrato do guia não-uniforme, e são mutuamente ortogonais em cada secção z. As componentes transversais dos modos normais locais (guiados e de radiação) da estrutura, na secção z, formam um conjunto completo de funções ortogonais.

A evolução das componentes transversais de uma distribuição de campo arbitrária, numa estrutura caracterizada por  $\varepsilon = \varepsilon(x, y; z)$ , pode ser obtida por uma expansão da forma:

$$\begin{bmatrix} \vec{E}_{t}(x,y,z) = \sum_{v} a_{v}(z) \vec{E}_{v}(x,y;z) \cdot \exp\left(-i \int_{z_{i}}^{z_{f}} \beta_{v}(z) dz\right) \\ \vec{H}_{t}(x,y,z) = \sum_{v} b_{v}(z) \vec{H}_{v}(x,y;z) \cdot \exp\left(-i \int_{z_{i}}^{z_{f}} \beta_{v}(z) dz\right) \end{aligned}$$
(2.40)  
(2.41)

onde *t* indica componente transversal e  $\sum_{\upsilon}$  representa a soma quando  $\upsilon$  se refere a modos guiados e a integração quando  $\upsilon$  se refere a modos de radiação. Deverá ter-se em atenção que a expansão das componentes longitudinais do campo não é tão simples [5].

# 2.7 Técnica BPM

Soluções analíticas para o problema da propagação de campos electromagnéticos em estruturas de guias de onda só são conhecidas em casos de grande simplicidade, e geralmente pouco úteis; a

maioria dos métodos usados só permite a obtenção de soluções numéricas. A técnica BPM ("Beam Propagation Method") permite obter soluções numéricas aproximadas para o problema da propagação de ondas em estruturas de grande complexidade.

A ideia principal utilizada na técnica BPM básica é a de uma onda, na sua propagação, estar sujeita a duas influências principais: devido à sua natureza, está sujeita a difracção; e porque se propaga num meio não-homogéneo, partes da frente de onda, movendo-se de um dado plano z para o plano vizinho  $z + \Delta z$ , experimentam diferentes variações de fase, que dependem da sua posição no plano xy, de acordo com a distribuição transversal do índice de refracção. Embora estas influências actuem continuamente na onda, podem ser aplicadas alternadamente, desde de que se divida o percurso ao longo do caminho óptico da onda em segmentos curtos, de comprimento  $\Delta z$ . Isto é, o meio contínuo é conceptualmente substituído por uma sequência de correctores de fase, separados por secções curtas de meio homogéneo.

A técnica BPM tem sido implementada em muitas versões diferentes [12]. Em geral, as implementações apresentam duas importantes limitações: (i) só tratam ondas a propagar-se no sentido +z, isto é, desprezam todas as ondas reflectidas; (ii) não podem ser usadas em estruturas com variações abruptas de *n* ao longo de *z*, e com perfis de índice com alto contraste em situações não-paraxiais.

A aplicação do algoritmo BPM básico [13] está limitada a soluções da equação de onda escalar paraxial, o que significa que se ajusta à análise de estruturas com confinamento fraco onde a polarização das ondas pode ser desprezada.

A propagação óptica monocromática numa estrutura caracterizada pela distribuição de índice n(x, y, z) é tratada, genericamente, pela equação de Helmoltz:

$$\nabla^{2} \vec{E} + n^{2} (x, y, z) k_{o}^{2} \vec{E} = 0$$

$$\nabla^{2} \Psi + k_{o}^{2} n^{2} (x, y, z) \Psi = 0$$
(2.42)

onde  $\Psi$  descreve a onda caracterizada pela constante de propagação no espaço livre  $k_o = \omega \sqrt{\varepsilon_o \mu_o}$ , num meio com a distribuição de índice de refracção n(x, y, z). A grandeza  $\Psi(x, y, z)$  representa um campo rapidamente variável, com uma envolvente,  $\psi(x, y, z)$ , que varia lentamente:  $\Psi = \psi \exp(-in_r k_o \cdot z)$ , onde  $n_r$  representa o índice de refracção de referência.

# 2.7 Técnica BPM

Substituindo  $\Psi$  em (2.42) e fazendo uso da aproximação "Slowly Varying Envelope Approximation" (SVEA:  $\left| \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \right| << 2n_r k_o \frac{\partial \Psi}{\partial z}$ ), obtém-se a equação de onda na aproximação paraxial (equação de onda escalar de Fresnel):

$$\nabla_t^2 \psi + (n^2 - n_r^2) k_o^2 \psi = i \cdot 2n_r k_o \frac{\partial \psi}{\partial z}$$
(2.43)

Esta equação só é aplicável a ondas que se propagam, essencialmente, paralelas ao eixo z.

Assume-se que o meio entre os correctores de fase apresenta um índice de refracção  $n_r$ , que é em geral o valor médio da distribuição de índice de refracção n(x, y, z) entre dois planos adjacentes, ou um valor de referência. A designação "correctores de fase" incorpora aqui todas as propriedades do meio caracterizado pela distribuição de índice n(x, y, z).

A propagação livre, no meio homogéneo com índice de refracção  $n_r$ , é realizada, na versão BPM-FFT [13], do seguinte modo, figura 2.7:



Figura 2.7: Representação esquemática da implementação do algoritmo BPM-FFt.

o campo em cada plano  $z_j^+ = z_o + j\Delta z$ ,  $E(x, y, z_j^+)$ , é representado pelo seu espectro de ondas planas  $\tilde{E}(k_x, k_y, z_j^+)$ , obtido por transformação de Fourier 2D (usando um algoritmo FFT - Fast Fourier Transform), em que  $k_x$  e  $k_y$  representam as frequências espaciais da distribuição do campo eléctrico segundo as direcções x e y, respectivamente. A propagação do campo, numa

#### 2.7 Técnica BPM

distância  $\Delta z$ , corresponde à multiplicação de  $\tilde{E}(k_x, k_y, z_j^+)$  pelo factor de fase  $exp(-in_r k_o \Delta z)$ ; o espectro de ondas planas do campo em  $z_{j+1}^- = z_o + (j+1)\Delta z$ ,  $\tilde{E}(k_x, k_y, z_{j+1}^-)$ , é:

$$\tilde{E}(k_x, k_y, z_{j+1}^-) = \tilde{E}(k_x, k_y, z_j^+) \cdot exp(-in_r k_o \Delta z)$$
(2.44)

O "efeito de lente", que corresponde às alterações de fase impostas pelo meio não-homogéneo, é implementado multiplicando o campo  $E(x, y, z_{j+1}^-)$  no plano  $z_{j+1}^- = z_o + (j+1)\Delta z$ , obtido por transformação inversa de Fourier de  $\tilde{E}(k_x, k_y, z_{j+1}^-)$ , pela função de correcção de fase  $exp \{-i\Delta n(x, y, z)k_o\Delta z\}$ :

$$E(x, y, z_{j+1}^{+}) = E(x, y, \overline{z_{j+1}}) \cdot exp(-in_r k_o \Delta z)$$
(2.45)

Este algoritmo, por razões de eficiência computacional, é geralmente implementado, na prática, numa versão 2D, recorrendo-se ao método dos índices efectivos (ou outro equivalente apropriado) para obter um perfil de índice unidimensional  $n_{ef}(x)$  representativo da distribuição n(x, y; z = constante) de cada secção da estrutura. O algoritmo BPM-FFT (2D) foi implementado em FORTRAN 77 [14]. A figura 2.8 mostra resultados ilustrativos da sua aplicação.

Figura 2.8: Intensidade (u.a.) ao longo de um divisor 1x8 para o comprimento de onda  $\lambda_1 = 1.30 \ \mu m. [14]$ 

# 2.8 Bibliografia

- [1] J. Gowar, "Optical Communication Systems", 2<sup>a</sup> ed., *Prentice Hall*, London (1993)
- [2] K. Sasayama, M. Okuno, K. Hahara, "Coherent Optical Transversal Filter Using Silica-Based Waveguides for High-Speed Signal Processing", J. Lightwave Technol. LT-9, 1225 (1991)
- [3] J. Dakin, B. Culshaw (editors), "Optial Fiber Sensors: Principles and Components", *Artech House*, London (1988)
- [4] A.W. Snyder, J.D. Love, "Optical Waveguide Theory", *Chapman and Hall*, London (1983)
- [5] D. Marcuse, "Theory of Dielectric Optical Waveguides", 2<sup>a</sup> ed., Academic Press, London (1991)
- [6] E.L. Wooten, W.S.C. Chang, "Test Structures for Characterization of Electrooptic Waveguide Modulators in Lithium Niobate", J. Quantum Electron. QE-29, 161 (1993)
- [7] M.J. Adams, "An Introduction to Optical Waveguides", John Wiley & Sons, New York (1981)
- [8] E.A.J. Marcatili, "Dielectric Rectangular Waveguide and Directional Coupler for Integrated Optics", *Bell Syst. Tech. J.* 48, 2071 (1969)
- [9] K.S. Chiang, "Review of Numerical and Approximate Methods for the Modal Analysis of General Optical Dielectric Waveguides", *Opt. Quantum Electron.* 26, S113 (1994)
- [10] K.V. De Velde, H. Thienpont, R. Van Geen, "Extending the Effective Index Method for Arbitrarily Shaped Inhomogeneous Optical Waveguides", J. Lightwave Technol. LT-6, 1153 (1988).
- [11] M.A. Andrade, "Modelização Computacional de Dispositivos Ópticos Integrados", Dissertação de Mestrado, *FCUP* (1995)
- [12] D. Yevick, "A Guide to Electric Field Propagation Techniques for Guide-Wave Optics", Opt. Quantum Electron. QE-26, S185 (1994)
- [13] P. Lagasse, R. Baets, "Application of Propagation Beam Methods to Electromagnetic and Acoustic Wave Propagation Problems: A Review", *Radio Science* 22, 1225 (1987)
- [14] J. Carvalho, J.L. Figueiredo, Relatório do projecto JNICT/PMCT/C/TIT/416/90

# 3 Teoria de Acoplamento de Modos Aplicada a Sistemas de Ondas Guiadas

Neste capítulo discute-se as teorias de acoplamento de modos baseadas quer nos modos normais de estruturas uniformes ao longo da direcção de propagação, quer nos modos locais normais de estruturas variantes ao longo da direcção de propagação. Estas teorias serão úteis, em capítulos seguintes, na análise de acopladores direccionais, bem como na análise de guias de onda com redes de difracção.

## 3.1 Métodos de Análise da Propagação de Ondas em Estruturas Variantes segundo z

As distribuições de campo, dos modos guiados de uma estrutura dieléctrica arbitrária uniforme ao longo da direcção z, propagam-se ao longo do guia sem sofrerem alteração de forma. Em geral, qualquer variação na estrutura ao longo da direcção de propagação (por exemplo, variação geométrica, variação de índice, existência de impurezas) produz transferência de energia entre modos [1]. Deverá notar-se que as estruturas dieléctricas usadas na propagação óptica são sempre estruturas multímodo: mesmo que só exista um modo guiado, há sempre um espectro contínuo de modos de radiação.

O acoplamento de modos num guia de onda multímodo provoca a distorção do sinal transmitido (cada modo propaga-se com uma velocidade de grupo característica) e é, portanto, indesejável em princípio. A transferência de potência dos modos guiados para os modos de radiação provoca perdas por radiação do sinal do núcleo para o revestimento.

Basicamente, há dois métodos de análise da propagação de ondas em estruturas não-ideais (perturbadas) [2]: (1) descrição através da determinação exacta dos modos normais da estrutura usando as equações de Maxwell; (2) descrição da propagação das ondas através da consideração de acoplamento entre os modos normais da estrutura não-perturbada.

O método (1) dá a descrição correcta da propagação em estruturas perturbadas, sendo os campos na estrutura expandidos em modos que satisfazem as condições-fronteira individualmente; mas, em geral, as estruturas apresentam condições-fronteira muito complicadas, não sendo possível conhecer de forma exacta os seus modos normais.

#### 3.1 Métodos de Análise da Propagação de Ondas em Estruturas Variantes Segundo z

A descrição através da consideração de acoplamento entre modos (2) dá soluções aproximadas, obtidas de forma simples e directa. Permite uma compreensão qualitativa dos fenómenos essenciais e as suas soluções aproximadas são, em geral, boas. A teoria de acoplamento de modos permite preservar o conceito de modo em situações em que os modos exactos da estrutura não são conhecidos, devido a condições-fronteira complicadas, mas onde o conceito de modo para subsistemas dessa estrutura permanece fisicamente intuitivo. Isto é conseguido expandindo o campo de um sistema complicado em termos de um conjunto completo de modos normais conhecidos para subsistemas simples. Estes modos não satisfazem individualmente as condições-fronteira do sistema complicado e, portanto, sofrem acoplamento. Os coeficientes modais não são obtidos directamente das propriedades de ortogonalidade, mas são obtidos resolvendo um conjunto de equações diferenciais acopladas de primeira ordem.

A descrição do acoplamento entre modos não é única [3]. As diferentes possibilidades resultam das diversas formas de descrever o campo electromagnético na estrutura. Analisa-se, em detalhe, duas das aproximações mais comuns. Por simplicidade, considera-se uma estrutura 2D. Discute-se, a título de exemplo, um guia de onda planar com a largura do núcleo variável (guia perturbado, definido pelas linhas a cheio, figura 3.1):



Figura 3.1: Guia dieléctrico constituído por duas secções uniformes de larguras diferentes e por um guia intermédio de largura variável, que permite ligar as duas secções de largura constante ("taper").

O campo electromagnético no guia perturbado pode ser expandido em termos dos modos normais de um guia ideal (guia médio definido pelas linhas a tracejado) - modos normais ideais - com os coeficientes da expansão dependentes de z. Há, contudo, uma outra maneira de expandir o campo electromagnético. A expansão do campo, num ponto arbitrário z, pode ser feita em termos dos modos normais de um guia hipotético, com as mesmas características do guia real na posição z - modos locais normais. Agora, para além dos coeficientes da expansão, também as funções modais são função de z.

#### 3.1 Métodos de Análise da Propagação de Ondas em Estruturas Variantes Segundo z

A expansão em modos ideais normais é particularmente útil para guias de onda com geometria uniforme, mas que apresentam variações de índice de refracção. A expansão em modos locais normais é útil para descrever guias de onda com geometrias não-uniformes: quando se descreve a propagação do campo num guia com geometria variável na direcção de propagação (por exemplo, o guia da figura 3.1) usando a expansão em modos normais ideais, os coeficientes da expansão só são iguais a zero quando o guia ideal coincide com o guia real. Isto significa que os modos normais ideais permanecem acoplados em toda a extensão em que o guia se diferencia do guia ideal. Quando a descrição é feita usando a expansão em modos normais locais, os coeficientes de acoplamento só são diferentes de zero enquanto a geometria do guia variar.

# 3.2 Teoria de Acoplamento de Modos Baseada em Modos Ideais [3]

Consideram-se unicamente campos harmónicos no tempo propagando-se na direcção espacial z.

O campo electromagnético, num guia de onda qualquer, pode ser expandido em termos dos modos normais de um guia ideal ("guia médio"), com os coeficientes da expansão dependentes de z. Pretende-se determinar as soluções  $\vec{E} \in \vec{H}$  das equações de Maxwell para uma distribuição arbitrária de índice de refracção n = n(x,y,z). É possível expressar as componentes longitudinais  $\vec{E}_z \in \vec{H}_z$  em termos das componentes transversais  $\vec{E}_t \in \vec{H}_t$ . Decompondo o operador  $\nabla$  nas suas componentes transversal  $\nabla_t$  e longitudinal  $\vec{e}_z \frac{\partial}{\partial z}$ , obtém-se:

$$\left| \vec{E}_{z} = \left( \frac{1}{i \omega \varepsilon_{0} n^{2}} \right) \nabla_{t} \times \vec{H}_{t}$$
(3.1)

$$\left[\vec{H}_{z} = -\left(\frac{1}{i\omega\mu_{0}}\right)\nabla_{t} \times \vec{E}_{t}\right]$$
(3.2)

Eliminando as componentes longitudinais dos campos nas equações de Maxwell, tem-se:

$$\left[-\left(\frac{1}{i\omega\mu_0}\right)\nabla_t \times (\nabla_t \times \vec{E}_t) + \left(\vec{e}_z \times \frac{\partial \vec{H}_t}{\partial z}\right) = i\omega\varepsilon_0 n^2 \vec{E}_t$$
(3.3)

$$\left[\left(\frac{1}{i\omega\varepsilon_{0}}\right)\nabla_{t}\times\left[\left(\frac{1}{n^{2}}\right)\nabla_{t}\times\vec{H}_{t}\right]+\left(\vec{e}_{z}\times\frac{\vec{\partial}\vec{E}_{t}}{\vec{\partial}z}\right)=-i\omega\mu_{0}\vec{H}_{t}$$
(3.4)

#### 3.2 Teoria de Acoplamento de Modos Baseada em Modos Ideais

Estas equações são gerais e verificam-se para qualquer meio não-magnético com uma distribuição de índice de refracção arbitrária. Em particular, aplicam-se aos modos normais de um guia invariante segundo z, definido pela distribuição de índice  $n_0 = n_0(x, y)$ . Sejam  $\vec{E}_{\upsilon}(x, y)$  e  $\vec{H}_{\upsilon}(x, y)$  as amplitudes dos campos eléctrico e magnético, respectivamente, do modo  $\upsilon$ . O campo eléctrico associado aos modos  $\pm \upsilon$  é, em notação complexa, dado por  $\vec{E}_{\pm\upsilon}(x,y,z;t) = \vec{E}_{\pm\upsilon}(x,y) \cdot exp[i(\omega \cdot t \mp \beta_{\pm\upsilon} \cdot z)]$ . Os modos do guia ideal satisfazem as equações (3.3) e (3.4) com *n* substituído por  $n_0$ :

$$\left| -\left(\frac{1}{i\omega\mu_0}\right)\nabla_t \times \left(\nabla_t \times \vec{\mathsf{E}}_{\upsilon_t}\right) - i\beta_{\upsilon}(\vec{e}_z \times \vec{\mathsf{H}}_{\upsilon_t}) = i\omega\varepsilon_0 n^2 \vec{\mathsf{E}}_{\upsilon_t}$$
(3.5)

$$\left[\left(\frac{1}{i\omega\varepsilon_{0}}\right)\nabla_{t}\times\left[\left(\frac{1}{n_{0}^{2}}\right)\nabla_{t}\times\vec{\mathsf{H}}_{\upsilon_{t}}\right]-i\beta_{\upsilon}(\vec{e}_{z}\times\vec{\mathsf{E}}_{\upsilon_{t}})=-i\omega\mu_{0}\vec{\mathsf{H}}_{\upsilon_{t}}$$
(3.6)

Nas equações (3.5) e (3.6) e nas seguintes omite-se o factor  $exp[i(\omega \cdot t \mp \beta_{\pm \upsilon} \cdot z)]$ , de forma a simplificar a escrita das equações. As componentes transversais de  $\vec{E}_{\upsilon}$  e  $\vec{H}_{\upsilon}$  obedecem à relação de ortogonalidade para meios sem perdas. As componentes longitudinais,  $\vec{E}_{\upsilon z}(x,y)$  e  $\vec{H}_{\upsilon z}(x,y)$ , obtêm-se das transversais por derivação.

As componentes transversais do campo electromagnético, numa estrutura com uma distribuição arbitrária de índice de refracção n = n(x,y,z), podem exprimir-se em termos das componentes transversais dos campos dos modos normais da estrutura ideal invariante segundo z:

$$\begin{bmatrix} \vec{E}_t(x, y, z) = \sum_{v} a_v(z) \cdot \vec{\mathsf{E}}_{vt}(x, y) \tag{3.7}$$

$$\begin{bmatrix} \vec{H}_t(x, y, z) = \sum_{\nu} b_{\nu}(z) \cdot \vec{H}_{\nu t}(x, y) \tag{3.8}$$

onde  $\sum_{\nu}$  representa a sobreposição de todos os modos suportados pelo guia (guiados e de radiacão).

Por condições de simetria e devido à linearidade das equações de Maxwell, os coeficientes de amplitude  $a_v e b_v$  para os campos magnético e eléctrico do mesmo modo são iguais, isto é, as componentes do campo de um modo variam da mesma forma (de outra maneira o modo perderia a sua identidade). Contudo, como as componentes do campo magnético de ondas que se

#### 3.2 Teoria de Acoplamento de Modos Baseada em Modos Ideais

propagam na mesma direcção, mas em sentidos contrários, são simétricas, é conveniente usar coeficientes diferentes para o campo eléctrico e para o campo magnético.

Assumindo que todas as distribuições de índice são contínuas, podendo, contudo, apresentar variações espaciais muito rápidas, pode-se trocar a ordem da soma (ou integração) com a da diferenciação; caso contrário, a expansão em série exprime componentes do campo descontínuas. Substituindo as expressões do campo (3.7) e (3.8) nas equações diferenciais (3.3) e (3.4), e lembrando que estas também se aplicam aos campos modais, obtém-se:

$$\left[\sum_{\upsilon}\left\{\left[\left(\frac{db_{\upsilon}}{dz}\right)+i\beta_{\upsilon}a_{\upsilon}\right](\vec{e}_{z}\times\vec{H}_{\upsilon})-i\omega\varepsilon_{0}(n^{2}-n_{0}^{2})a_{\upsilon}\vec{\mathsf{E}}_{\upsilon}\right]=0$$
(3.9)

$$\left[\sum_{\nu}\left\{\left[\left(\frac{da_{\nu}}{dz}\right)+i\beta_{\nu}b_{\nu}\right]\left(\vec{e}_{z}\times\vec{\mathsf{E}}_{\nu}\right)+\left(\frac{1}{i\omega\varepsilon_{0}}\right)b_{\nu}\cdot\nabla_{t}\times\left[\left(n^{-2}-n_{0}^{-2}\right)\left(\nabla_{t}\times\vec{\mathsf{H}}_{\nu}\right)\right]\right\}=0$$
(3.10)

Tomando o produto escalar da equação (3.9) com  $\vec{E}_{\mu t}^*$  e da equação (3.10) com  $\vec{H}_{\mu t}^*$ , e integrando ao longo de uma secção transversal infinita, obtém-se, com a ajuda da relação de ortogonalidade (2.14):

$$\left(\frac{da_{\mu}}{dz}\right) + i\beta_{\mu}b_{\mu} = 2\sum_{\nu}K_{\mu\nu}^{z}b_{\nu}$$
(3.11)

$$\left[\left(\frac{db_{\mu}}{dz}\right) + i\beta_{\mu}a_{\mu} = 2\sum_{\nu}K_{\mu\nu}^{t}a_{\nu}$$
(3.12)

A expansão do campo em termos dos modos ideais produz dois conjuntos infinitos de equações integro-diferenciais acopladas (o somatório indica soma e integração) para os coeficientes de amplitude  $a_{\mu}$  e  $b_{\mu}$ .  $K_{\mu\nu}^{t}$  e  $K_{\mu\nu}^{z}$  são os coeficientes de acoplamento, dados por:

$$K_{\mu\nu}^{t} = \frac{\omega\varepsilon_{0}}{4iP} \left(\frac{|\beta_{\mu}|}{\beta_{\mu}^{*}}\right) \int_{-\infty}^{+\infty} (n^{2} - n_{0}^{2}) \vec{\mathsf{E}}_{\mu t}^{*} \cdot \vec{\mathsf{E}}_{\nu t} dxdy$$
(3.13)

$$\begin{bmatrix} K_{\mu\nu}^{z} = \frac{\omega\varepsilon_{0}}{4iP} \left(\frac{|\beta_{\mu}|}{\beta_{\mu}^{*}}\right) \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{n_{0}^{2}}{n^{2}}\right) \left(n^{2} - n_{0}^{2}\right) \vec{\mathsf{E}}_{\mu\varepsilon}^{*} \cdot \vec{\mathsf{E}}_{\nu\varepsilon} dxdy$$

$$(3.14)$$

#### 3.2 Teoria de Acoplamento de Modos Baseada em Modos Ideais

As equações (3.11) e (3.12), na ausência de acoplamento, têm duas soluções cada: uma solução  $(a_{\mu}^{+}, b_{\mu}^{+})$  que representa uma onda a propagar-se no sentido +z, e a outra solução  $(a_{\mu}^{-}, b_{\mu}^{-})$  que representa uma onda propagando-se no sentido -z. Assumindo soluções gerais da forma:

$$\begin{bmatrix} a_{\mu} = a_{\mu}^{+} + a_{\mu}^{-} = a_{\mu}^{+} + a_{\mu}^{-} \end{bmatrix}$$
(3.15)

$$b_{\mu} = b_{\mu}^{+} + b_{\mu}^{-} = a_{\mu}^{+} - a_{\mu}^{-}$$
(3.16)

tendo em conta as características associadas aos campos propagando-se nos sentidos +z e -z:

$$\left[\beta_{\mu}^{-} = -\beta_{\mu}^{+} = -\beta_{\mu}\right] \tag{3.17}$$

$$\vec{\mathsf{E}}_{\mu}^{-} = \vec{\mathsf{E}}_{\mu}^{+} = \vec{\mathsf{E}}_{\mu}$$
(3.18)

$$\begin{bmatrix} \vec{\mathsf{E}}_{\mu z}^{-} = -\vec{\mathsf{E}}_{\mu z}^{+} = -\vec{\mathsf{E}}_{\mu z} \tag{3.19}$$

e separando a variação em z dos coeficientes de amplitude  $a_{\mu}$  e  $b_{\mu}$  nas suas partes lenta e rápida:

$$\left[a_{\mu}^{+}=c_{\nu}^{+}(z)\exp\left(-i\beta_{\mu}z\right)\right]$$
(3.20)

$$\left\lfloor a_{\mu}^{-} = c_{\nu}^{-}(z) \exp\left(+i\beta_{\mu}z\right)$$
(3.21)

obtém-se o sistema de equações acopladas

\_

$$\frac{dc_{\mu}^{+}}{dz} = \sum_{\nu} K_{\mu\nu}^{++} c_{\nu}^{+} \exp[i(\beta_{\mu} - \beta_{\nu})z] + \sum_{\nu} K_{\mu\nu}^{+-} c_{\nu}^{-} \exp[i(\beta_{\mu} + \beta_{\nu})z]$$
(3.22)

$$\left[\frac{dc_{\mu}^{-}}{dz} = \sum_{v} K_{\mu v}^{-+} c_{v}^{+} \exp\left[-i\left(\beta_{\mu} + \beta_{v}\right)z\right] + \sum_{v} K_{\mu v}^{--} c_{v}^{-} \exp\left[-i\left(\beta_{\mu} - \beta_{v}\right)z\right]$$
(3.23)

com os coeficientes de acoplamento,  $K_{\mu\nu}^{pq} = pK_{\mu\nu}^t + qK_{\mu\nu}^z$   $(p,q \equiv \pm \text{ como índice } p,q = \pm 1 \text{ como factor}):$ 

$$K_{\mu\nu}^{pq} = \frac{\omega\varepsilon_0}{4iP} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(n^2 - n_0^2 \right) \left( \frac{|\beta_{\mu}|}{\beta_{\mu}^p} \right) \vec{E}_{\nu} (x, y)_{\mu t}^{p^*} \cdot \vec{E}_{\nu t}^{q} + \left( \frac{n_0^2}{n^2} \right) \left( \frac{|\beta_{\mu}|}{\beta_{\mu}^p} \right) \vec{E}_{\mu z} \cdot \vec{E}_{\nu z}^{q} dx dy$$
(3.24)

Existem expressões analíticas para  $K_{\mu\nu}^{pq}$  em casos simples, como guias planares uniformes.

As fronteiras do núcleo do guia real usualmente não coincidem com as fronteiras do núcleo do guia ideal. As características de continuidade/descontinuidade das componentes dos campos dos modos ideais não são as mesmas que as componentes do campo no guia real. Isto é, as componentes do campo eléctrico dos campos modais e do campo real tangentes às fronteiras não são contínuas, e as componentes dos campos modais e do campo real normais às fronteiras não são descontínuas, nos mesmos pontos. Portanto, as condições fronteira não são verificadas usando a expansão em modos ideais, quando a geometria do guia varia [4].

# 3.3 Teoria de Acoplamento de Modos Baseada em Modos Locais [3]

Já se referiu, na introdução, que o campo num guia de onda variante segundo a direcção de propagação, num dado ponto z, pode ser expresso numa expansão em série em termos dos modos pertencentes a um guia fictício que coincide localmente com o guia onde a expansão está a ser considerada. Significa que, em vez de  $n_o = n_o(x, y)$ , deve-se usar  $n_o = n(x, y, z)$  nas equações (3.5) e (3.6). Dado que não há derivadas em ordem a z nas equações modais (3.5) e (3.6), z aparece como parâmetro nas soluções  $\vec{E}_{vt}(x,y;z)$  e  $\vec{H}_{vt}(x,y;z)$ .  $\vec{E}_v(x,y;z)$  e  $\vec{H}_v(x,y;z)$  são as amplitudes dos modos no ponto z, sendo a constante de propagação dos modos função de z,  $\beta_v(z)$ .

As amplitudes dos modos locais normais de um guia,  $E_{vt}(x,y;z)$  e H  $_{vt}(x,y;z)$ , num dado plano z, têm a mesma forma matemática que os modos normais de um guia invariante com as mesmas características do guia nesse plano z. Contudo, as características do guia de onda que aparecem implicitamente nas expressões do campo são agora dependentes de z. Os modos locais são ortogonais entre si, em cada secção transversal z ao longo do guia, embora dependentes do parâmetro z. Formam, também, um conjunto completo. Não são, contudo, soluções das equações de Maxwell, pois os seus parâmetros dependem de z. As soluções das equações de Maxwell, para uma estrutura arbitrária com distribuição de índice n(x, y, z), são obtidas por sobreposição dos modos locais normais:

$$\begin{bmatrix} \vec{E}_t(x, y, z) = \sum_{\nu} a_{\nu}(z) \vec{\mathsf{E}}_{\nu t}(x, y; z) \tag{3.25}$$

$$\begin{bmatrix} \vec{H}_{t}(x, y, z) = \sum_{\nu}^{\nu} b_{\nu}(z) \vec{H}_{\nu t}(x, y; z) \end{bmatrix}$$
(3.26)

#### 3.3 Teoria de Acoplamento de Modos Baseada em Modos Locais

Deve ter-se sempre presente que, para uma distribuição de índice de refracção  $n_0 = n(x, y, z)$ , os modos locais são função da coordenada espacial z, ao contrário dos modos ideais.

Procedendo da mesma forma que para os modos ideais, e tendo em atenção que a constante de propagação  $\beta_{\mu}$  é função de z, obtém-se:

$$\left[ \left( \frac{da_{\mu}}{dz} \right) + i\beta_{\mu}b_{\mu} = 2\sum_{\nu}S_{\mu\nu}a_{\nu}$$
(3.27)

$$\left[ \left( \frac{db_{\mu}}{dz} \right) + i\beta_{\mu}a_{\mu} = 2\sum_{\nu}R_{\mu\nu}b_{\nu}$$
(3.28)

com  $R_{\mu\nu}$  e  $S_{\mu\nu}$  dados por:

$$\left[R_{\mu\nu} = -\frac{1}{4S_{\mu}P} \frac{|\beta_{\mu}|}{\beta_{\mu}} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\vec{\mathsf{E}}_{\mu}^{*} \times \frac{\vec{\partial}\vec{\mathsf{H}}_{\nu}}{\partial z}\right) dx dy$$
(3.29)

$$\left[S_{\mu\nu} = -\frac{1}{4S_{\mu}P} \frac{|\beta_{\mu}|}{\beta_{\mu}} \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{e}_{z} \cdot \left(\frac{\vec{e}\vec{E}_{\nu}}{\partial z} \times \vec{H}_{\mu}^{*}\right) dxdy$$
(3.30)

Separando a variação em z dos coeficientes de amplitude,  $a_{\mu} e b_{\mu}$ , nas suas partes lenta e rápida, as equações acopladas dos modos normais locais, após algumas manipulações, tomam a forma:

$$\left[\frac{dc_{\mu}^{+}}{dz} = \sum_{v} K_{\mu v}^{++} c_{v}^{+} \exp\left[i\int_{0}^{z} (\beta_{\mu} - \beta_{v}) dz\right] + \sum_{v} K_{\mu v}^{+-} c_{v}^{-} \exp\left[i\int_{0}^{z} (\beta_{\mu} + \beta_{v}) dz\right]$$
(3.31)

$$\frac{dc_{\mu}^{-}}{dz} = \sum_{\nu} K_{\mu\nu}^{-+} c_{\nu}^{+} \exp\left[-i\int_{0}^{z} (\beta_{\mu} + \beta_{\nu}) dz\right] + \sum_{\nu} K_{\mu\nu}^{--} c_{\nu}^{-} \exp\left[-i\int_{0}^{z} (\beta_{\mu} - \beta_{\nu}) dz\right]$$
(3.32)

com coeficientes de acoplamento  $K_{\mu\nu}^{pq} = pqR_{\mu\nu} + S_{\mu\nu}$  ( $p,q \equiv \pm$  como índice e  $p,q = \pm 1$  como factor):

$$K^{pq}_{\mu\nu} = \frac{p\omega\varepsilon_0}{4P(\beta^p_{\mu} - \beta^q_{\nu})} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial n^2}{\partial z} \vec{E}^{p*}_{\nu} \cdot \vec{E}^q_{\nu} dxdy$$
(3.33)

onde  $\sum_{\nu}$  indica soma sobre os modos guiados e integração sobre os modos de radiação. Esta expressão dos coeficientes de acoplamento só é válida para modos com valores de  $\beta$  reais, não

sendo válida para modos de radiação evanescentes, e aplica-se só a termos não-diagonais ( $\mu \neq \upsilon$  ou  $\mu = \upsilon e p \neq q$ ).

As fronteiras do guia local coincidem sempre com as fronteiras do guia real. As características de continuidade/descontinuidade das componentes dos campos dos modos normais locais são as mesmas que as componentes dos campos no guia real. As condições-fronteira são verificadas usando a expansão em modos normais locais, assumindo fronteiras com declives pequenos, ao contrário do que acontece com a expansão em modos normais ideais [4].

Esta situação leva a que os coeficientes de acoplamento na expansão em modos ideais sejam diferentes dos obtidos pela expansão em modos locais normais, mesmo para pequenos desvios das fronteiras do núcleo da sua forma ideal. A diferença entre as duas expansões e os seus coeficientes de acoplamento diminui para valores decrescentes da diferença de índice de refracção entre o núcleo e o revestimento [4].

# 3.4 Análise das Equações Acopladas

As teorias de acoplamento de modos apresentadas permitem descrever, em princípio, as consequências de qualquer tipo de perturbação no guia de onda (tendo-se em atenção que a equação obtida a partir da expansão em modos normais locais está limitada ao acoplamento entre modos com constantes de propagação reais, excluindo, portanto, os modos de radiação evanescentes). O número de modos excitados pelo campo incidente, devido ao desvio na geometria ideal ou na distribuição de índice, pode ser elevado, sendo necessário resolver um sistema com um elevado número de equações acopladas, e tornando muitas vezes o problema intratável. No entanto, na maioria das situações com interesse prático (pequenas perturbações e perturbações quase-periódicas), apenas alguns desses modos são relevantes, conforme se discute a seguir.

Considere-se um guia de onda plana com pequenas irregularidades nas fronteiras, figura 3.2.

### 3.4 Análise das Equações Acopladas



Figura 3.2: Guia planar com fronteiras irregulares.

Os modos deste guia são, aproximadamente, os modos do guia uniforme. As equações (3.22, 3.23) e (3.30, 3.31) representam um sistema de equações complicado, pois  $\mu$  e  $\nu$ estendem-se sobre todos os modos (discretos e contínuos).

Analisa-se o caso particular de acoplamento entre dois modos quando  $K^{pq}_{\mu\nu}$  é independente de z. Considere-se o acoplamento num sistema que suporta só dois modos guiados,  $\mu$  e v. Mostra-se que, para meios sem perda e no caso em que  $K_{\mu\nu}^{pq}$  é independente de z, a potência  $\left|a_{\mu}^{p}(z)\right|^{2}$  dos dois modos, assumindo  $a_{\mu}^{p}(0) = 1$  e  $a_{\nu}^{q}(0) = 0$ , é dada por [5]:

$$\left[\left|a_{\mu}^{p}(z)\right|^{2} = 1 - \left|a_{\nu}^{q}(z)\right|^{2}$$
(3.34)

$$\left|\left|a_{\nu}^{q}(z)\right|^{2} = F_{\mu\nu}^{pq}\sin^{2}(\alpha \cdot z)$$
(3.35)

onde:

$$\begin{bmatrix} F_{\mu\nu}^{pq} = \left\{ 1 + \left( \frac{\beta_{\mu}^{p} - \beta_{\nu}^{q}}{2|K_{\mu\nu}^{pq}|} \right)^{2} \right\}^{-1} \\ \alpha = \frac{1}{\sqrt{F_{\mu\nu}^{pq}}} | K_{\mu\nu}^{pq} | \end{aligned}$$
(3.36)  
(3.37)

com  $p,q \equiv \pm$  como índice e  $p,q = \pm 1$  como factor.  $F_{\mu\nu}^{pq}$  define a potência máxima transferida de um modo para o outro. A transferência da potência  $F_{\mu\nu}^{pq}$  ocorre após propagação numa distância Z =

$$=L=\frac{\pi}{2\alpha}$$
.

Da equação (3.36) conclui-se que, a não ser que  $\left(\beta_{\mu}^{p} - \beta_{\nu}^{q}\right)^{2} << 2|K_{\mu\nu}^{pq}|^{2}$ , pouca potência é transferida entre os modos. Pode-se concluir, para sistemas onde  $K_{\mu\nu}^{pq} << \beta_{\mu}^{p}$ , que somente os modos com  $\beta^p_{\mu}$  praticamente iguais sofrem acoplamento. A condição  $K^{pq}_{\mu\nu} << \beta^p_{\mu}$  é equivalente a afirmar que os modos do guia uniforme são muito pouco afectados pela perturbação.

#### 3.4 Análise das Equações Acopladas

Tendo em conta que  $\beta_{\mu}^{-} = -\beta_{\mu}^{+}$ , conclui-se, em particular, que a potência transferida entre modos propagando-se em sentidos opostos é muito pequena e pode, portanto, ser desprezada. A constante de propagação,  $\beta$ , dos modos guiados é, em geral, muito superior à constante de propagação dos modos de radiação. O acoplamento entre modos guiados e modos de radiação pode, por isso, ser desprezado, excepto no caso em que os modos guiados estão quase em corte. As equações podem, assim, ser simplificadas (no caso de perturbações em que  $K_{\mu\nu}^{pq} << \beta_{\mu}^{p}$ ) considerando somente modos propagando-se no sentido positivo (p,q: + como índice; +1 como factor), com  $\beta_{\mu}^{p}$  similares. Pode-se também ignorar o auto-acoplamento  $K_{\mu\mu}^{pp}$ , nos casos sem perdas porque, em geral,  $\beta_{\mu}^{p} >> K_{\mu\mu}^{pp}$ .

A teoria apresentada também se aplica a sistemas com perdas, em que a permitividade eléctrica é dada por  $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon - i\hat{\varepsilon}$ . Convém, contudo, ter em conta que a relação de ortogonalidade (2.14) não é válida nestes casos, pois só é aplicável a modos normais de sistemas uniformes sem perdas. Contudo, quando as perdas são pequenas, estas podem ser tratadas como uma pequena perturbação no sistema sem perdas sendo, portanto, a teoria aplicável. Neste caso,  $|K_{\mu\nu}^{pq}| << \beta_{\mu}^{p}$ , e só é necessário considerar modos propagando-se no sentido positivo com  $\beta_{\mu}^{p}$  similares. Quando no sistema se propaga só o modo  $\mu$ , a sua potência  $\mu$  na posição z é dada por  $|a_{\mu}^{p}(z)|^{2} = |a_{\mu}^{p}(0)|^{2} e^{-2|K_{\mu\mu}^{pp}|z}$ . Quando se propagam dois modos, a solução é a mesma que no caso sem perdas, tendo em conta que  $F_{\mu\nu}^{pq}$  deve ser multiplicado por exp  $\{(K_{\mu\mu\mu}^{pp} + |K_{\nu\nu}^{pp})\}$ .

No caso de perturbações fortes, em guias com grandes descontinuidades, as perturbações dão origem a acoplamento significativo entre um grande número de modos, particularmente a modos de radiação. No caso de perturbações periódicas, os coeficientes de acoplamento variam periodicamente com z, o que poderá levar a acoplamento entre vários modos (em transmissão, em reflexão, ou modos de radiação). Este caso será abordado no capítulo 5.

A teoria de acoplamento de modos baseada nos modos normais não descreve correctamente a interacção entre dois ou mais guias próximos; isto é, a interacção entre modos individuais dos guias é descrita de forma inadequada, mesmo no caso de acoplamento fraco, como será referido no capítulo 4. Em particular, os resultados para guias não idênticos diferem dos resultados de um tratamento exacto. Ao contrário do que é assumido na teoria de acoplamento de modos, os modos dos guias individuais não são, neste caso, mutuamente ortogonais.

# 3.5 Bibliografia

- A. Yariv, "Coupled-Wave Theory for Guided-Wave Optics", J. Quantum Electron. QE-9, 919 (1973).
- [2] A.W. Snyder, J.D. Love, "Optical Waveguide Theory", *Chapman and Hall*, London (1983).
- [3] D. Marcuse, "Theory of Dielectric Optical Waveguides", 2<sup>a</sup> ed., Academic Press, London (1991).
- [4] D. G. Hall, "Optical Waveguide Diffraction Gratings: Coupling Between Guided Modes", *Progress In Optics Xxix, E. Wolf, North-Holland*, Amsterdam (1991).
- [5] A.W. Snyder, "Couple-Mode Theory for Optical Fibers", J. Opt. Soc. Am 62, 1267 (1972)

# 4 Dispositivos WDM Baseados em Acopladores Direccionais

Neste capítulo aborda-se o funcionamento de diversos dispositivos baseados em acoplamento codireccional de ondas, no contexto da sua aplicação em multiplexagem de comprimento de onda (WDM). Especificamente, estudam-se os casos de acoplamento com dois guias (em várias configurações, incluindo o acoplador degenerado bimodal) e o acoplador de três guias. É ainda referido o funcionamento e possíveis aplicações de acopladores por interferência entre muitos modos.

## 4.1 Acoplador Direccional de Dois Guias

Dois guias de onda dieléctricos colocados na proximidade um do outro formam um acoplador direccional. A região de interacção pode apresentar três configurações básicas, figura 4.1 [1]: acoplamento uniforme (acopladores simétricos ou assimétricos), acoplamento assistido por rede periódica, e acoplamento variável (guias paralelos em que a geometria ou índice variam ao longo da direcção de propagação, ou quando a separação entre guias varia longitudinalmente).



Figura 4.1: Representação das configurações básicas de um acoplador direccional: (a) acoplamento uniforme; (b) acoplamento assistido por rede periódica; (c) acoplamento variável.

Os acopladores direccionais são dispositivos muito usados em comunicação óptica e em óptica integrada, nomeadamente em WDM (é possível, usando um acoplador direccional, separar fisicamente canais usando diferentes comprimentos de onda).

O comportamento do acoplador pode ser interpretado (e, em muitos casos, essa é a análise possível) como o resultado da interacção dos campos evanescentes dos "modos" próprios dos guias, isto é, como o resultado do acoplamento entre os modos dos guias isolados. De uma forma simples, pode-se considerar que a propagação no guia 1 é perturbada pela presença do guia 2, e

#### 4.1 Acoplador Direccional de Dois Guias

vice-versa. Uma consequência da perturbação é a troca periódica de energia entre os guias ao longo da propagação. A transferência é máxima quando os modos próprios dos guias isolados apresentam igual constante de propagação. A igualdade de constantes de propagação, ou condição de sincronismo de fase [2], ocorre naturalmente, para qualquer comprimento de onda, quando os guias são idênticos. Guias não idênticos podem, contudo, apresentar modos em sincronismo de fase; esta situação só ocorre para características modais específicas e certos comprimentos de onda.

O acoplamento é fraco se as alterações nas distribuições do campo, causadas pelo acoplamento, são pequenas, para distâncias da ordem de um comprimento de onda. Neste caso, a sobreposição das distribuições de campo dos modos dos guias isolados é pequena, figura 4.2 (a). A potência concentra-se periodicamente na região correspondente a um dos guias.



Figura 4.2: (a) Situação de fraco acoplamento. (b) Situação de forte acoplamento.  $L_c$  representa o semi-período da transferência de potência.

O acoplamento é forte quando as distribuições correspondentes aos modos próprios dos guias isolados se sobrepõem significativamente, o que ocorre quando os guias não estão suficientemente afastados, figura 4.2 (b). Mesmo quando os guias estão em sincronismo não é possível obter elevada transferência de energia entre os guias; a distribuição de campo no acoplador abarca ambos os guias [2].

# 4.1.1 Modos Próprios ou "Super-Modos" de um Acoplador Direccional

#### 4.1.1 Modos Próprios ou "Super-Modos" de um Acoplador Direccional

A operação do acoplador é completamente caracterizada pelos modos normais da estrutura, quando conhecidos, e pelas condições de excitação. Um acoplador direccional constituido por guias monomodo semelhantes é uma estrutura com dois modos guiados, figura 4.3.



Figura 4.3: Representação esquemática de um acoplador de dois guias uniformes; são também representados o campo de entrada, os modos dos guias individuais e os modos da estrutura composta;  $\beta_i$  representa a constante de propagação do modo próprio do guia i isolado, e  $\beta_e$  e  $\beta_o$  representam as constantes de propagação dos modos normais da estrutura.

Numa primeira aproximação, o campo de entrada concentrado no guia 1 pode ser expresso como a soma (ou a diferença) dos modos guiados pela estrutura composta (modos compostos ou supermodos), desprezando os modos de radiação. Contudo a sobreposição dos dois modos próprios guiados da estrutura não representa, de forma exacta, o campo de entrada usado para excitar um dos guias. Para se representar rigorosamente o campo de entrada é necessário incluir os modos de radiação; quando um dos guias é excitado, parte da energia de excitação é radiada.

A fase relativa dos modos da estrutura (que têm constantes de propagação  $\beta_e \in \beta_o$ ) altera-se ao longo da propagação no acoplador direccional [2]; assumindo os campos a eles associados em fase em z = 0, após propagação na distância  $z = L_c \equiv \frac{\pi}{\beta_e - \beta_o}$ , os campos estão em oposição de fase. Se, em z = 0, o campo no acoplador é a soma (diferença) dos modos compostos, em  $z = \frac{\pi}{\beta_e - \beta_o}$  é a diferença (soma). A potência que inicialmente estava concentrada na região do guia 1 (2) transferiu-se para a região do guia 2 (1), após propagação na distância  $L_c$ , chamada comprimento de acoplamento  $L_c$  (ou comprimento de transferência máxima de potência). O campo numa secção transversal do acoplador, z = L, é o resultado da interferência dos modos compostos.

Se o acoplador é formado por guias planares de índice em degrau, dispostos em multi-camadas, podemos obter a solução exacta do problema modal usando o método da matriz de transferência, ou o método descrito em [3]. Contudo, a maioria dos acopladores com interesse prático recorre a

### 4.1.1 Modos Próprios ou "Super-Modos" de um Acoplador Direccional

guias planares de perfil de índice gradual, a guias em canal ou a fibras ópticas; as respectivas soluções analíticas exactas ou aproximadas ou não existem, ou são difíceis de encontrar.

Nos casos mais complicados, os modos próprios da estrutura são determinados, aproximadamente, em termos dos modos próprios dos guias individuais. A sua solução por técnicas numéricas aproximadas não é, muitas vezes, satisfatória, pois a quantidade de interesse,  $\beta_e - \beta_o$ , é a diferença de dois números quase iguais, que pode tornar-se bastante imprecisa. Contudo, conhecidos os modos dos dois guias isolados e a geometria do acoplador, é possível calcular  $\beta_e - \beta_o$ , muitas vezes com melhor precisão, aplicando a teoria de acoplamento de modos de um acoplador direccional.

# 4.1.2 Teoria de Acoplamento de Modos de um Acoplador Direccional [1,2]

Há várias formulações de acoplamento de modos. A escolha de uma formulação particular depende do problema a tratar, da precisão pretendida e, às vezes, do utilizador. Presentemente, há que salientar duas teorias de acoplamento de modos: a teoria convencional e a teoria melhorada não-ortogonal.

A análise de acopladores pela teoria convencional de acoplamento de modos é baseada quase exclusivamente nos modos dos guias de onda isolados, ou não-acoplados. Uma vez determinados estes modos, as amplitudes dos campos nos guias do acoplador são governadas pelas equações de modos acoplados.

Várias aproximações são assumidas nas diversas formulações e nas soluções das equações acopladas. Uma das aproximações na teoria convencional é a ortogonalidade entre os modos dos diferentes guias. Esta aproximação foi considerada aceitável até Hardy e Streifer [4], sugerirem modificações na formulação, considerando que os modos dos guias não são ortogonais entre si. Uma formulação auto-consistente foi desenvolvida usando diferentes vias por Haus (princípio variacional, [5]), Chuang (teorema da reciprocidade [6]) e Hardy e Streifer (reformulação, [7]). Estas diferentes teorias não apresentam diferenças significativas do ponto de vista prático, tendo sido discutidas por Vassallo [8].

Quando os guias não são iguais (acopladores assimétricos), a formulação convencional não é auto-consistente [4]. Na aproximação escalar e para guias em sincronismo, a formulação melhorada é necessária para determinar com precisão os índices efectivos dos modos normais quando os guias estão fortemente acoplados. Por outro lado, o comprimento de acoplamento, e

portanto a troca de potência entre guias, pode ser correctamente descrito pela formulação convencional para guias fracamente acoplados. Deverá ter-se em conta que a combinação linear dos modos dos guias individuais, na qual as teorias são baseadas, é somente uma aproximação ao campo exacto no acoplador. Ambas as formulações são válidas para perturbações fracas.

O formalismo vectorial, no qual os campos são representados pela soma dos vectores dos modos dos guias individuais, apresenta algumas inconsistências [9,10]. A solução de partida, que é uma combinação linear dos modos dos guias, não satisfaz as condições-fronteira para o campo eléctrico. Quando as descontinuidades de índice são pequenas, a solução e as formulações nela baseadas são aceitáveis. Sob esta condição, a formulação melhorada é mais precisa do que a formulação convencional, especialmente quando os dois guias estão muito próximos.

Snyder e outros [11] demonstraram que, quando as descontinuidades de índice são elevadas, a formulação convencional produz comprimentos de acoplamento muito exactos para modos TM de acopladores planares, mesmo que as diferenças de índice sejam elevadas, enquanto a nova formulação não-ortogonal dá resultados errados. Não podemos concluir, no entanto, que a formulação convencional é aceitável para estruturas com muito boa guiagem. Como tanto as constantes de propagação como os campos são importantes, nem a formulação convencional nem a nova formulação são boas, e uma solução mais exacta.

A teoria de acoplamento de modos que vamos apresentar (Marcuse, [2]) aplica-se a uma estrutura arbitrária e permite estimar, com muita boa aproximação e de forma fácil, a diferença das constantes de propagação  $\beta_e - \beta_o$ , bem como os coeficientes de acoplamento a partir dos modos dos guias individuais não acoplados (que, em geral, são relativamente fáceis de calcular).

## Equações Acopladas

Supõem-se conhecidos, de momento, os modos próprios normalizados da estrutura. Representamos o modo de ordem 0 pelo símbolo  $F_e$  e o modo de ordem 1 pelo símbolo  $F_o$ , e as constantes de propagação associadas por  $\beta_e \in \beta_o$ .  $F_j$  representa os campos escalares (numa aproximação escalar) ou as componentes dos campos eléctricos ou magnéticos (numa descrição vectorial).

A notação  $\langle F_k F_i \rangle$  indica o produto interno de dois campos. Os modos compostos, normalizados à unidade, satisfazem a relação

$$\left\langle F_k F_i \right\rangle = \delta_{ik} \tag{4.1}$$

Ignorando o contínuo de modos de radiação, podemos exprimir o campo, de forma aproximada, em qualquer secção do acoplador, como sobreposição linear dos modos compostos ( $F_e$ ,  $F_o$ ). Sejam  $G_1$  e  $G_2$  sobreposições lineares arbitrárias, normalizadas à unidade, de  $F_e$  e  $F_o$ , em z = 0:

$$\begin{bmatrix} G_1 = a_1 F_e + a_2 F_o \\ G_2 = a_3 F_e + a_4 F_o \end{bmatrix}$$
(4.2)

Os campos de sobreposição  $G_1$  e  $G_2$  não são necessariamente ortogonais entre si. Designemos o seu produto interno (integral de sobreposição) por N:

$$N = \frac{1}{2} [\langle G_1 G_2 \rangle + \langle G_2 G_1 \rangle]$$

$$\tag{4.3}$$

Note-se que  $(F_e, F_o)$  e  $(G_1, G_2)$  representam os modos compostos e os campos de sobreposição, respectivamente, à entrada do acoplador (z = 0). A sua sobreposição altera-se devido à propagação, porque  $F_e$  e  $F_o$  apresentam constantes de propagação diferentes. O campo no acoplador, numa secção transversal qualquer z, pode ser expresso como combinação linear dos modos de sobreposição  $(G_1, G_2)$ , com coeficientes de expansão  $b_{1,2}(z)$  dependentes de z. Indicando a dependência em z explicitamente, o campo numa secção transversal do acoplador é dado por:

$$b_1(z)G_1 + b_2(z)G_2 = c_1F_e \ e^{-i\beta_e z} + c_2F_o \ e^{-i\beta_o z}$$
(4.4)

As constantes  $c_i$  resultam unicamente das condições iniciais, não influenciando as leis de evolução do campo.

Usando as relações anteriores, eliminando as constantes  $c_i$  e derivando relativamente a z, obtemos as equações diferenciais acopladas para o acoplador direccional:

$$\begin{bmatrix} \frac{db_1}{dz} = -i\beta_1 b_1 - iK_{12}b_2 \\ \frac{db_2}{dz} = -i\beta_2 b_2 - iK_{21}b_1 \end{bmatrix}$$
(4.5)

com:

$$\begin{bmatrix} \beta_{1,2} = \frac{a_1 a_4(\beta_{e,o}) - a_2 a_3(\beta_{o,e})}{a_1 a_4 - a_2 a_3} \\ K_{12,21} = \frac{\pm a_{3,1} a_{4,2}}{a_1 a_4 - a_2 a_3} (\beta_e - \beta_o) \end{bmatrix}$$
(4.6)

 $\beta_1$  e  $\beta_2$  representam as constantes de propagação dos campos  $G_{1,2}$  não acoplados, e  $K_{12}$  e  $K_{21}$  os coeficientes de acoplamento. As equações acopladas, juntamente com as equações de definição dos seus coeficientes, são expressões exactas.

A solução geral das equações acopladas (4.5) pode ser escrita como:

$$b_{1}(z) = \left[A_{1}\cos\sigma z + A_{2}\sin\sigma z\right]\exp\left[-\frac{i}{2}(\beta_{1} + \beta_{2})z\right]$$

$$b_{2}(z) = \frac{1}{K_{12}}\left\{\left[-\frac{1}{2}(\beta_{1} - \beta_{2})A_{1} + i\sigma A_{2}\right]\cos\sigma z$$

$$-\left[i\sigma A_{1} + \frac{1}{2}(\beta_{1} - \beta_{2})A_{2}\right]\sin\sigma z\right\}\exp\left[-\frac{i}{2}(\beta_{1} + \beta_{2})z\right]$$
(4.7)

com:

$$\sigma = \frac{1}{2} (\beta_e - \beta_o) = \frac{1}{2} \sqrt{(\beta_1 - \beta_2)^2 + 4K_{12}K_{21}}$$
(4.8)

As equações acopladas (4.5), com os seus coeficientes de acoplamento (4.6), representam a descrição exacta da interacção dos campos de sobreposição  $G_1$  e  $G_2$  num acoplador direccional uniforme (invariante segundo z).

As soluções gerais das equações acopladas mostram que as amplitudes  $b_1 e b_2$  oscilam entre um valor mínimo e um valor máximo. A expressão  $\sigma = \frac{1}{2}(\beta_e - \beta_o)$  lembra a ocorrência de interferência dos modos compostos do acoplador.

Em geral, os campos de sobreposição  $G_1$  e  $G_2$  não são ortogonais, não sendo possível associar  $|b_1|^2$  e  $|b_2|^2$  à potência transportada pelos campos de sobreposição.

Assumindo conhecidos os modos compostos, assim como os modos de sobreposição (estes ainda que aproximados pelos campos dos modos dos guias isolados), pode-se considerar o produto interno N, equação (4.3), como uma quantidade conhecida. Associando os campos  $G_1 \,e\, G_2$  aos modos próprios dos guias, pode-se assumir  $\beta_1 \,e\, \beta_2$  conhecidos.

Seja *B* a razão entre as diferenças  $\beta_1 - \beta_2 \in \beta_e - \beta_o$ :

$$B = \frac{\beta_1 - \beta_2}{\beta_e - \beta_o} \tag{4.9}$$

*B* exprime o grau de sincronismo entre os modos dos guias isolados, e está limitado ao intervalo  $0 \le B \le 1$ . Quando  $\beta_1 = \beta_2$ , sendo a diferença  $\beta_e - \beta_o$  sempre não nula, B=0 indica que os modos dos guias estão em sincronismo. Quanto mais afastados do sincronismo estão os modos dos guias isolados (guias muito diferentes, e na ausência de coincidências acidentais) tanto mais os modos do guia composto,  $F_e$  e  $F_o$ , se tornam idênticos aos modos dos guias não acoplados, isto é,  $\beta_e - \beta_o$  tende para  $|\beta_1 - \beta_2|$ , obtendo-se, no limite, B=1.

Assumindo B conhecido, é possível determinar os coeficientes de acoplamento:

$$K_{12,21} = \frac{1}{2} \left[ \pm BN + \sqrt{1 - B^2 (1 - N^2)} \right] \beta_e - \beta_o$$
(4.10)

A diferença entre as constantes de acoplamento é:

$$K_{12} - K_{21} = BN(\beta_e - \beta_o) = N(\beta_1 - \beta_2)$$
(4.11)

Os coeficientes de acoplamento  $K_{12}$  e  $K_{21}$  são diferentes, excepto quando N é zero ou os guias estão em sincronismo de fase, ao contrário do que a teoria de acoplamento de modos baseada na ortogonalidade dos modos dos guias individuais afirma [12].

Os dois pares de constantes de propagação  $(\beta_1, \beta_2)$  e  $(\beta_e, \beta_o)$  têm o mesmo valor médio:

$$\beta_m = \frac{1}{2}(\beta_e + \beta_o) = \frac{1}{2}(\beta_1 + \beta_2) \tag{4.12}$$

## Cálculo do Integral de Sobreposição N [2]

Dois modos próprios de uma estrutura dieléctrica isotrópica, identificados por  $k \in j$ , obedecem à relação de ortogonalidade:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} [\vec{E}_j \times (\nabla \times \vec{E}_k)] \cdot \vec{e}_z \, dx dy = 0, \, para \, j \neq k$$
(4.13)

A partir desta equação, obtém-se a expressão para o produto interno entre os dois campos modais; após várias substituições [2], vem:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \overline{E}_{ij} \cdot \left[ \overline{E}_{ik} - \frac{1}{\beta_k} \nabla_i E_{zk} \right] \right\} dx dy = 0$$
(4.14)

onde  $E_{tj}$  representa a componente transversal do vector campo eléctrico associado ao modo j, e  $E_{zj}$  a componente longitudinal.

Esta relação, como definição geral de produto interno, não é útil porque depende da constante de propagação de um modo particular sob o sinal de integração. Contudo, como num acoplador direccional é desejável que as constantes de propagação sejam idênticas (doutra forma a interacção entre modos é desprezável), a substituição da constante de propagação  $\beta_k$  sob o símbolo de integração pelo valor médio  $\beta_m$ ,  $\beta_m = \frac{1}{2}(\beta_1 + \beta_2) = \frac{1}{2}(\beta_e + \beta_o)$ , é uma aproximação bastante aceitável. Define-se, assim, o produto escalar aproximado de dois modos como:

$$\left\langle \vec{E}_{j}\vec{E}_{k}\right\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \vec{E}_{ij} \cdot \left[ \vec{E}_{ik} - \frac{1}{\beta_{m}} \nabla_{t} E_{zk} \right] \right\} dx dy$$

$$(4.15)$$

Assumindo os modos normalizados à unidade, temos aproximadamente:

$$\left\langle \overline{E}_{j}\,\overline{E}_{k}\right\rangle =\delta_{jk}\tag{4.16}$$

Dada a substituição da constante de propagação do modo k pelo valor médio  $\beta_m$  em (4.15), a ortogonalidade expressa por (4.16) não é exacta. Em geral, o erro cometido é pequeno, dado que o termo  $\vec{E}_{tj} \cdot \vec{E}_{tk}$  é muito maior que o termo  $-\frac{i}{\beta_m} \vec{E}_{tj} \cdot \nabla_t E_{zk}$ , na expressão do produto interno.

Para campos arbitrários, o produto escalar definido por (4.15) não é comutativo. Se k e j representarem modos de diferentes guias,  $\langle \vec{E}_j \cdot \vec{E}_k \rangle \neq \langle \vec{E}_k \cdot \vec{E}_j \rangle$ ; se representarem modos do mesmo guia, o produto interno é nulo.

# Expressão Aproximada de $\beta_e - \beta_o$ [2]

A teoria apresentada permite estimar o valor de  $\beta_e - \beta_o$ , a partir dos campos modais dos guias individuais desacoplados que, em geral, são fáceis de calcular. É necessário, portanto, determinar a expressão aproximada para  $\beta_e - \beta_o$  exclusivamente em termos dos modos dos guias individuais.

Considere-se a equação de onda vectorial transversal (secção 3.2):

$$\nabla_t \times (\nabla_t \times \vec{E}_t) - i\beta \nabla_t E_z + (\beta^2 - n^2 k_o^2) \vec{E}_t = 0$$
(4.17)

aplicada ao acoplador completo e a cada um dos guias isolados; n = n(x,y) representa a distribuição de índice da estrutura composta,  $n_1 = n_1(x,y)$  a distribuição de índice do guia 1 isolado, e  $n_2 = n_2(x,y)$  a distribuição de índice que caracteriza o guia 2 isolado.

Aplicando (4.16) aos modos próprios do acoplador direccional, e e o, e aos modos dos guias isolados 1 e 2, obtém-se:

$$\nabla_{t} \times (\nabla_{t} \times \vec{E}_{te,o}) + \beta_{e,o}^{2} (\vec{E}_{te,o} - \frac{i}{\beta_{e,o}} \nabla_{t} E_{ze,o}) - n^{2} k_{o}^{2} \vec{E}_{te,o} = 0$$
(4.18)

$$\nabla_t \times (\nabla_t \times \vec{E}_{t1,2}) + \beta_{1,2}^2 (\vec{E}_{t1,2} - \frac{i}{\beta_{1,2}} \nabla_t E_{z1,2}) - n_{1,2}^2 k_o^2 \vec{E}_{t1,2} = 0$$
(4.19)

Para se continuar, é necessária a seguinte relação [13]:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \{\vec{E}_{tj} \cdot [\nabla_t \times (\nabla_t \times \vec{E}_{tk}] - \vec{E}_{tk} \cdot [\nabla_t \times (\nabla_t \times \vec{E}_{tj})]\} dx dy = 0$$
(4.20)

que é válida para dois modos guiados quaisquer e pode ser provada por integração parcial.

Formando o produto interno da equação (4.18) para o modo  $e \operatorname{com} \vec{E}_{t1}$  e o produto interno da equação (4.19) para o modo do guia 1 com  $\vec{E}_{te}$ , subtraindo as equações resultantes uma à outra, e

integrando ao longo de uma secção transversal infinita; usando (4.20) e a definição de produto escalar (4.15) (tendo em conta a aproximação envolvendo a substituição das constantes de propagação pelo seu valor médio), obtém-se, associando  $\vec{E}_e$  a  $F_e$  e  $\vec{E}_1$  a  $G_1$ :

$$\beta_e^2 - \beta_1^2 = \frac{k_o^2}{a_1} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ n^2 - n_1^2 \right] \vec{E}_{t1} \cdot \vec{E}_{te} \, dx dy \tag{4.21}$$

Analogamente:

$$\beta_o^2 - \beta_1^2 = \frac{k_o^2}{a_2} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ n^2 - n_1^2 \right] \vec{E}_{t1} \cdot \vec{E}_{to} \, dx dy \tag{4.22}$$

Após alguns cálculos, obtém-se [2]:

$$\beta_{e}^{2} - \beta_{o}^{2} = \frac{-k_{o}^{2}}{a_{1}a_{2}\sqrt{1-N^{2}}} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[n^{2} - n_{1}^{2}\right] \left[\vec{E}_{t1} \cdot \vec{E}_{t2} - N\vec{E}_{t1} \cdot \vec{E}_{t1}\right] dxdy$$

$$(4.23)$$

Designando o índice de refracção do substrato  $n_s = n_s(x, y)$ , pode-se escrever:

$$\begin{bmatrix} n^{2}(x, y) - n_{1}^{2}(x, y) = n_{2}^{2}(x, y) - n_{s}^{2} \\ n^{2}(x, y) - n_{2}^{2}(x, y) = n_{1}^{2}(x, y) - n_{s}^{2} \end{bmatrix}$$
(4.24)

Usando a constante de propagação média, tem-se:

$$\beta_e^2 - \beta_o^2 = 2\beta_m (\beta_e - \beta_o) \tag{4.25}$$

Com a ajuda destas expressões, obtém-se:

$$\beta_{e} - \beta_{o} = \frac{-k_{o}^{2}}{2\beta_{m}a_{1}a_{2}\sqrt{1-N^{2}}} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[n_{2}^{2}(x,y) - n_{s}^{2}\right] \left(\vec{E}_{t1} \cdot \vec{E}_{t2} - N\vec{E}_{t1} \cdot \vec{E}_{t1}\right) dxdy$$
(4.26)

Se em vez de  $\beta_1$  e  $\vec{E}_1$  usarmos  $\beta_2$  e  $\vec{E}_2$  na derivação anterior, tem-se:

$$\beta_{e} - \beta_{o} = \frac{k_{o}^{2}}{2\beta_{m}a_{3}a_{4}\sqrt{1 - N^{2}}} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[n_{1}^{2}(x, y) - n_{s}^{2}\right] \left[\vec{E}_{t1} \cdot \vec{E}_{t2} - N\vec{E}_{t2} \cdot \vec{E}_{t2}\right] dxdy$$
(4.27)

Obteve-se duas expressões aproximadas e diferentes para  $\beta_e - \beta_o$ , (4.26) e (4.27); tomando a média geométrica das duas expressões, a diferença das constantes de propagação dos modos compostos par e ímpar do acoplador direccional é dada por:

$$\beta_e - \beta_o = \frac{\sqrt{k_o^4 \Gamma_{12} \Gamma_{21}}}{\beta_m (1 - N^2) \sqrt{1 - B^2}}$$
(4.28)

com:

$$\Gamma_{12,21} = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ n_{1,2}^2(x,y) - n_s^2 \right] \left( \vec{E}_{t1} \cdot \vec{E}_{t2} - N \vec{E}_{t2,1} \cdot \vec{E}_{t2,1} \right) dx dy$$
(4.29)

Determinando a quantidade B:

$$B = \frac{|\beta_1 - \beta_2|\beta_m(1 - N^2)}{\sqrt{k_o^4 \Gamma_{12} \Gamma_{21} + (\beta_1 - \beta_2)^2 \beta_m^2 (1 - N^2)^2}}$$
(4.30)

obtem-se a expressão desejada para  $\beta_e - \beta_o$ :

$$\beta_e - \beta_o = \frac{\sqrt{k_o^4 \Gamma_{12} \Gamma_{21} + (\beta_1 - \beta_2)^2 \beta_m^2 (1 - N^2)^2}}{\beta_m (1 - N^2)}$$
(4.31)

Deverá ter-se em atenção que quando (4.31) é usada,  $\vec{E}_1$  e  $\vec{E}_2$  devem estar normalizados. Esta expressão permite determinar o valor dos coeficientes de acoplamento  $K_{12,21}$ . A equação (4.31) está de acordo com a teoria do acoplador direccional publicada por Marcatili [14].

Para concluir, refere-se os diferentes regimes de operação de um acoplador direccional de dois guias. Pode-se distinguir três regimes de operação de um acoplador direccional, para um dado comprimento de onda, tendo em conta (4.7) e (4.8):

1.  $(\beta_1 - \beta_2)^2 >> 4K_{12} \cdot K_{21}$ : nesta configuração os guias estão praticamente desacoplados, não havendo alteração significativa na configuração do campo no acoplador ao longo da propagação. Praticamente não há transferência de energia entre os guias.

2.  $(\beta_1 - \beta_2)^2 \ll 4K_{12} \cdot K_{21}$ : nesta configuração o comportamento ditado pelo acoplamento, isto é, o acoplamento é o factor significativo; o assincronismo  $(\beta_{g_1} - \beta_{g_2})$  praticamente não influencia o comportamento do acoplador. A transferência de energia é elevada, e é governada unicamente por  $K_{12,21}$ . O acoplador, do ponto de vista de transferência de energia, é simétrico.

3.  $(\beta_1 - \beta_2)^2 \approx 4K_{12} \cdot K_{21}$ : o comportamento do acoplador com uma configuração deste tipo é governado por ambos os parâmetros. Há alguma transferência de energia entre guias.

Potência normalizada no guia *i*, numa secção *z* do acoplador, é definida como o quadrado do integral de sobreposição normalizado entre o campo na secção *z*, E(z), e o campo associado ao modo próprio do guia *i*,  $E_i$ :

$$P_{i}(z) = \frac{\left(\left|\int_{-\infty}^{+\infty} E_{i} \cdot E^{*}(z)dxdy\right|\right)^{2}}{\int_{-\infty}^{+\infty} \left|E(z)\right|^{2}dxdy \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \left|E_{i}(z)\right|^{2}dxdy}$$
(4.32)

Considerando a potência de entrada unitária no guia 1 ( $P_1(z=0)=1$ ), a evolução da potência ao longo de um acoplador uniforme de comprimento z = L, com o parâmetro de assimetria  $\delta = \frac{1}{2} (\beta_{g_2} - \beta_{g_1})$ , e no caso de acoplamento fraco em que se aplica a teoria simplificada de acoplamento de modos, é dada por:

$$\begin{bmatrix} P_1(L,\lambda) \cong 1 - P_2(L,\lambda) \\ P_2(L,\lambda) \cong \left[ \frac{1}{1 + \frac{\delta^2(\lambda)}{K_{12}(\lambda)K_{21}(\lambda)}} \right] \sin^2 \left( L\sqrt{\delta^2(\lambda) + K_{12}(\lambda)K_{21}(\lambda)} \right)$$
(4.33)

O parâmetro de assimetria  $\delta = \frac{1}{2}(\beta_2 - \beta_1)$  é sempre zero para um acoplador simétrico, e é zero para um acoplador assimétrico em sincronismo.

# 4.1.3 Acopladores com Acoplamento Variável [15,16]

Estruturas com acoplamento variável são muito comuns em Óptica Integrada. São usadas em acopladores direccionais com o propósito de aumentar a direccionalidade e reduzir o "crosstalk" [17], aumentar as tolerâncias, aumentar a largura de banda, e suprimir os lobos laterais da

resposta dos filtros [18]. Devido à não-uniformidade longitudinal dos guias, a análise rigorosa da estrutura é difícil. Nas várias formulações da teoria de acoplamento de modos, o campo na estrutura é representado, aproximadamente, como uma combinação linear dos modos normais locais. Quando o acoplamento entre os guias é fraco, os modos locais dos guias individuais podem ser utilizados e a teoria simplificada de acoplamento de modos pode ser aplicada.

As formulações de acoplamento de modos, baseadas quer nos modos locais normais quer nos modos locais dos guias isolados, não têm em conta a variação da direcção de propagação dos campos provocada pela curvatura ou inclinação do eixo dos guias. Como mostra a figura 4.4, a frente de onda dos campos guiados por cada guia é perpendicular a  $z_p$  (p = 1, 2), enquanto a frente de onda dos modos locais é perpendicular a z. Quando os modos locais são usados como funções de base, o efeito da inclinação é desprezado; quando a inclinação é pequena, menor que  $1^0$ , o efeito é desprezável.



Figura 4.4: Representação esquemática de um acoplador com acoplamento variável. São indicados os modos locais normais dos guias, bem como os modos locais com inclinação da frente de onda (modo "exactos").

Apresenta-se, de seguida, a formulação da teoria de acoplamento de modos baseada nos modos normais dos guias individuais cujos eixos têm diferentes direcções; o efeito da inclinação da frente de onda é tido em conta.

Para uma estrutura sem perdas formada por dois meios com permitividades eléctricas reais  $\varepsilon_a$  e  $\varepsilon_b$ , respectivamente, tem-se [13]:
#### 4.1.3 Acopladores com Acoplamento Variável

$$\frac{d}{dz} \left( \vec{E}_a^* \times \vec{H}_b + \vec{E}_b \times \vec{H}_a^* \right) \cdot \vec{u}_z \, dx \, dy = i \omega \iint (\varepsilon_a - \varepsilon_b) \vec{E}_a^* \cdot \vec{E}_b \, dx \, dy$$

$$\frac{d}{dz} \left( \vec{E}_a^* \times \vec{H}_b + \vec{E}_b \times \vec{H}_a^* \right) \cdot \vec{u}_z \, dx \, dy = i \omega \iint (\varepsilon_a - \varepsilon_b) \vec{E}_a^* \cdot \vec{E}_b \, dx \, dy$$
(4.34)

onde o integral se estende ao longo de toda a secção transversal da estrutura. Para meios com absorção, as equações de acoplamento de modos podem ser obtidas pelo teorema da reciprocidade; as duas formulações são equivalentes para meios sem perdas.

Considerem-se os modos normais dos guias de onda individuais:

$$\begin{bmatrix} \vec{E}_a = \vec{e}_p(x_p, y_p) \cdot e^{-i\beta_p z_p} \\ \vec{H}_a = \vec{h}_p(x_p, y_p) \cdot e^{-i\beta_p z_p} \end{bmatrix}$$
(4.35)

e  $\varepsilon_a = \varepsilon_p(x_p, y_p)$ , onde  $\varepsilon_p$  é a permitividade eléctrica do guia p, onde:

$$\begin{bmatrix} x_p = (x - x_{c,p})\cos[\theta_p(z)] - z \cdot \sin[\theta_p(z)] \\ y_p = y \\ z_p = (x - x_{c,p})\sin[\theta_p(z)] + z \cdot \cos[\theta_p(z)] \end{bmatrix}$$
(4.36)

é o sistema de coordenadas associado ao guia p (p = 1,2), com o centro do sistema de coordenadas  $x_{c,p}$  respectivo.

Sejam  $\vec{E}_b$  e  $\vec{H}_b$  os campos no acoplador:

$$\begin{bmatrix} \vec{E}_b = \vec{E}(x, y, z) \\ \vec{H}_b = \vec{H}(x, y, z) \end{bmatrix}$$
(4.37)

e  $\varepsilon_b = \varepsilon(x, y, z)$  a permitividade eléctrica da estrutura.

Assume-se que o campo total no acoplador pode ser expresso como uma combinação linear dos modos normais dos guias individuais:

#### 4.1.3 Acopladores com Acoplamento Variável

$$\begin{bmatrix} \vec{E}(x, y, z) = \sum_{p} a_{p}(z) \cdot \vec{e}_{p}(x_{p}, y_{p}) \cdot e^{-i\beta_{p}z_{p}} \\ \vec{H}(x, y, z) = \sum_{p} a_{p}(z) \cdot \vec{h}_{p}(x_{p}, y_{p}) \cdot e^{-i\beta_{p}z_{p}} \end{aligned}$$
(4.38)

Só se incluem os modos guiados na expansão; o acoplamento a modos de radiação pode ser incluído, mas as equações acopladas resultantes são mais complicadas e difíceis de resolver. Contudo, a maior parte da radiação ocorre nas zonas de entrada e de saída, pelo que o acoplamento a modos de radiação ao longo das regiões não-paralelas é pequeno, a não-inclusão dos modos de radiação não conduz a erros sérios.

Por substituição de (4.35) a (4.38) na equação (4.34), obtém-se as equações acopladas que governam a evolução dos coeficientes de expansão  $a_1(z) \in a_2(z)$ :

$$\frac{d}{dz} \left[ \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1(z) \\ a_2(z) \end{bmatrix} \right] = -i \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1(z) \\ a_2(z) \end{bmatrix}$$
(4.39)

onde os elementos matriciais são definidos por:

$$\begin{bmatrix} P_{pq} = \frac{1}{4} \int e^{i(\beta_p z_p - \beta_q z_q)} \left( \vec{e}_p^* \times \vec{h}_q + \vec{e}_q \times \vec{h}_p^* \right) \cdot \vec{u}_p dx dy \\ K_{pq} = \frac{1}{4} \omega \varepsilon_o \int e^{i(\beta_p z_p - \beta_q z_q)} \left( n^2 - n_p^2 \right) \vec{e}_p^* \cdot \vec{e}_q dx dy$$

$$(4.40)$$

 $P_{pq}$  é hermítica, isto é,  $P_{pq} = P_{qp}^*$ , e  $P_{pp}$  é independente de z; pode-se, portanto, escolher uma normalização tal que  $P_{pp} = 1$ .

Os coeficientes de auto-acoplamento

$$K_{pp} = \frac{1}{4} \omega \varepsilon_o \int \left( n^2 - n_p^2 \right) \vec{\varepsilon}_p^* \cdot \vec{e}_p \, dx \, dy \tag{4.41}$$

são reais para meios sem perdas, mas os termos de acoplamento mútuo  $K_{pq}$  são complexos, em geral. As partes imaginárias em  $K_{pq}$  e  $P_{pq}$  estão relacionadas com o efeito da inclinação das ondas dos campos guiados nos diferentes guias. É possível estabelecer uma relação entre os coeficientes de acoplamento  $K_{pq}$  e a potência cruzada  $P_{pq}$ .

Assumindo os campos em (4.34) como sendo os modos dos guias isolados, resulta:

4.1.3 Acopladores com Acoplamento Variável

$$\frac{dP_{pq}}{dz} = -i\left(K_{pq} - K_{qp}^*\right) \tag{4.42}$$

Substituindo (4.42) em (4.39), obtém-se:

$$\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \frac{d}{dz} \begin{bmatrix} a_1(z) \\ a_2(z) \end{bmatrix} = -i \begin{bmatrix} K_{11}^* & K_{12}^* \\ K_{21}^* & K_{22}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1(z) \\ a_2(z) \end{bmatrix}$$
(4.43)

que é uma expressão mais simples do que (4.39) para as equações acopladas.

Para meios sem perdas, a potência deve ser conservada. A auto-consistência da teoria apresentada exige que a energia total seja conservada dentro do nível da aproximação assumida em (4.38). A conservação da potência implica que:

$$\frac{d}{dz}\int \left(\vec{E}^* \times \vec{H} + \vec{E} \times \vec{H}^*\right) \cdot \vec{u}_z \, dx \, dy = 0 \tag{4.44}$$

Usando (4.38), (4.44) reduz-se a:

$$\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \frac{d}{dz} \begin{pmatrix} a_1^*(z) \\ a_2^*(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1(z) \\ a_2(z) \end{bmatrix} = 0$$
(4.45)

que pode ser provada usando (4.42) e (4.43).

## 4.1.4 Direccionalidade

Quando a radiação é lançada num dos guias de entrada, como no caso de um comutador óptico ou de um dispositivo WDM, é desejável que toda a potência à saída se concentre num dos guias, figura 4.5. Contudo, e em geral, observa-se uma pequena quantidade de potência no outro guia, causando mau desempenho do acoplador.

### 4.1.4 Direccionalidade



Figura 4.5: Representação esquemática de um comutador formado por um acoplador direccional simétrico uniforme.

Define-se direccionalidade ou razão de extinção de potência,  $\xi$ , para um dado guia de saída, como a potência de saída nesse guia, normalizada pela potência no outro guia de saída. Por exemplo, a direccionalidade na saída 4 do acoplador é dada por  $\xi = \frac{P_4}{P_3}$ , sendo  $P_{3,4}$  as potências de saída respectivas. De forma similar, a direccionalidade à saída do acoplador para o guia 3 é dada por  $\xi = \frac{P_3}{P_4}$ .

O acoplamento dos modos dos guias 1 e 2,  $E_1$  e  $E_2$ , aos modos próprios do acoplador,  $E_e$  e  $E_o$ , que determina a direccionalidade. Quando o acoplamento é fraco  $E_e$  e  $E_o$  aproximam-se a  $E_1 + E_2$  e a  $E_1 - E_2$ , respectivamente. O campo de entrada, no guia 1, excita de forma quase igual os modos  $E_e$  e  $E_o$ , e neste caso a direccionalidade é elevada, para  $L = (2m+1)L_c$ , porque  $P_4 \gg P_3$ . No caso extremo, quando os guias são estreitos e estão muito próximos, o modo  $E_o$ está praticamente em corte. O acoplamento de  $E_1$  a  $E_o$  é praticamente zero, sendo próximo de um para  $E_e$ . Portanto, a saída apresenta igual potência em ambos os guias, e a direccionalidade é 1, isto é, a potência é repartida igualmente por ambos os guias de saída.

A transferência de potência é máxima quando o comprimento de interacção L é exactamente igual ao comprimento de acoplamento  $L_c$ , ou a um múltiplo inteiro ímpar de  $L_c$ , e a potência no guia 3 é desprezável para S > W. Quando o comprimento de interacção L não é exactamente um número ímpar de comprimentos de acoplamento, a potência no guia 3 não é desprezável. Usando uma análise de perturbação sobre (4.33), a direccionalidade no guia 4 é proporcional a  $\left(\frac{\pi\Delta L}{2L_c}\right)^{-2}$ , onde  $\Delta L = L - (2m - 1)L_c$  é a variação no comprimento requerido para obter-se a máxima transferência de energia.

Para um dado acoplador uniforme, a direccionalidade pode ser melhorada se o campo de excitação  $E_1$  incidir com um deslocamento lateral relativamente ao centro do guia 1; nesta

situação é possível excitar equilibradamente ambos os modos normais do acoplador. Este desvio lateral, contudo, aumenta as perdas.

A direccionalidade, além de depender das condições de excitação, depende do grau de acoplamento (separação entre guias, figura 4.2). O uso de acopladores com acoplamento variável [17], e o afastamento progressivo dos guias de saída do acoplador, figura 4.6, aumentam a direccionalidade, sem aumentar significativamente as perdas.

Considere-se o campo  $E_1$  no guia 1. O acoplamento de  $E_1$  a  $E_e$  e a  $E_o$  depende da geometria da região de transição, que sempre existe num dispositivo prático. Em geral, tem-se:

$$E_1 \cong a_e E_e + a_o E_o \tag{4.46}$$



Figura 4.6: Representação esquemática de um acoplador direccional prático de dois guias.

Por simetria, se fosse excitado o guia 2, ter-se-ia:

$$E_2 \cong a_e E_e - a_o E_o \tag{4.47}$$

Em geral, o acoplamento a  $E_e$  é maior do que a  $E_o$ .

Para um acoplador direccional simétrico com comprimento igual a  $L_c$ , o campo na saída é, a menos de um factor de fase,  $a_e E_e - a_o E_o$  (a maior parte da energia está concentrada no guia 4). Se a região final de acoplamento é idêntica à região de entrada, então, por reciprocidade, os coeficientes de acoplamento de  $E_e$  ( $E_o$ ) a  $E_1$  e a  $E_2$  podem ser encontrados a partir das equações (4.46, 4.47), como sendo  $a_e$  ( $a_o$ ) e  $a_e$  (- $a_o$ ), respectivamente. As potências nos guias de saída 3 e 4 são  $a_e^2 - a_o^2$  e  $a_e^2 + a_o^2$ , respectivamente. A direccionalidade é dada por:

$$\xi \simeq \frac{a_e^2 + a_o^2}{a_e^2 - a_o^2} \tag{4.48}$$

A direccionalidade aumenta com a diminuição do acoplamento, aumentando exponencialmente com S, e depende dos factores que condicionam o acoplamento (características geométricas dos guias, contraste de índice e comprimento de onda).

A figura 4.7 representa a variação da direccionalidade (em dB) com a separação entre guias S, para um acoplador uniforme com as características nominais [19]: *(i)* guia 1:  $W_1$ =6.0 µm,  $T_1$ =6.0 µm,  $n_{núcleo}$ =1.4850,  $n_{substrato}$ =1.4800; *(ii)* guia 2:  $W_2$ =6.0 µm,  $T_2$ =6.0 µm,  $n_{núcleo}$ =1.4850,  $n_{substrato}$ =1.4800. Assumimos que os comprimentos de onda de operação são  $\lambda_1 = 1.30 \ \mu m$  e  $\lambda_2 = 1.55 \ \mu m$ .

Verifica-se que os valores da direccionalidade são menores a  $1.55 \ \mu m$  do que a  $1.30 \ \mu m$ ; tal deve-se ao menor confinamento, pelos guias, da radiação de maior comprimento de onda.



Figura 4.7: Direccionalidade no acoplador com as características indicadas no texto, em função da separação entre guias, para os comprimentos de onda 1.30  $\mu$ m e 1.55  $\mu$ m,  $L = L_c (1.30 \,\mu\text{m})$  e  $L = L_c (1.55 \,\mu\text{m})$ .

## 4.1.5 MUX/DEMUX Baseado num Acoplador Direccional

O comportamento selectivo em comprimento de onda de um acoplador direccional é resultado da dependência do comprimento de acoplamento  $L_c$  no comprimento de onda. Este efeito tem sido utilizado para implementar, principalmente, dois tipos de dispositivos WDM: acopladores direccionais simétricos e multiplexadores TMI. O objectivo desta secção é determinar a configuração de um acoplador direccional de dois guias em canal, de secção quadrada e com perfil de índice de refracção em degrau, para aplicação em WDM de sinais a 1.30  $\mu$ m e a 1.55  $\mu$ m, que apresente "crosstalk" inferior a -20 dB, aplicando a teoria explanada na secção 4.1.2.

O acoplamento entre guias deve ser fraco, de forma a permitir bom isolamento de canais à saída, isto é, elevada direccionalidade e baixo "crosstalk", figura 4.7. Os acopladores assimétricos uniformes só apresentam elevada direccionalidade para comprimentos de onda próximos do comprimento de onda de sincronismo; o "crosstalk" será elevado para pequenos desvios de sincronismo, sendo o acoplador assimétrico particularmente indicado para filtragem de um canal. Não satisfazem, portanto, os requisitos exigidos a um dispositivo WDM prático com bom isolamento de canais em bandas não demasiado estreitas. Os acopladores direccionais simétricos, pelo contrário, e quando o acoplamento entre guias é fraco, apresentam elevada direccionalidade sempre que o comprimento de interacção seja igual a um múltiplo inteiro do comprimento de acoplamento qualquer que seja o comprimento de onda  $L = L_c(\lambda)$ .

Considera-se um acoplador uniforme formado pelos guias de onda com as seguintes características nominais [19]: *(i)* guia 1:  $W_1$ =6.0 µm,  $T_1$ =6.0 µm,  $n_{núcleo}$ =1.4850, nsubstrato=1.4800; *(ii)* guia 2:  $W_2$ =6.0 µm,  $T_2$ =6.0 µm,  $n_{núcleo}$ =1.4850, nsubstrato=1.4800. Os comprimentos de onda de operação são  $\lambda_1$  = 1.30 µm e  $\lambda_2$  = 1.55 µm. Os valores nominais dos parâmetros do acoplador correspondem a guias de secção quadrada e iguais, mas admite-se a ocorrência de desvios nesses parâmetros, figura 4.8.



Figura 4.8: Representação esquemática de um acoplador formado por dois guias uniformes de secção rectangular separados de uma distância S.

Usando o método dos índices efectivos, apresentado na secção 2.5, a configuração 3D é transformada numa configuração 2D correspondente a dois guias planares acoplados, representada na figura 4.9.



Figura 4.9: Representação esquemática da transformação do guia 3D, de secção rectangular, num guia planar, por aplicação do método dos índices efectivos.

Os guias planares equivalentes são caracterizados por:

- (*i*) guia 1:  $W_1 = 6.0 \,\mu\text{m}, \, n_{ef,nucleo}(1.30 \,\mu\text{m}) = 1.4835 \,\text{e} \, n_{ef,nucleo}(1.55 \,\mu\text{m}) = 1.4831$
- (*ii*) guia 2:  $W_2 = 6.0 \,\mu\text{m}, \, n_{ef.núcleo}(1.30 \,\mu\text{m}) = 1.4835 \,\text{e} \, n_{ef.núcleo}(1.55 \,\mu\text{m}) = 1.4831$
- (*iii*) índice de refracção do substrato: n<sub>substrato</sub>=1.4800.

As características do acoplador direccional necessárias ao projecto do dispositivo WDM são: o comprimento de interacção (*L*) e a separação entre guias (*S*). Estes parâmetros são condicionados pela dimensão máxima desejável para o dispositivo, pela separação entre canais  $\Delta \lambda = \lambda_2 - \lambda_1$  e pelos níveis máximos de "crosstalk" impostos; geralmente, exige-se "crosstalk" inferior a -20 dB.

Para, num acoplador direccional uniforme com comprimento de interacção L, ocorrer a separação espectral de radiação de dois comprimentos de onda  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  ( $\lambda_2 > \lambda_1$ ), os modos próprios do acoplador devem estar, à saída, em fase para o comprimento de onda  $\lambda_2$  ( $\lambda_1$ ) e em oposição de fase para o comprimento de onda  $\lambda_1$  ( $\lambda_2$ ), respectivamente. Assim, o comprimento da região de interacção do acoplador L correspondente deve ser igual a um número ímpar de comprimentos de acoplamento para  $\lambda_1$ ,  $L_c(\lambda_1)$ , e a um número par de comprimentos de acoplamento para  $\lambda_2$ ,  $L_c(\lambda_2)$ :  $L = (2m_1 - 1)L_c(\lambda_1) = 2m_2L_c(\lambda_2)$ , onde  $m_1$  e  $m_2$  são números naturais. Deve ter-se presente que  $L_c(\lambda_1)$  é sempre maior que  $L_c(\lambda_2)$ , porque o confinamento da radiação em cada guia diminui com o aumento do comprimento de onda; em consequência, aumenta o acoplamento entre os modos dos guias, diminuindo o comprimento de acoplamento.

A figura 4.10 representa esquematicamente um acoplador com comprimento de interacção  $L = L_c(\lambda_1) = 2L_c(\lambda_2), \lambda_2 > \lambda_1$ . Nestas condições, à saída do acoplador, a radiação  $\lambda_2$  está quase toda concentrada no guia 1, enquanto a radiação  $\lambda_1$  está concentrada, principalmente, no guia 2.

Como foi referido na secção 4.1.4, há sempre alguma radiação residual  $\lambda_2$  no guia 2 e  $\lambda_1$  no guia 1, isto é, não é possível o isolamento perfeito dos dois sinais num acoplador uniforme.



Figura 4.10: Acoplador direccional de dois guias com região de acoplamento uniforme e comprimento de interacção L, excitado com radiação de dois comprimentos de onda: MUX/DEMUX de dois canais  $\lambda_1 e \lambda_2$ , com  $\lambda_2 > \lambda_1$ .

Um acoplador direccional capaz de actuar como dispositivo multiplexador/desmultiplexador para os comprimentos de onda  $\lambda_1$ =1.30 µm e  $\lambda_2$ =1.55 µm, é avaliado em seguida, incluindo as respectivas tolerâncias.

Considerando inicialmente um acoplador direccional uniforme, a figura 4.11 mostra o comprimento de acoplamento e a razão  $L_c(\lambda_1)/L_c(\lambda_2)$  em função da separação S entre guias de onda, para os comprimentos de onda de operação.

A figura 4.11 mostra que a condição para a separação espacial da radiação no acoplador direccional,  $L_c(\lambda_1)/L_c(\lambda_2) = 2$ , com as características nominais atrás indicadas ocorre para uma separação entre guias S=7.26 µm. A figura 4.11 (b) mostra que o acoplador é pouco sensível ao estado de polarização da radiação.



Figura 4.11: (a) Variação de  $L_C$  em função da separação entre guias S, para um acoplador com as características acima referidas [19], e para os comprimentos de onda 1.30 µm e 1.55 µm. (b)  $L_C(\lambda_1)/L_C(\lambda_2)$  em função da separação entre guias S, para as polarizações TE e TM, para a mesma situação referida em (a).

As figuras 4.12 mostram a evolução da potência nos guias de um acoplador com as características nominais e para  $S=7.26 \mu m$ .



Figura 4.12: Evolução da potência na direcção de propagação, nos guias 1 (a) e 2 (b), para os comprimentos de onda 1.30  $\mu$ m e 1.55  $\mu$ m.

Constata-se que, para certos valores de *L*, a potência nos guias é muito próxima de zero, indicando que, neste acoplador específico, o acoplamento é fraco; para o comprimento de interação de *L* $\approx$ 7 mm, a radiação de comprimento de onda  $\lambda_1 = 1.30 \mu$ m concentra-se no guia 2, enquanto a radiação de comprimento de onda  $\lambda_2 = 1.55 \mu$ m concentra-se no guia 1 (guia excitado).

O isolamento ou "crosstalk" do dispositivo MUX/DEMUX de dois canais (secção 1.1), baseado no acoplador direccional de dois guias, é (em dB):

$$\begin{bmatrix} \chi_{3,dB} = 10 \cdot Log \begin{bmatrix} P_3(\lambda_1) \\ P_3(\lambda_2) \end{bmatrix} \\ \chi_{4,dB} = 10 \cdot Log \begin{bmatrix} P_4(\lambda_2) \\ P_4(\lambda_1) \end{bmatrix}$$
(4.49)

A figura 4.13 (a) representa o "crosstalk" em dB em função da separação S entre guias de onda, assumindo  $L = L_c (1.30 \,\mu m)$ . A figura 4.13 (b) mostra a influência no "crosstalk" de variações do comprimento de interacção em torno do valor óptimo  $L_c (\lambda_1) = 2L_c (\lambda_2) \approx 7 \text{ mm}$ , S=7.26  $\mu$ m.



Figura 4.13: (a) "Crosstalk" em função da separação entre guias,  $L = L_c (1.30 \,\mu\text{m})$ . (b) "Crosstalk" em função do comprimento do dispositivo (6.5 mm < L <7.5 mm), com S=7.26  $\mu$ m.

Escolhendo S=7.26 µm e o comprimento de interacção  $L\approx7$  mm, o acoplador com estas características isola a radiação  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$ , e os valores de "crosstalk" são inferiores a -20 dB.

As figuras 4.14 e 4.15 mostram a variação do "crosstalk em torno das dimensões nominais dos guias 1 e 2, assumindo  $L\approx7$  mm e S=7.26 µm.



Figura 4.14: "Crosstalk" em função das características geométricas do guia 1: (a) altura  $W_1$ ; (b) largura  $T_1$ .



Figura 4.15: "Crosstalk" em função das características geometricas do guia 2: (a) altura  $W_2$ ; (b) largura  $T_2$ .

A figura 4.16 (a) mostra a resposta no comprimento de onda do acoplador uniforme na configuração  $S_{optimo} = 7.26 \,\mu\text{m} \text{ e } L_{optimo} = 7 \,\text{mm}$ . A figura 4.16 (b) refere-se a um dispositivo com as mesmas características, mas com comprimento de interacção  $L = 3L_{optimo}$ .



Figura 4.16: (a) Potência nos guias do acoplador em função do comprimento de onda, com  $L = L_{optimo}$ ; (b) com  $L = 3L_{optimo}$ . A radiação de comprimento de onda 1.30 µm encontra-se concentrada no guia 2, enquanto a radiação de comprimento de onda 1.55 µm se concentra no guia 1. S=7.26 µm.

Para o acoplador da figura 4.16 (a) a largura de banda do canal  $\lambda_1$ =1.30 µm correspondente a uma perda de potência de 0.1 dB é  $\Delta\lambda_{1;-0.1\,dB} \cong 27$  nm, e para o canal  $\lambda_2$ =1.55 µm é  $\Delta\lambda_{2;-0.1dB} \cong 22$  nm. Para o acoplador da figura 4.16 (b) tem-se  $\Delta\lambda_{1;-0.1\,dB} \cong 9$  nm e  $\Delta\lambda_{2;-0.1dB} \cong 7$  nm. A largura de banda de cada canal diminuiu cerca de 3 vezes.

### **Acoplador Prático**

Um acoplador formado por guias uniformes, não tem, em geral interesse prático; ao acoplador estão ligados outros dispositivos ou guias, implicando a utilização de guias não-rectilíneos, figura 4.17. Os ramos de entrada e de saída correspondem a secções de acoplamento variável.



Figura 4.17: Representação de um acoplador de dois guias prático, indicando os guias de entrada (1 e 2) e de saída (3 e 4). Os guias de onda 1, 2, 3 e 4 são guias monomodo nos comprimentos de onda de operação.

Como se referiu o comprimento mínimo do acoplador é determinado pela diferença entre as constantes de propagação do modo par ( $\beta_e$ ) e do modo ímpar ( $\beta_o$ ) acumulada ao longo da propagação. A diferença de fase total é a soma das diferenças de fase nas regiões convergente  $\phi_c$ , divergente  $\phi_d$  e uniforme  $\phi_u$  [20]:

$$\begin{aligned}
\phi &= \phi_c + \phi_u + \phi_d \\
\phi_{c,d} &= \int_{c,d} \Delta \beta_{c,d}(z) dz \\
\phi_u &= \Delta \beta_u L_u
\end{aligned}$$
(4.50)

com  $\Delta\beta_{c,d}(z) = \beta_{e;c,d}(z) - \beta_{o;c,d}(z)$  nas regiões de afastamento variável e  $\Delta\beta_u = \beta_{e,u} - \beta_{o,u}$  na região de acoplamento uniforme; *c* e *d* indicam regiões de afastamento variável e *u* indica região de afastamento constante ou nulo. A condição de separação espectral da radiação é:

$$\begin{aligned}
\phi(L_{total, \delta ptimo}, \lambda_1) &= (2m_1 - 1)\pi \\
\phi(L_{total, \delta ptimo}, \lambda_2) &= 2m_2\pi
\end{aligned}$$
(4.51)

O comprimento da região de interacção uniforme de um acoplador com esta configuração é menor do que num acoplador uniforme, devido ao acoplamento adicional nas regiões de afastamento e aproximação.

A figura 4.18 (a) representa a configuração de um acoplador real com separação entre guias, na entrada e na saída, de 250  $\mu$ m (para permitir acoplamento a fibras monomodo), comprimento total de 13.7 mm, comprimento da região de interacção uniforme de 6.263 mm e separação mínima entre guias de 7.2  $\mu$ m. A figura 4.18 (b) mostra a potência normalizada no ramo da esquerda, para os dois comprimentos de onda, ao longo da propagação.

Apresenta-se de seguida a análise do dispositivo com a configuração óptima, em termos de variação dos níveis de "crosstalk" devido a variações de geometria ou de índice de refracção em torno dos valores nominais/óptimos, figuras 4.19-4.21.



Figura 4.18: (a) Localização dos eixos dos guias do acoplador real, (b) Evolução da potência no ramo do acoplador indicado a tracejado em (a) ao longo da propagação.



Figura 4.19: "Crosstalk" em função da separação entre guias S na região uniforme do acoplador completo.



Figura 4.20: "Crosstalk" em função do índice de refracção do núcleo dos guias  $(n_1 = n_2)$  (a) e do índice do substrato  $n_s$  (b).



Figura 4.21: "Crosstalk" em função das características geométricas dos guias 1 e 2: (a) altura  $W_1 = W_2$ ; (b) largura  $T_1 = T_2$ ; (c) secção ( $T_i = W_i$ ).

A figura 4.22 (a) mostra a potência na saída nos dois comprimentos de onda, para o acoplador real com a configuração óptima. A figura 4.22 (b) mostra a função de transferência em comprimento de onda para o acoplador da figura 4.22 (a).



Figura 4.22: (a) Potência na saída do acoplador com as características indicadas no texto. O "crosstalk" no guia 3 é  $\approx$ -48.9 dB e no guia 4 é  $\approx$ -49.4 dB. (b) Função de transferência em comprimento de onda para o acoplador da figura (a).

A figura 4.23 mostra uma simulação BPM-FFT (2D) da propagação no dispositivo analisado, para os dois comprimentos de onda nominais.

(a)

(b)

Figura 4.23: Intensidade (u.a.) ao longo do dispositivo em análise para o comprimento de onda (a)  $\lambda_1 = 1.30 \ \mu m$ , (b)  $\lambda_2 = 1.55 \ \mu m$ .

### 4.2 Acoplador Direccional TMI

## 4.2 Acoplador Direccional TMI

Um dispositivo WDM, baseado em acopladores direccionais de dois guias, torna-se muito longo quando a separação espectral entre canais é pequena. O acoplador de dois modos (TMI) foi proposto para resolver este problema [20-23].

Um acoplador de dois modos (acoplador TMI) é constituído por um guia de onda de comprimento L (a região de interacção ou de acoplamento), que suporta os dois modos guiados de ordem mais baixa, para cada polarização: o modo fundamental  $E_e$  (par) e o modo de primeira ordem  $E_o$  (ímpar). Às extremidades da região de acoplamento estão acoplados, adiabaticamente, os dois guias de entrada e os dois guias de saída monomodo, como mostra a figura 4.24. O acoplador de dois modos é semelhante a um acoplador direccional em que a separação entre guias é nula. A interferência apropriada entre os modos normais do dispositivo ocorre após a propagação em distâncias substancialmente menores que as de um acoplador direccional. Assim, é usado, em muitos casos, na implementação de dispositivos para WDM denso.



Figura 4.24: Configuração de um acoplador de dois modos (TMI) para operar como MUX/DEMUX de dois canais.

## 4.3. Acoplador Direccional de Três Guias

Em acopladores direccionais de dois guias é necessário, em geral, introduzir curvaturas nos ramos de entrada e de saída, que provocam perdas por acoplamento de modos guiados a modos de radiação. Estas perdas diminuem com o aumento do raio de curvatura, e são tanto maiores quanto menor for o confinamento da radiação nos guias de onda. Assim, e para que os dispositivos apresentem baixas perdas, os raios de curvatura devem ser elevados, apresentando os dispositivos grandes dimensões (na escala da óptica integrada). A introdução de um terceiro guia (acoplador de três guias) elimina a necessidade de curvaturas, ou permite que as regiões com curvaturas sejam mais curtas, sendo compatível com confinamento fraco (logo, boa

direccionalidade) e mantendo comprimentos de acoplamento entre os guias exteriores da mesma ordem que no acoplador direccional de dois guias.

## 4.3.1 Análise de um Acopladores de Três Guias Planares [24-26]

A operação de um acoplador de três guias é mais complicada do que a de um acoplador de dois guias, pois o número de modos que a estrutura suporta é maior. Considera-se, como exemplo, um acoplador formado por três guias planares, figura 4.25. O acoplador corresponde a uma estrutura de sete camadas com extensão infinita na direcção y.

Se os guias individuais são monomodo, para o comprimento de onda  $\lambda$ , o acoplador, em geral, é uma estrutura com três modos, para esse  $\lambda$ .

Considerando uma estrutura simétrica relativamente ao núcleo do guia central, e tendo em conta essa simetria, é possível fazer uma análise electromagnética exacta do problema, resultando nas componentes do campo e na equação caracterísica da estrutura, cujas soluções correspondem aos modos normais.



Figura 4.25: (a) Esquema de um acoplador de três guias: (b) Representação esquemática dos três modos normais de ordem mais baixa de uma estrutura de três guias paralelos;  $\beta_i$  é a constante de propagação do modo normal de ordem i [26].

Há perfeito batimento, com período constante, entre os modos ao longo do comprimento do acoplador quando as constantes de propagação dos modos normais guiados estão igualmente espaçadas,  $\beta_A - \beta_B = \beta_B - \beta_C$ , ou  $2\beta_B - \beta_A - \beta_C = 0$  (condição de sincronismo de fase para os supermodos da estrutura). A condição  $2\beta_B - \beta_A - \beta_C = 0$ , em geral, não é satisfeita quando os

### 4.3.1 Análise de um Acopladores de Três Guias Planares

três guias são iguais [26]. Todavia, aumentando a largura ou o índice de refracção do guia central, ou afastando suficientemente os guias, a condição de sincronismo é verificada [26]. Verifica-se que, ajustando devidamente as constantes de propagação, o máximo  $P_{saida}/P_{ent.}$  é superior a 99% para  $(k_1^2 - k_2^2)d^2 \approx 1.5$  e torna-se superior a 99.8% à medida que  $(k_1^2 - k_2^2)d^2$ tende para  $(\frac{\pi}{2})^2$  [25] sendo  $k_{1,2} = n_{1,2}k_0$ . Contudo, as variações no índice e na largura são, em geral, muito pequenas [26]; com a tecnologia empregue, provavelmente não será possível obter respectivamente estas pequenas diferenças, num processo de fabricação em massa. A alteração de índice é fácil de obter em certos materiais, usando o efeito electro-óptico.

Se o acoplador for usado para transferir energia do guia central para os guias laterais, ou viceversa (isto é, quando é usado como divisor de potência ou combinador), só os dois modos pares são excitados. Assim, os modos simétricos (modos A e C), excitados em fase em z=0, somam-se no guia central e subtraem-se nos guias exteriores. Após propagação na distância  $z=L_c = \frac{\pi}{\beta_d - \beta_c}$ , os modos A e C estarão em oposição de fase, subtraindo-se no guia central e somando-se nos guias exteriores. Acopladores de três guias simétricos podem ser usados como divisores de potência ou combinadores, com características similares a junções Y. No regime de acoplamento fraco, o comprimento de interacção necessário para se obter transferência total de potência do guia central para os guias laterais é  $\sqrt{2}$  vezes menor do que no caso do acoplador de dois guias [27].

Quando um dos guias exteriores é o guia de entrada, a situação é mais complicada, pois os três modos são excitados, quase de igual forma. Em z=0, os modos A e C são excitados em oposição de fase, subtraindo-se no guia central e adicionando-se nos guias laterais. O modo B é excitado em oposição de fase, adiciona-se aos modos A e C no guia de entrada exterior, e é subtractivo no outro guia exterior. No regime de acoplamento fraco, a condição de sincronismo entre modos  $(2\beta_B - \beta_A - \beta_C = 0)$ , é aproximadamente satisfeita. Neste caso, a potência é transferida do guia de entrada exterior para o outro guia exterior do acoplador, após propagação na distância z=2 $L_c$ . O comprimento de acoplamento é duas vezes maior do que no caso do guia central ser o guia de entrada, e é  $\sqrt{2}$  maior do que para um acoplador de dois guias [27].

Quando a condição de sincronismo é verificada, a eficiência de transferência de potência entre guias exteriores é limitada unicamente pela potência perdida para os modos de radiação à entrada do acoplador, devido à não coincidência entre o campo de entrada e a combinação linear dos três modos do acoplador que mais se assemelha ao campo de entrada; o mesmo acontece na saída. Este tipo de limitação ocorre também quando o acoplador actua como divisor ou combinador.

### 4.3.2 Teoria de Acoplamento de Modos de um Acoplador de Três Guias

### 4.3.2 Teoria de Acoplamento de Modos de um Acoplador de Três Guias [28,29]

Em geral, os modos normais de estruturas constituidas por dois ou mais guias são difíceis de determinar. Uma excepção será o caso de guias planares multicamada, uniformes. É possível determinar numericamente esses modos de forma simples [30]. Pode-se, contudo, estudar a propagação de radiação na estrutura, de forma aproximada, aplicando a teoria de acoplamento de modos aos modos próprios dos guias.

Ignorando o contínuo de modos de radiação e os modos que se propagam em sentido contrário, podemos expandir o campo da estrutura numa combinação linear dos modos guiados dos guias isolados,  $\vec{E}_m(x,y)e^{i(\omega t - \beta_m z)}$ :

$$\vec{E}(x,y,z;t) = \sum_{m} a_m(z) \cdot \vec{E}_m(x,y) e^{i(\omega t - \beta_m z)}$$
(4.52)

Assume-se que os três guias monomodo isolados suportam modos guiados com constantes de propagação  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  e  $\beta_3$ , figura 4.26.

Considera-se unicamente acoplamento entre guias vizinhos, i. e., despreza-se o acoplamento directo entre os guias exteriores, que é muito menor que o acoplamento entre guias vizinhos. Note-se que não é possível a transferência completa de potência entre guias se o acoplamento entre os guias 1 e 2 for diferente do acoplamento entre os guias 2 e 3.



Figura 4.26: Representação esquemática de um acoplador de três guias monomodo;  $\beta_i \acute{e}$  a constante de propagação do modo fundamental do guia i isolado.

De acordo com a teoria de acoplamento de modos, a amplitude  $a_i(z)$ , do campo no guia *i* (*i* = 1,2,3; o guia 2 é o guia central), é determinada pela equação

#### 4.3.2 Teoria de Acoplamento de Modos de um Acoplador de Três Guias

$$\frac{d}{dz}\begin{bmatrix}a_1(z)\\a_2(z)\\a_3(z)\end{bmatrix} = -i\begin{bmatrix}\beta_1 & K & 0\\K & \beta_2 & K\\0 & K & \beta_3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a_1(z)\\a_2(z)\\a_3(z)\end{bmatrix}$$
(4.53)

sendo K o coeficiente de acoplamento entre guias vizinhos (suposto igual entre os pares).

Existe solução analítica para a equação anterior quando  $\beta_1 = \beta_3$  ou  $\beta_1 - \beta_2 = \beta_2 - \beta_3$  [28]. O caso com interesse para WDM é o do acoplador simétrico ( $\beta_1 = \beta_3$ ), em que a condição de sincronismo pode ser satisfeita. A solução, quando  $\beta_1 = \beta_3$ , é:

$$\begin{bmatrix} a_{1}(z) \\ a_{2}(z) \\ a_{3}(z) \end{bmatrix} = \exp(-i\phi) \begin{bmatrix} A + \exp(-i\phi)/2 & B & A - \exp(-i\phi)/2 \\ B & 2A^{*} & B \\ A - \exp(-i\phi)/2 & B & A + \exp(-i\phi)/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{1}(0) \\ a_{2}(0) \\ a_{3}(0) \end{bmatrix}$$
(4.54)

onde:

$$\begin{bmatrix}
A = \frac{1}{2}\cos(\alpha z) - \frac{i(\beta_1 - \beta_2)\sin(\alpha z)}{4\alpha} \\
B = \frac{iK\sin(\alpha z)}{\alpha} \\
\phi = \frac{(\beta_1 + \beta_2)z}{2} \\
\phi = \frac{(\beta_1 - \beta_2)z}{2} \\
\alpha = \frac{\sqrt{(\beta_1 - \beta_2)^2 + 8K^2}}{2}
\end{bmatrix}$$
(4.55)

Quando o acoplador é excitado através de um dos guias exteriores, pode ser usado para transferir potência deste guia para o outro guia exterior. Quando o acoplador é excitado desta forma, os três modos próprios da estrutura tomam parte no processo.

Neste caso, o batimento periódico ao longo da distância de propagação só ocorre se  $2\beta_B - \beta_A - \beta_C = 0$ ; assim, o guia central deve ser mais largo ou apresentar um índice de refracção superior ao dos guias exteriores, ou a separação entre guias deverá ser superior à largura dos guias.

### 4.3.2 Teoria de Acoplamento de Modos de um Acoplador de Três Guias

As condições iniciais de excitação correspondentes ao acoplador de três guias excitado num dos guias exteriores (é este o caso com interesse em WDM) são:

$$\begin{pmatrix} a_1(0) \\ a_2(0) \\ a_3(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$
(4.56)

As amplitudes na posição z são:

$$\begin{pmatrix} a_{1}(z) \\ a_{2}(z) \\ a_{3}(z) \end{pmatrix} = \exp(-i\phi) \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\cos(\alpha z) - \frac{i(\beta_{1} - \beta_{2})\sin(\alpha z)}{4\alpha} + \frac{\exp(-i\phi)}{2} \\ \frac{iK\sin(\alpha z)}{\alpha} \\ \frac{1}{2}\cos(\alpha z) - \frac{i(\beta_{1} - \beta_{2})\sin(\alpha z)}{4\alpha} - \frac{\exp(-i\phi)}{2} \end{pmatrix}$$
(4.57)

Toda a potência num guia de entrada exterior é transferida para o guia exterior oposto num comprimento  $L_{c_{1\rightarrow3}} = \frac{\pi}{\alpha}$ . O comprimento  $L_c$  da região de interacção, para transferência completa de potência entre os guias exteriores num acoplador de três guias, é  $\sqrt{2}$  vezes o comprimento para um acoplador de dois guias, como podemos verificar comparando as expressões para  $\alpha$  (4.) e  $\sigma$  (secção 4.8).

Conclui-se, da análise da equação (4.57), que a resposta de um acoplador de três guias, quando excitado num dos guias exteriores, e para  $\sqrt{2}KL = \pi$ , é:

$$T(\delta, L) = \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{\delta L}{\pi}\right)^2}\right]^2 \sin^4 \left[\frac{\pi}{2}\sqrt{1 + \left(\frac{\delta L}{\pi}\right)^2}\right]$$
(4.58)

que é o quadrado da expressão análoga para um acoplador de dois guias [29]. As características de transferência do acoplador de três guias são, em muitos aspectos, superiores às do acoplador de dois guias: são filtros mais estreitos, e podem funcionar como divisores, combinadores ou como dispositivos de transferência de potência.

#### 4.3.3 Mux/Demux Baseado num Acoplador de Três Guias

O acoplador de três guias com interesse em WDM é simétrico relativamente ao guia central, isto é, os guias exteriores são guias semelhantes ( $\beta_1 = \beta_3$ ). A figura 4.27 representa um acoplador de três guias com as respectivas regiões de aproximação e afastamento. Só é necessário considerar a região de acoplamento uniforme, pois para as separações entre os guias 1 e 3 em causa, 2S+2D+2d, com S≥d o acoplamento entre guias exteriores é desprezável.



Figura 4.27: Representação esquemática de um acoplador de três guias real.

Apresenta-se, em seguida, a caracterização de um acoplador direccional de três guias capaz de actuar como dispositivo multiplexador/desmultiplexador para os comprimentos de onda  $\lambda_1=1.30 \ \mu\text{m} \ e \ \lambda_2=1.55 \ \mu\text{m}$ , incluindo as respectivas tolerâncias. A figura 4.28 (a) mostra que a condição  $L_c(\lambda_1)/L_c(\lambda_2)=2$  se obtém para S<sub>12</sub>=S<sub>23</sub>=7.3 µm; a figura 4.28 (b) indica que valores bons de "crosstalk" são possíveis.



Figura 4.28: (a) Razão  $L_c(\lambda_1)|L_c(\lambda_2)$  em função da separação entre guias S12=S23. (b) "Crosstalk" em função da separação entre guias S12=S23, assumindo  $L = L_c(\lambda_1)$ .

A figura 4.29 (a) indica que o comprimento óptimo do dispositivo é L=10 mm; a figura 4.30 (b) mostra a potência nas saídas desse acoplador.



Figura 4.29: (a) "Crosstalk" em função do comprimento do acoplador, assumindo  $S12=S23=7.3 \ \mu\text{m}$ ; o "crosstalk" para  $z\approx 10 \ \text{mm} \ \acute{e} -65 \ dB$  no guia 1 e -49 dB no guia 3. (b) Potência à saída de um acoplador uniforme com comprimento de acoplamento de  $\approx 10 \ \text{mm}$ , quando excitado por radiação de comprimentos de onda 1.30  $\ \mu\text{m} \ e$  1.55  $\ \mu\text{m}$ .

A figura 4.30 mostra a evolução da potência nos três guias para ambos os comprimentos de onda, na configuração óptima.



Figura 4.30: Potência ao longo dos guias do acoplador para  $\lambda_1 = 1.30 \,\mu m$  (a) e para  $\lambda_2 = 1.55 \,\mu m$  (b):  $S12=S23=7.3 \,\mu m$ .

Confirma-se que a região de interacção  $\sqrt{2}$  vezes mais longa do que no caso do acoplador de dois guias. O acoplador de três guias apresenta menor "crosstalk", devido à grande separação entre guias exteriores.

A figura 4.31 compara a função de transferência espectral do acoplador óptimo de três guias com o quadrado da função análoga para o acoplador de dois guias com os parâmetros indicados na legenda.



Figura 4.31: (a) Função de transferência em comprimento de onda de um acoplador uniforme de três guias com comprimento de acoplamento de L $\approx$ 10 mm e S12=S23=7.3 µm. (b) Quadrado da função de transferência em comprimento de onda de um acoplador uniforme de dois guias com comprimento de  $\approx$ 7 mm e S $\approx$ 7.3 µm.

# Tolerâncias

Foram variados alguns dos parâmetros de desenho do acoplador de três guias em torno dos valores nominais/óptimos, tendo-se obtido os resultados das figuras 4.32-4.35.



Figura 4.32: "Crosstalk" em função da separação entre guias  $S_{12} = S_{23}$  (a) e do comprimento da região uniforme do acoplador L (b).



Figura 4.33: "Crosstalk" em função do índice de refracção do núcleo do guia 1  $n_1$  (a), do índice do núcleo do guia 2  $n_2$  (b), e do índice de refracção do substrato  $n_s$  (c).





Figura 4.34: "Crosstalk" em função das características geométricas do guia 1: (a) da altura  $D_1$ ; (b) da largura  $A_1$ ; (c) da secção ( $A_1 = D_1$ ).



Figura 4.35: "Crosstalk" em função das características geométricas do guia 1: (a) da altura  $D_2$ ; (b) da largura  $A_2$ ; (c) da secção ( $A_2 = D_2$ ).

Este dispositivo requer claramente apertadas tolerâncias [26].

## 4.4 Acoplador Direccional MMI

Seja um guia planar cuja espessura T permite a existência de um único modo TE (ou TM) com distribuição de campo  $\Gamma(y)$  e constante de propagação  $\beta = \frac{2\pi N}{\lambda}$ , onde N denota o índice efectivo do modo. Limitando as dimensões do guia de onda na direcção transversal x, o guia de onda 3D obtido, de secção rectangular de largura W e de espessura T, figura 4.36, pode propagar um número M de modos transversais guiados, com factores de propagação  $exp(i\beta_m z)$ , com m = 0, 1, 2, ..., M.

Em guias com muitos modos, M >> 1, as distribuições de campo, no núcleo do guia, dos modos de ordem mais baixa (m << M), isto é, dos modos bem confinados, são em boa aproximação dadas por  $E_m(x,y) = \Gamma(y)G_m(x)$ , com  $G_m(x) = sin\gamma_m x$ .



Figura 4.36: Representação esquemática da secção transversal ( $W \times T$ )de um guia de onda 3D, obtido por limitação da extensão segundo a direcção x de um guia planar de espessura T.

As relações de dispersão dos modos, para  $W >> \lambda$ , são dadas por [31,32]:

$$\begin{bmatrix} \gamma_m \cong \frac{(m+1)\pi}{W} \\ \beta_m = \sqrt{\beta^2 - \gamma_m^2} \cong \beta \left[ 1 - \frac{(m+1)^2 \lambda^2}{8N^2 W^2} \right]$$
(4.59)

Numa análise mais precisa, W deve ser substituído pela largura efectiva do guia para cada modo (2.30, 2.31). A diferença de fase entre o modo de ordem m e o modo fundamental (*m*=0), após propagação na distância L, é  $\phi_m \equiv (\beta_o - \beta_m)L$ .

#### 4.4 Acoplador Direccional MMI

Uma distribuição do campo de entrada E(x), arbitrária, pode ser representada por uma combinação linear das distribuições de campo características de cada modo  $E_m(x)$  com as respectivas fases  $\phi_m$ :

$$E(x) \approx \sum_{m} a_{m} \cdot E_{m}(x) \exp(-i\phi_{m})$$
(4.60)

Sempre que o comprimento do guia for igual a um múltiplo inteiro de  $L_C = \frac{8NW^2}{\lambda}$ , a diferença de fase entre o modo de ordem m e o modo fundamental é  $\phi_m = (\beta_o - \beta_m)L_C = 2\pi \cdot (m^2 + 2m)$ ; isto é, todos os modos apresentam a mesma fase relativa que apresentavam para z=0 e, portanto, a distribuição do campo em z=0 será reconstruída em z= $L_C$ . O mecanismo básico deste dispositivo é a interferência dos muitos modos da estrutura; daí a designação de acopladores por interferência de muitos modos (MMI), por analogia com o acoplador TMI (acoplador por interferência de dois modos).

As diferenças de fase  $\phi_m$  não são muito sensíveis a variações do índice de refracção efectivo do guia de onda planar N, pois as variações correspondentes na constante de propagação dos diferentes modos apresentam, aproximadamente, a mesma magnitude. Os acopladores MMI são tolerantes a variações da espessura do guia, aos contrastes laterais de índice, e à polarização. O parâmetro mais crítico é a largura *W* da secção do acoplador MMI, que entra nas expressões de  $\beta_m$  via  $\gamma_m$ ; esta deve ser muito bem controlada, para obter um bom desempenho do dispositivo.

Além da propriedade de auto-imagem (ou estado "directo") em  $z=L_C$ , é possível obter uma ou mais imagens em posições intermédias, como se pode ver examinando o factor  $F_m = m^2 + 2m$ .



Figura 4.37: Representação esquemática do funcionamento de um acoplador MMI.

Em  $z = \frac{1}{2}L_C$ , para os modos de ordem par  $\phi_{2m}=0$ , e para os modos de ordem ímpar  $\phi_{2m+1}=\pi$ ; a distribuição inicial será reconstruída na posição simétrica em relação ao eixo do guia (eixo z),

isto é, em  $z = \frac{1}{2}L_C$  observa-se a imagem ao espelho da distribuição de entrada (ou o estado "cruzado"), figura 4.37.

Das propriedades de simetria dos modos excitados, podemos concluir que em  $z = \frac{1}{4}L_C$  (e  $z = \frac{3}{4}L_C$ ) observa-se a combinação linear da imagem directa e da imagem ao espelho com uma diferença de fase de  $\frac{\pi}{2}$ ; há igual divisão de potência. Colocando dois guias de onda nas extremidades do guia MM de comprimento  $z = \frac{1}{4}L_C$ , simetricamente ao eixo, o guia MM actua como um acoplador 3 dB.

De uma forma mais geral, obtêm-se  $\mu$  imagens em  $z = \frac{1}{2\mu} L_C$ . Contudo, deverá ter-se presente que para se poderem formar  $\mu$  imagens da distribuição de entrada, a largura W do guia deve ser pelo menos  $\mu$  vezes a "largura" do campo usado na excitação. Porque  $L_C$  é proporcional a  $W^2$ , o comprimento do acoplador  $\frac{1}{2\mu} L_C$  será proporcional a  $\mu$ .

É imediato verificar que o comportamento do dispositivo é pouco sensível a pequenas variações do comprimento de onda. Assim, poderá ser usado como divisor quasi-acromático de potência do tipo 1\*N.

### 4.5 Acoplamento Assistido por Rede Periódica

Num acoplador assimétrico fora de sincronismo, a troca de potência entre guias não é completa (secção 4.1.2). Analisando a transferência de energia entre guias em termos dos modos dos guias individuais, pode-se interpretar a incapacidade de troca completa de energia como o resultado do fenómeno de interferência: o sentido do fluxo de potência depende da relação de fase entre as ondas nos dois guias. O fluxo de potência ocorre do guia de maior confinamento para o de menor confinamento enquanto as ondas em ambos estiverem em sincronismo de fase, e ocorre em sentido contrário quando as ondas estão em oposição de fase. A rápida alteração de fase que ocorre num acoplador assíncrono impossibilita que quantidades substanciais de energia sejam transferidas entre guias. Assim, se for possível interromper o acoplamento nas secções dos guias onde as duas ondas estão em oposição de fase e manter a interacção nas secções onde as ondas estão em fase, poderá obter-se transferência completa de energia. Para tal deverá ser possível modular-se o acoplamento de forma que este seja forte quando as ondas estão em fase e relativamente fraco quando as ondas estão em oposição de fase, alterando periodicamente a largura ou índice de refracção de um ou de ambos os guias, figura 4.38. Exemplos de aplicação de acopladores assistidos por rede incluem filtros de comprimento de onda e lasers sintonizáveis.

### 4.4 Acoplador Direccional MMI



Figura 4.38: Representação esquemática de um acoplador direccional uniforme assistido por rede periódica.

A rede não necessita de estar alocada ao núcleo de um guia particular, podendo estar algures entre os dois guias; contudo, o efeito depende da sua posição [33]. A modulação do acoplamento possibilitada pela rede é devida ao facto de os dois guias se encontrarem mais próximos nos pontos em que os guias são mais largos, e mais afastados quando os guias são mais estreitos. Devido à alteração da largura dos guias, a rede provoca a modulação das constantes de propagação das ondas, provocando a alteração da intensidade de acoplamento.

A descrição do acoplador assistido por rede em termos de teoria de acoplamento de modos aplicada aos modos dos guias individuais não é correcta, devido à não-ortogonalidade dos modos dos guias. A teoria de acoplamento de modos convencional requer, para descrever rigorosamente o acoplador assistido por rede, o uso de uma base de funções ortogonais [2]: os modos compostos do acoplador são a escolha lógica, pois são mutuamente ortogonais. A rede periódica no acoplador provoca o acoplamento entre os modos próprios da estrutura; na ausência de rede, estes modos não sofrem acoplamento.

### 4.6 Bibliografia

- W.-P. Huang, "Coupled-Mode Theory for Optical Waveguides: An Overview", J. Opt. Soc. Am A11, 963 (1994)
- [2] D. Marcuse, "Theory of Dielectric Optical Waveguides", 2<sup>a</sup> ed., Academic Press, London (1991)
- [3] D. Marcuse, "Directional Couplers Made of Nonidentical Asymmetric Slabs. Part I: Synchronous Couplers", J. Lightwave Technol. LT-5, 113 (1987)
- [4] A. Hardy, W. Streifer, "Coupled Mode Theory of Parallel Waveguides", J. Lightwave Technol. LT-3, 1135 (1985)
- [5] H.A. Haus, et al, "Coupled-Mode Theory of Optical Waveguides, J. Lightwave Technol. LT-5, 16 (1987)
- [6] S.-L. Chuang, "A Coupled Mode Formulation by Reciprocity and a Variational Principle", J. Lightwave Technol. LT-5, 5 (1987)
- [7] W. Streifer, et al, "Reformulation of the Coupled-Mode Theory of Multiwaveguide Systems", J. Lightwave Technol. LT-5, 1 (1987)
- [8] C. Vassallo, "About Coupled-Mode Theories for Dielectric Waveguides", J. Lightwave Technol. LT-6, 294 (1988)
- [9] A.W. Snyder, A. Ankiewicz, "Fibre Couplers Composed of Unequal Cores", *Electron. Lett.* 22, 1237 (1986)
- [10] A.W. Snyder, et al, "Fundamental Error of Recent Coupled Mode Formulations", *Electron. Lett.* 23, 1097 (1987)
- [11] A.W. Snyder, et al, "Coupled Mode Theory Neglects Polarization Phenomena", *Electron. Lett.* 24, 720 (1988)
- [12] A. Yariv, "Coupled-Wave Theory for Guided-Wave Optics", IEEE J. Quantum Electron. QE-9, 919 (1973)
- [13] D.L. Lee, "Electromagnetic Principles of Integrated Optics", J. Wiley, New York (1986)
- [14] E. Marcatili, "Improved Coupled-Mode Equations for Dielectric Guides ", IEEE J. Quantum Electron. QE-22, 988 (1986)
- [15] W.-P. Huang, H.A. Haus, "Self-Consistent Vector Coupled-Mode Theory for Tapered Optical Waveguides", J. Lightwave Technol. LT-8, 922 (1990)
- [16] W.-P. Huang, S. Lessard, "Wavefront-tilt in Nonparallel Optical Waveguides", J. Lightwave Technol. LT-10, 316 (1992)
- [17] H.A. Haus, N.A. Whitaker Jr., "Elimination of Cross Talk in Optical Directional Couplers", *Appl. Phys. Lett.* 46, 1 (1985)

- [18] C. Alferness, P.S. Cross, "Filter Characteristics of Codirectionally Coupled Waveguides With Weighted Coupling", *IEEE J. Quantum Electron.* QE-14, 843 (1986)
- [19] A. Neyer, et al, "Design and Fabrication of Low Loss Passive Polymeric Waveguides Based on Mass Replication Techniques", *ECIO*'93, 9-10 (1993)
- [20] Y. Chung, et al, "Analysis of a Tunable Multichannel Two-Mode Interference Wavelength Division Multiplexer/Demultiplexer", J. Lightwave Technol. LT-7, 766 (1989)
- [21] F. Rottmann, et al, "Integrated-Optic Wavelength Multiplexers on Lithium Niobate Based on Two-Mode Interference", J. *Lightwave Technol.* LT-6, 946 (1988)
- [22] A. Neyer, "Integrated-Optical Multichannel Wavelength Multiplexer for Monomode Systems, *Electron. Lett.* 20, 744 (1984)
- [23] M. Papuchon, et al, "Electrically Active Optical Bifurcation: BOA", Appl. Phys. Lett. 31, 266 (1977)
- [24] J.P. Donnelly, et al, "Three-Guide Optical Couplers in GaAs", J. Lightwave *Technol. LT-1*, 417 (1983)
- [25] J.P. Donnelly, "Limitations on Power-Transfer Efficiency in Three-Guide Optical Couplers", *IEEE J. Quantum Electron.* QE-22, 610 (1986)
- [26] J.P. Donnelly, et al, "Symmetric Three-Guide Optical Couplers with Nonidentical Center and Outside Guides", *IEEE J. Quantum Electron.* QE-23, 401 (1987)
- [27] E. Marom, et al, "Relation Between Normal-Mode and Coupled-Mode Analyses of Parallel Waveguides", *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-20**, 1311 (1984)
- [28] H. Ogiwara, "Optical Waveguide 3×3 Switch: Theory of Tuning and Control", *Appl. Opt.* 18, 510 (1979)
- [29] H.A. Haus, C.G. Fonstad Jr., "Three-Waveguide Couplers for Improved Sampling and Filtering", *IEEE J. Quantum Electron.* QE-17, 2321 (1981)
- [30] A.K. Ghatak, et al, "Numerical Analysis of Planar Optical Waveguides Using Matrix Approach", J. Lightwave Technol. LT-5, 660 (1987)
- [31] M.K. Smit, "Branching, Radiative and Self-Imaging Elements for Use in M×N Coupliers", ECIO'93, 14-1 (1993)
- [32] Th. Niemeier, R. Ulrich, "Quadrature Outputs from Fiber Interferometer with 4×4 Coupler", Opt. Lett. 11, 677 (1986)
- [33] D. Marcuse, "Directional Couplers Made of Nonidentical Asymmetric Slabs. Part II: Grating-Assisted Couplers", J. Lightwave Technol. LT-5, 268 (1987)



4.6 Bibliografia

# 5 Dispositivos WDM Baseados em Redes de Difracção em Guias de Onda

Neste capítulo estuda-se o acoplamento entre os modos guiados, induzido por redes de difracção fabricadas no guia de onda. Especificamente, aborda-se os casos de acoplamento coplanar em guias planares de três e quatro camadas, usando a teoria de acoplamento de modos. Apresenta-se, ainda, as características fundamentais de redes de difracção em guias de onda usadas em WDM.

### 5.1 Generalidades Sobre Guias de Onda com Redes de Difracção

As redes de difracção são estruturas periódicas, com períodos comparáveis ao comprimento de onda da radiação. Guias de onda com redes de difracção são usados em Óptica Integrada como acopladores, filtros, lentes, reflectores de Bragg passivos, reflectores distribuídos em lasers, e como elementos de acerto de fase em interacções lineares e não-lineares [1].

Uma rede de difracção num guia de onda pode ser formada alterando o perfil geométrico das fronteiras do guia, figura 5.1 (a), ou modificando a distribuição de índice de refracção, figura 5.1 (b). A rede de difracção pode ser descrita como uma perturbação  $\Delta \varepsilon(x, y, z)$  na distribuição da permitividade eléctrica do guia.



Figura 5.1 Dois tipos de guias com redes de difracção com período Λ. (a) Guia com uma perturbação periódica na interface superior. (b) Guia com uma variação periódica do índice de refracção do núcleo.

A perturbação pode ser permanente, ou resultar de uma alteração (não-permanente) controlável das características do guia, usando os efeitos electro-óptico, acusto-óptico, magneto-óptico ou as características ópticas não-lineares dos materiais [2]. As aplicações mais comuns exigem redes rectilíneas com amplitude e período uniformes. Há, contudo, muitas aplicações que requerem redes curvas e redes não-uniformes (em amplitude, ou em período).

#### 5.1 Generalidades Sobre Guias de Onda com Redes de Difracção

O acoplamento entre modos guiados, com diferentes direcções de propagação, induzido por uma rede com uma orientação apropriada num guia planar, é designado por acoplamento coplanar: as ondas incidente, reflectida e transmitida estão no mesmo plano.

Um caso particular de acoplamento coplanar é o acoplamento colinear, codireccional ou contradireccional, que é produzido, em geral, em guias de onda com confinamento transversal. Neste caso, todas as ondas se propagam na mesma direcção (no mesmo sentido, ou no sentido oposto). O acoplamento codireccional ocorre quando as ondas incidente e transmitida se propagam no mesmo sentido (não há onda reflectida); no acoplamento contradireccional, as ondas incidente e reflectida propagam-se em sentidos contrários.

As interacções que envolvem modos guiados e modos de radiação não são planares, e são úteis para a produção de acopladores entre guias de onda e o exterior [3].

# 5.1.1 Descrição da Interacção de Ondas Guiadas com Redes de Difracção [2]

Se a perturbação é periódica e se se estende ao longo do plano do guia (plano yz),  $\Delta \varepsilon(x, y, z)$ pode ser expresso numa expansão em série de Fourier na zona de perturbação:

$$\Delta \varepsilon(x, y, z) = \sum_{m} \Delta \varepsilon_{m}(x) \cdot exp(-im \vec{K} \cdot \vec{r})$$
  
$$\vec{K} = K_{y} \vec{e}_{y} + K_{z} \vec{e}_{z}$$
  
$$\vec{r} = y \vec{e}_{y} + z \vec{e}_{z}$$
  
(5.1)

e por  $\Delta \varepsilon = 0$  na zona do guia não perturbada, onde  $\vec{K}$  é o respectivo vector da rede,  $K = |\vec{K}| = \frac{2\pi}{\Lambda}$  é a frequência da perturbação, e  $\Lambda$  é o período da perturbação. O coeficiente  $\Delta \varepsilon_m(x)$  denota a amplitude da componente de Fourier de  $\Delta \varepsilon(x, y, z)$  de ordem m. É essencialmente o período da rede que determina o tipo de interacção que tem lugar.

Para uma rede formada por uma modulação periódica do índice de refracção, figura 5.2, temos:

$$\Delta n(x,z) = \sum_{m \ge 0} \Delta n_m(x) \cos(mK \cdot z + \phi_m) \quad \text{, com } \phi_0 = 0 \tag{5.2}$$

com uma distribuição uniforme em todo o núcleo  $(\Delta n_m(x) = \Delta n_m; -T < x < 0).$
### 5.1.1 Descrição da Interacção de Redes de Difracção com Ondas Guiadas



Figura 5.2: Representação esquemática de um guia de onda com rede de modulação do índice de refracção do núcleo.

Da equação (5.2) e de  $\varepsilon + \Delta \varepsilon = (n + \Delta n)^2 \cong n^2 + 2n \cdot \Delta n$ , resulta:

$$\Delta \varepsilon_m(x) = \Delta \varepsilon_m = n_f \Delta n_{|m|} \exp(-i\phi_{|m|}) \quad , -T < x < 0$$
(5.3)

Para uma rede em relevo, com uma secção rectangular, o respectivo harmónico de ordem m pode ser descrito por:

$$\begin{bmatrix} \Delta \varepsilon_m(x) = \Delta \varepsilon_m = (n_f^2 - n_c^2) \left\{ \frac{\sin(m \, a \, \pi)}{m \, \pi} \right\}$$

$$(m \neq 0, \quad 0 < a < 1, \quad -h < x < h)$$

$$(5.4)$$

Os vários parâmetros estão identificados na figura 5.3.



Figura 5.3: Representação esquemática de um guia de onda com rede em relevo.

Uma rede em relevo com uma secção sinusoidal figura 5.4, pode ser descrita (harmónico m) como:

$$\Delta \varepsilon_m(x,z) = \begin{cases} +(n_f^2 - n_c^2); & 0 < x < h \cdot \cos(K \cdot z) \\ -(n_f^2 - n_c^2); & h \cdot \cos(K \cdot z) < x < 0 \end{cases}$$
(5.5)

#### 5.1.1 Descrição da Interacção de Redes de Difracção com Ondas Guiadas



Figura 5.4: Representação esquemática de um guia de onda com rede sinusoidal em relevo.

O funcionamento de uma rede de difracção pode ser descrito considerando que, para uma onda caracterizada pelo vector de onda  $\vec{\beta}_v^q$ , incidente na região perturbada (região onde  $\Delta \varepsilon \neq 0$ ), a perturbação promove a excitação de ondas com vectores de propagação  $\vec{\beta}_v^q + m \vec{K}$  (harmónicos espaciais), como resultado da modulação  $\Delta \varepsilon$  [2]. Os harmónicos espaciais podem ser modos guiados, ou modos de radiação do guia. Usando o princípio da sobreposição, o acoplamento resultante de cada harmónico espacial da rede periódica pode ser analisado individualmente e daí resultar o efeito total.

Só há transferência significativa de potência entre o campo incidente e os modos guiados, ou os modos de radiação do guia, quando as constantes de propagação dos modos acoplados e as frequências  $m \vec{K}$  dos harmónicos da série de Fourier da rede satisfazem a relação

$$\beta^p_{\mu} - \beta^q_{\nu} \cong + \mathbf{m} \, \tilde{K} \tag{5.6}$$

sendo  $\overline{\beta}_{v}^{q}$  e  $\overline{\beta}_{\mu}^{p}$  os vectores de propagação dos modos acoplados; m é a ordem de acoplamento. A equação (5.6) é conhecida como condição de acordo de fase para a ordem m. Não há acoplamento significativo entre modos cujas constantes de propagação violem a relação (5.6).

As teorias de acoplamentos de modos apresentadas no terceiro capítulo permitem descrever, em princípio, as consequências de qualquer tipo de perturbação num guia de onda. Deverá ter-se em atenção que a equação obtida usando a expansão em modos locais normais (3.33) só é válida para interacções que envolvem o acoplamento entre modos com constantes de propagação reais, excluindo-se portanto os modos de radiação evanescentes.

O número de modos excitados pelo campo incidente na sua interacção com a perturbação pode ser elevado, sendo necessário resolver um sistema com um elevado número equações acopladas, sendo assim o problema intratável.

#### 5.1.1 Descrição da Interacção de Redes de Difracção com Ondas Guiadas

Quando o acoplamento é entre modos guiados, o sistema genérico de equações acopladas resumese a um sistema de equações acopladas finito. Esta situação será estudada em detalhe. Para o caso particular de termos uma perturbação sinusoidal, é suficiente considerar somente os dois modos do guia de onda que satisfazem a relação (5.2), e resolver um sistema de duas equações.

Outro caso tratável é o de um modo guiado que perde potência por radiação (acoplamento entre o modo guiado e um subconjunto de modos de radiação). Neste caso, é suficiente assumir que a potência radiada é perdida e, portanto, não interage com o modo guiado pelo guia.

### 5.1.2 Algumas Aplicações de Guias com Redes de Difracção [2]

Genericamente, há duas aplicações básicas para guias com redes de difracção, em Óptica Integrada.

A primeira aplicação, ilustrada na figura 5.5, envolve o acoplamento entre os modos de radiação e os modos guiados do guia. Um guia de onda, invariante segundo a direcção de propagação, confina a radiação por reflexão total interna. Não é possível, portanto, excitar um modo guiado fazendo incidir directamente, sobre as fronteiras planas do guia, um feixe de luz. Da mesma forma, não é possível a um modo guiado radiar, na ausência de um mecanismo de acoplamento.



Figura 5.5: A radiação incidente num guia de onda com uma perturbação periódica na superfície pode excitar um modo guiado da estrutura. A rede actua como um elemento de acerto de fase, permitindo o acoplamento entre um modo guiado e o campo de radiação.

A perturbação periódica, na fronteira do guia, promove o acoplamento entre os modos de radiação e os modos guiados, sendo possível inserir ou extrair radiação do guia quando a condição seguinte é satisfeita:

$$\beta = \left(\frac{\omega}{c}\right) \cdot n_c \cdot \sin\theta + \frac{2\pi m}{\Lambda}$$
(5.7)

onde  $\beta$  é a constante de propagação (ao longo de z) do modo guiado,  $\Lambda$  é o período espacial da rede, *m* é um inteiro diferente de zero; o ângulo  $\theta$  e o índice de refracção  $n_c$  estão identificados na figura 5.5.

A segunda aplicação, ilustrada na figura 5.6, envolve acoplamento entre os modos guiados de um guia. Quando a rede no guia é usada para alterar a direcção de propagação do modo incidente, o guia actua como um deflector. Deflectores com eficiência entre 0 e 100% podem ser usados como divisores de feixe. Quando a rede é usada para acoplar dois modos guiados com constantes de propagação diferentes (modos de ordens diferentes), o guia perturbado actua como conversor de modos.



Figura 5.6: Secção de um guia de onda perturbado promovendo acoplamento entre dois modos guiados. Neste exemplo, parte da onda guiada é reflectida numa direcção diferente, e parte é transmitida.

As características de propagação das ondas num guia dependem do comprimento de onda e da polarização. Podemos, portanto, implementar filtros de comprimento de onda, ou filtros angulares e polarizadores, criando redes de difracção em guias de onda, figura 5.7.



Figura 5.7: Guia de onda com rede funcionando como filtro de comprimento de onda ou filtro angular. A condição de acerto de fase só ocorre para um dado comprimento de onda e um dado ângulo de incidência. O comprimento de onda  $\lambda_1$  não é transmitido.

Guias com redes de difracção de período variável permitem controlar ou alterar frentes de onda. Pode-se fabricar, variando o período da rede, guias de onda que actuam como separadores espaciais de comprimentos de onda (figura 5.8), lentes (figura 5.9), acopladores com focagem, ou elementos formadores de imagem.

#### 5.1.2 Algumas Aplicações de Guias com Redes de Difracção



Figura 5.8: Guia de onda com rede, em que o período varia ao longo do seu comprimento, permitindo a separação espacial de duas ondas guiadas com comprimentos de onda diferentes.



Figura 5.9: Guia de onda com rede actuando como lente. Neste caso, o período e a orientação da rede são ajustados continuamente para deflectir porções da onda incidente para um ponto.

Guias de onda com redes são também úteis como elementos de acerto de fase em óptica nãolinear [4]. Por exemplo, no caso de geração do segundo harmónico, é necessário que a constante de propagação da onda com frequência  $2\omega$  seja duas vezes a da onda com frequência  $\omega$ . Esta condição não é facilmente obtida em guias de onda fabricados em muitos materiais devido à dispersão (material, modal), mas em guias com rede a constante da rede fornece a contribuição extra para acerto de fase, tal que a condição de sincronismo  $\beta(2\omega) = 2\beta(\omega) + \frac{2\pi}{\Lambda}$  é verificada na primeira ordem

primeira ordem.

### 5.1.3. Acoplamento Colinear em Guias de Onda Planares

Considere-se dois modos guiados,  $\mu \in v$ , propagando-se no guia ao longo do eixo z. Sejam  $\vec{\beta}_{\mu}^{p}$  e  $\vec{\beta}_{\nu}^{q}$  os seus vectores de onda; os índices superiores  $p, q = \pm$  indicam propagação nos sentidos positivo e negativo do eixo z, respectivamente. Seja uma rede com vector  $\vec{K}$  paralelo ao eixo z.

Considere-se o caso em que  $\mu$  e v satisfazem, pelo menos aproximadamente, a condição de sincronismo de fase de ordem m ( $\vec{\beta}^p_{\mu} - \vec{\beta}^q_{\nu} \cong m\vec{K}$ ), e em que não há outros modos guiados que satisfaçam a condição de acerto de fase com  $\mu$  e v. Desprezando o acoplamento entre  $\mu$  e v e os modos de radiação, as equações acopladas para as amplitudes A e B dos modos  $\mu$  e v são (capítulo 3):

### 5.1.3 Acoplamento Colinear em Guias de Onda Planares

$$\begin{bmatrix} p \frac{dA(z)}{dz} = \kappa^* \cdot B(z) \cdot \exp(-i2\delta \cdot z) \\ q \frac{dB(z)}{dz} = \kappa \cdot A(z) \cdot \exp(+i2\delta \cdot z) \end{bmatrix}$$
(5.4)

onde  $\beta_{\nu,\mu}^{p,q}$  pode ser positivo ou negativo, com os factores  $p, q = \pm 1$ , consoante a propagação é no sentido positivo ou no sentido negativo do eixo z, respectivamente. O parâmetro  $2\delta = \beta_{\nu}^{q} - (\beta_{\mu}^{p} + mK)$  denota o erro de acerto de fase.

O coeficiente de acoplamento  $\kappa$ , necessário para conhecer o comprimento de acoplamento e a potência transferida entre modos, é obtido substituindo os perfís do campo eléctrico dos modos  $\mu$  e v, tendo em atenção a respectiva direcção de propagação, nas expressões (3.24) e (3.33).

Em guias planares pode-se ter acoplamento entre modos  $TE^p_{\mu}$  e  $TE^q_{\nu}$ , e entre os modos  $TM^p_{\mu}$  e  $TM^q_{\nu}$ . Se o guia e a rede são formados por meios isotrópicos, não ocorre acoplamento colinear entre modos de polarização diferente,  $TE^p_{\mu}$  e  $TM^q_{\nu}$ , porque os vectores campo eléctrico são perpendiculares um ao outro e, portanto,  $\kappa_{TM^q_{\nu}-TE^p_{\mu}} = 0$ . Este tipo de acoplamento pode ocorrer,

no entanto, quando o acoplamento é coplanar, mesmo quando os meios são isotrópicos.

## **Acoplamento Codireccional**

Considere-se dois modos diferentes,  $\mu \in \nu$ , a propagare-se no mesmo sentido (p = q), por exemplo  $\beta_{\nu,\mu}^{+,+} > 0 \in \beta_{\nu}^{+} \neq \beta_{\mu}^{+}$ , figura 5.10.



Figura 5.10: Acoplamento codireccional de modos guiados e respectivo diagrama de momentos.

Considere-se a onda  $\mu$  propagando-se no sentido positivo do eixo z, incidente na rede em z=0. Tomando p = q = +1 nas equações acopladas, a solução das equações, para as condições fronteira A(0)=1 e B(0)=0, é [2]:

### 5.1.3 Acoplamento Colinear em Guias de Onda Planares

$$A(z) = exp(-i\delta \cdot z) \left[ cos\left(\sqrt{|\kappa|^2 + \delta^2}z\right) + \frac{i\delta}{\sqrt{|\kappa|^2 + \delta^2}}sin\left(\sqrt{|\kappa|^2 + \delta^2}z\right) \right]$$

$$B(z) = exp(+i\delta \cdot z) \frac{-i\kappa}{\sqrt{|\kappa|^2 + \delta^2}}sin\left(\sqrt{|\kappa|^2 + \delta^2}z\right)$$
(5.5)

 $|A(z)|^2 e |B(z)|^2$  variam periodicamente com z. A potência máxima transferida ao longo do eixo z, do modo  $\mu$  para o modo  $\nu$ , é:  $P_{máx} = \frac{|B(z)|^2_{máx}}{|A(0)|^2} = \frac{|\kappa|^2}{|\kappa|^2 + \delta^2}$ . A eficiência de transferência de uma rede de comprimento L, ao longo de z, é dada por:

$$\eta = \frac{|B(z)|_{max}^2}{|A(0)|^2} = \frac{|\kappa|^2}{|\kappa|^2 + \delta^2} \sin^2\left(\sqrt{|\kappa|^2 + \delta^2} \cdot L\right)$$
(5.6)

Quando a condição de acerto de fase é satisfeita ( $\delta = 0$ ), a troca de potência entre modos é completa, após propagação numa distância  $L = L_c = \frac{\pi}{2|\kappa|}$  (ou num múltiplo ímpar de  $L_c$ ), sendo  $L_c$  designado por comprimento de acoplamento.

Vários dispositivos funcionam com base no acoplamento codireccional aqui apresentado, sendo exemplos: conversor de modos do tipo transmissão, filtros de comprimento de onda [2].

### Acoplamento contradireccional

Sejam os modos  $\mu \in \nu$ , propagando-se em sentidos opostos (índices superiores  $p \neq q$ ), por exemplo  $\beta_{\mu}^{+} > 0$  e  $\beta_{\nu}^{-} < 0$ , figura 5.11. Os modos  $\mu \in \nu$  podem representar o mesmo modo propagando-se em sentidos contrários.



Figura 5.11: Acoplamento contradireccional de modos guiados, e respectivo diagrama de momentos.

Esta situação é tratada detalhadamente na secção 5.2.

### 5.1.3 Acoplamento Colinear em Guias de Onda Planares

O acoplamento colinear contradireccional é aplicado em reflectores, conversores de modos e filtros de comprimento de onda [2]. O reflector de Bragg distribuido (DBR) apresenta grande selectividade de comprimento de onda. Um DBR num guia de onda com ganho por emissão estimulada é conhecido como uma estrutura com ganho por realimentação distribuida (DFB). Ambas as estruturas, DBR e DFB, têm importantes aplicações em lasers semicondutores integrados [5].

Da análise das expressões dos coeficientes de acoplamento, é possível retirar algumas conclusões importantes. Em redes de modulação de índice, o acoplamento entre modos diferentes ( $\mu \neq v$ ) praticamente não tem lugar, estando limitado ao acoplamento contradireccional (reflexão) do mesmo modo [2].

Para o caso de redes em relevo verifica-se que o acoplamento de ordem superior é fraco. Neste tipo de redes pode haver conversão de modos, isto é, acoplamento do tipo  $(TE_m \rightarrow TE_n, TM_m \leftrightarrow TM_n, m \neq n)$  é possível, ao contrário do que 0corre em redes com modulação de índice [2].

### 5.1.4. Acoplamento Coplanar

Em guias planares, em que as ondas podem propagar-se em qualquer direcção no plano do guia (plano yz, no sistema de coordenadas normalmente usado), o acoplamento pode ocorrer entre ondas com direcções de propagação diferentes, para uma apropriada orientação da rede. Este tipo de acoplamento é designado por acoplamento coplanar, porque as direcções de propagação de todas as ondas envolvidas e o vector da rede  $\vec{K}$  estão no plano do guia. É também designado por difracção ou deflexão em guias de onda, pois se altera a direcção de propagação.

Num guia planar, duas ondas do mesmo modo mas com diferentes direcções de propagação são ortogonais uma à outra.

Assume-se que a rede se expande infinitamente na direcção y e tem uma extensão L ao longo da direcção z. Uma onda guiada propagando-se numa direcção arbitrária no plano do guia é caracterizada pelo vector de onda  $\vec{\beta}_{\mu}^{p}$ .

Há acoplamento significativo somente quando a condição de Bragg é exacta para a componente y, desde de que a rede apresente uma extensão infinita nessa direcção. A componente segundo z da condição de Bragg, contudo, não necessita de ser satisfeita com exactidão; o erro permitido

#### 5.1.4 Acoplamento Coplanar

depende de K e de L [2]. Define-se o parâmetro  $Q = \frac{K^2 L}{\beta}$  [2], que é usado para classificar o acoplamento. Quando  $Q \ll 1$ , o acoplamento designa-se por difracção de Raman-Nath; quando  $Q \gg 1$ , é designado por difracção de Bragg. Para  $1 \ll 2 \ll 10$  o acoplamento exibe um comportamento intermédio, não tendo solução analítica simples. O acoplamento coplanar será tratado com detalhe na secção 5.2.

Quando  $Q \ll 1$ , muitas ordens de difracção aparecem, porque o valor relativamente pequeno de L permite acoplamento quando  $\vec{\beta}_v^q = \vec{\beta}_\mu^p + m \vec{K}$  não é exactamente satisfeita para a componente z. Como K é pequeno, o acoplamento com conversão de modos com  $\vec{\beta}_\mu \neq \vec{\beta}_v$  raramente ocorre. A eficiência é máxima para a ordem de difracção fundamental (±1), e toma o valor máximo de 0.339 para 2KL = 1.84; a distribuição da potência incidente por muitas ordens origina o valor baixo da máxima eficiência. A eficiência de uma dada ordem de difracção depende fracamente do ângulo de incidência, desde que  $Q \ll 1$ , embora decresça significativamente com o desvio da condição de Bragg. A difracção de Raman-Nath não exibe as selectividades angular e em comprimento de onda que são observadas na difracção de Bragg [2].

Quando Q >> 1, o acoplamento só ocorre entre ondas que satisfaçam, pelo menos aproximadamente, a componente z da condição de Bragg, devido ao valor elevado de L. Portanto, só é produzida uma onda difractada.

A onda difractada é produzida quando o ângulo de incidência satisfaz a condição de Bragg. A rede de difracção é chamada rede de transmissão quando a onda difractada se propaga no lado oposto ao da onda incidente, e rede de reflexão quando a onda difractada se propaga no mesmo lado da onda incidente.



Figura 5.12: Representação esquemática de um guia de onda com rede sinusoidal do tipo transmissão, e respectivo diagrama dos vectores de propagação na condição de Bragg para difracção de ordem m=1.

Quando  $\theta_i$  é dado,  $\theta_d$  é determinado pela condição de acerto de fase na direcção y, figura 5.12:

### 5.1.4 Acoplamento Coplanar

$$\beta_d \sin \theta_d = \beta_i \sin \theta_i + mK \sin \phi \tag{5.7}$$

A condição de acerto de fase, na direcção z, pode ser escrita como:

$$\beta_d \cos \theta_d = \beta_i \cos \theta_i + mK \cos \phi \tag{5.8}$$

A condição de Bragg, para a ordem de difracção m, ocorre quando (5.7) e (5.8) são satisfeitas simultaneamente; eliminando  $\theta_d$  das duas equações obtemos:

$$\cos(\theta_{iB} - \phi) = -\frac{(\beta_i^2 + m^2 K^2 - \beta_d^2)}{2\beta_i \cdot mK}$$
(5.9)

em que  $\theta_{iB}$  denota o ângulo de incidência que satisfaz a condição de Bragg.

Quando o ângulo incidente  $\theta_i$  satisfaz a condição de Bragg ( $\theta_i = \theta_{iB}$ ), para um dado comprimento de onda  $\lambda$ , ao variar-se o comprimento de onda, com  $\theta_i$  fixo, provoca-se um desvio na condição de Bragg. O ângulo de Bragg  $\theta_{iB}$  depende do comprimento de onda  $\lambda$ ; a dependência em  $\lambda$  de  $\theta_{iB}$  é também afectada pela dispersão da onda guiada; contudo, para modos bem guiados, o índice de refracção efectivo varia muito pouco para pequenos desvios  $\Delta\lambda$ .

Define-se a selectividade angular como  $2\Delta\theta_i$ , onde  $\Delta\theta_i$  é o desvio angular para o qual a eficiência de difracção desce a metade do máximo; da mesma forma se define selectividade em comprimento de onda.

As eficiências de difracção na condição de Bragg, em redes de transmissão e de reflexão, exibem dependências periódica e monotónica, respectivamente, com |k|L - como no caso do acoplamento colinear [2].

### 5.1.5. Acoplamento entre Modos Guiados e Modos de Radiação

Os guias com redes de difracção podem ser usados para excitar modos guiados, através de um feixe óptico incidente, ou permitir que um modo guiado radie.

#### 5.1.5 Acoplamento entre Modos Guiados e Modos de Radiação



Figura 5.13: (a) Acoplamento entre modos guiados e modos de radiação num guia de onda com uma perturbação periódica numa interface. (b) Excitação de um modo guiado da estrutura com uma perturbação periódica na fronteira entre o núcleo e o superestrato por radiação incidente.

Para uma transferência eficaz de energia será necessário que os dois campos tenham a mesma fase ao longo de toda a região de interacção. O ajuste de fase entre os dois campos é conseguido pela adição do momento da rede periódica ao vector de onda do campo incidente. Esta condição vai estabelecer o ângulo de incidência do feixe exterior, ou o ângulo de saída do feixe radiado, conforme o caso, para o qual se obtém bom acoplamento.

Se  $|\beta_m| < n_c k_o$  ou  $|\beta_m| < n_s k_o$ , o harmónico *m* radia para o superestrato e/ou substrato segundo os ângulos  $\theta_m^c$  e  $\theta_m^s$ , respectivamente, figura 5.13 (a), determinados pela relação:

$$n_c k_o \sin \theta_m^c = n_s k_o \sin \theta_m^s = \beta_m = N k_o + m K$$
(5.10)

O número de feixes radiados envolvidos no acoplamento é determinado pelo número de valores reais de  $\theta_m^c$  e  $\theta_m^s$  que satisfazem a equação (5.19). Tendo em conta que  $n_c \le n_s < N < n_f$ , da análise da equação verifica-se que os modos de radiação possíveis estão limitados aos harmónicos  $m \le -1$ ; cada um destes harmónicos corresponde a um modo de radiação do substrato apenas, ou a um modo de radiação do substrato/superestrato.

Por outro lado, uma onda guiada pode ser excitada quando um feixe incide na rede, figura 5.13 (b). Quando a condição

$$\beta_m = Nk_o = n_c k_o \sin \theta_m^c + mK = n_s k_o \sin \theta_m^s + mK$$
(5.11)

é satisfeita para uma dada ordem m e para um dado ângulo de incidência do feixe no substrato ou no superestrato,  $\theta^{S}$  ou  $\theta^{c}$ , respectivamente, o harmónico de ordem m excitado pela rede

sincroniza o modo guiado pela estrutura, isto é,  $\beta_m \equiv \beta_o$ . O modo guiado é excitado, propagandose para lá da região perturbada do guia.

## 5.2. Acoplamento Coplanar em Guias de Onda Planares

Nesta secção estuda-se a interacção entre os modos guiados em guias planares monomodo com redes de difracção na fronteira entre o núcleo e o superestrato, uasndo a teoria de acoplamento de modos. A direcção de propagação dos modos considerados não é, em geral, colinear com o vector da rede.

Seja o guia de onda planar com rede de difracção sinusoidal na interface núcleo - superestrato apresentado na figura 5.14.

### Hall

Os guias de onda considerados suportam apenas um modo em cada polarização (TE, TM); considera-se, também, que a amplitude da perturbação é pequena, quando comparada com a espessura do guia ( $\Delta h < \frac{h}{10}$ ). Assume-se que o período da rede é escolhido de forma a só operar como reflector de primeira ordem.

A formulação baseada nos modos ideais normais para incidência normal foi apresentada por Marcuse [6] e foi generalizada, para ângulos de incidência arbitrários, por K. Wagatsuma et al [7].

Figura 5.14: Diagrama esquemático de um guia planar com perturbação periódica na interface núcleo superestrato. Os parâmetros  $\theta_i$ ,  $\theta_r$ ,  $\theta_t$ , h,  $\Delta h$ , L,  $e \Lambda$  denotam o ângulo de incidência, o ângulo de difracção, o ângulo de transmissão, a espessura do guia não perturbado, a amplitude da perturbação, o comprimento da região perturbada, e o período da perturbação, respectivamente.

#### 5.2. Acoplamento Coplanar em Guias de Onda Planares

A análise em termos de modos normais locais, para incidência normal, foi, também, apresentada por Marcuse [6] e generalizada, mais tarde, por L. A. Weller-Brophy e D. G. Hall, para ângulos de incidência arbitrários [8].

Sejam as distribuições de índice do guia não-perturbado e do guia perturbado,  $n_0(x, y)$  e n(x, y, z), respectivamente. Os dois índices  $n_0(x, y)$  e n(x, y, z) coincidem, excepto na vizinhança das fronteiras do núcleo. A perturbação na fronteira superior do núcleo é representada pela função de perfil g(z).

Os modos normais de um guia planar não-perturbado, no sistema de coordenadas Oxyz da figura 5.14., são dados por:

$$\begin{bmatrix} \vec{E}_m(x,y,z) = \vec{E}_m^p(x) \cdot e^{i(\beta_m \sin \theta_m \cdot y + p \cdot \beta_m \cos \theta_m \cdot z)} \\ \vec{H}_m(x,y,z) = \vec{H}_m^p(x) \cdot e^{i(\beta_m \sin \theta_m \cdot y + p \cdot \beta_m \cos \theta_m \cdot z)} \end{bmatrix}$$
(5.12)

onde o índice *m* identifica os modos,  $\beta_m$  é a constante de propagação do modo *m*,  $\theta_m$  é o ângulo entre a direcção propagação e o eixo z, e  $p = \pm$  refere-se à propagação segundo  $\pm z$ .

Representa-se por  $\vec{E}_{mt}^+ (= \vec{E}_{mt}^-)$  e  $\vec{E}_{mz}^+ (= -\vec{E}_{mz}^-)$ , as componentes dos campos modais do guia nãoperturbado perpendicular e paralela ao eixo z, respectivamente, no referencial da figura 5.14.

Essas componentes, para os modos TE, são:

$$\begin{bmatrix} \vec{E}_{mt}(x, y, z) = \vec{j}E_m(x)\sin\theta_m \cdot e^{i(\beta_m\sin\theta_m \cdot y + p \cdot \beta_m\cos\theta_m \cdot z)} \\ \vec{E}_{mz}(x, y, z) = -\vec{k}E_m(x)\cos\theta_m \cdot e^{i(\beta_m\sin\theta_m \cdot y + p \cdot \beta_m\cos\theta_m \cdot z)} \end{bmatrix}$$
(5.13)

e para os modos TM:

$$\begin{bmatrix} \vec{E}_{mt}(x, y, z) = \left(\vec{i} \frac{\beta_m}{\omega \varepsilon_0 n_0^2} H_m(x) + \vec{j} \frac{1}{i\omega \varepsilon_0 n_0^2} \frac{\partial H_m(x)}{\partial x} \sin \theta_m \right) \cdot e^{i(\beta_m \sin \theta_m \cdot y + p \cdot \beta_m \cos \theta_m \cdot z)} \\ \vec{E}_{mz}(x, y, z) = \vec{k} \frac{1}{i\omega \varepsilon_0 n_0^2} \frac{\partial H_m(x)}{\partial x} \cos \theta_m \cdot e^{i(\beta_m \sin \theta_m \cdot y + p \cdot \beta_m \cos \theta_m \cdot z)}$$
(5.14)

onde  $E_m(x)$  e  $H_m(x)$  são as funções modais TE e TM, respectivamente.

A expansão em modos locais normais para as componentes transversais dos campos eléctrico e magnético no guia perturbado pode ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} \vec{E}_{t}(x, y, z) = \sum_{m, p} a_{m}^{p}(y, z) \vec{E}_{mt}^{p}(x, z) \\ \vec{H}_{t}(x, y, z) = \sum_{m, p} b_{m}^{p}(y, z) \vec{H}_{mt}^{p}(x, z) \end{bmatrix}$$
(5.15)

Assumindo que a dependência em y dos coeficientes da expansão é da forma  $e^{i(\beta_{my},y)}$ , e aplicando as equações de Maxwell transversais às componentes da expansão (tendo em atenção que, neste caso, as expressões modais são funções de z), obtem-se as equações acopladas [8]:

$$\frac{\partial a_{n}^{+}}{\partial z} + \frac{\partial a_{n}^{-}}{\partial z} - i\beta_{nz}(b_{n}^{+} - b_{n}^{-}) = \sum_{m} -k_{s}(a_{m}^{+} + a_{m}^{-})$$

$$\frac{\partial b_{n}^{+}}{\partial z} - \frac{\partial b_{n}^{-}}{\partial z} - i\beta_{nz}(a_{n}^{+} + a_{n}^{-}) = \sum_{m} -k_{r}(b_{m}^{+} - b_{m}^{-})$$
(5.16)

 $\operatorname{com} k_s \, \mathrm{e} \, k_r$  são definidos como:

$$k_{s} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \frac{\partial \vec{E}_{mt}^{p}}{\partial z} \times \vec{H}_{nt}^{q*} \right] \cdot \vec{e}_{z} dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} \left( \vec{E}_{nt}^{p} \times \vec{H}_{nt}^{q*} \right) \cdot \vec{e}_{z} dx}$$

$$k_{r} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \frac{\partial \vec{H}_{mt}^{p}}{\partial z} \times \vec{E}_{nt}^{q*} \right] \cdot \vec{e}_{z} dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} \left( \vec{H}_{nt}^{p} \times \vec{E}_{nt}^{q*} \right) \cdot \vec{e}_{z} dx}$$
(5.17)

onde  $p, q = \pm$  refere-se à propagação segundo  $\pm z$ .

Os campos eléctrico e magnético propagam-se como um modo, donde:  $a^+ = b^+$  e  $b^- = a^-$  (capítulo 3).

Assumindo  $a^+$  e  $a^-$  da forma:

$$\begin{bmatrix} a^{+}(y,z) = A^{+}(z) e^{i(\beta_{y}y + \beta_{z}z)} \\ a^{-}(y,z) = A^{-}(z) e^{i(\beta_{y}y - \beta_{z}z)} \end{bmatrix}$$
(5.18)

obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \frac{dA_{n}^{+}(z)}{dz} = \sum_{m} \left[ -\frac{(k_{r} + k_{s})}{2} A_{m}^{+}(z) e^{i(\beta_{mz} - \beta_{nz})^{2}} + \frac{(k_{r} - k_{s})}{2} A_{m}^{-}(z) e^{-i(\beta_{mz} + \beta_{nz})^{2}} \right] \\ \frac{dA_{n}^{-}(z)}{dz} = \sum_{m} \left[ \frac{(k_{r} - k_{s})}{2} A_{m}^{+}(z) e^{i(\beta_{mz} + \beta_{nz})^{2}} - \frac{(k_{r} + k_{s})}{2} A_{m}^{-}(z) e^{-i(\beta_{mz} - \beta_{nz})^{2}} \right]$$
(5.19)

onde se assume  $\beta_{nv} = \beta_{mv}$ , de forma a simplificar as equações.

Em geral, não existe solução analítica exacta para este par de equações acopladas. Uma solução aproximada pode ser obtida, contudo, considerando unicamente os termos quase em fase nas equações, isto é, considerando só os campos que estão em sincronismo com a rede do guia.

Admitindo os coeficientes de acoplamento na forma (função harmónica):

$$\frac{\left(k_r \pm k_s\right)}{2} = 2\cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda}z\right)k^{\pm}$$
(5.20)

definindo o parâmetro de assincronismo como:

$$2\delta \equiv \beta_{mz} + \beta_{nz} - \frac{2\pi}{\Lambda} = \beta_m \cos\theta_m + \beta_n \cos\theta_n - \frac{2\pi}{\Lambda}$$
(5.21)

e tendo presente que só ocorre acoplamento significativo para os modos que estão em sincronismo de fase ( $\delta \approx 0$ ), as equações:

$$\begin{vmatrix} \frac{dA_n^+}{dz} \cong k^- A_m^- \ e^{-2i\delta z} \\ \frac{dA_n^-}{dz} \cong k^- A_m^+ \ e^{2i\delta z} \end{vmatrix}$$
(5.22)

são uma boa aproximação das equações acopladas. O coeficiente de acoplamento com interesse, neste caso, é  $k^- = \frac{k_r - k_s}{4\cos(\frac{2\pi}{\Lambda}z)}$ .

Os índices *n* e *m* correspondem aos modos guiados  $TE_0$  e  $TM_0$ , com n = m para acoplamento entre os modos com a mesma polarização, e  $n \neq m$  para acoplamento entre os modos  $TE_0$  e  $TM_0$ .

O coeficiente de acoplamento  $(k_r - k_s)/2$ , por unidade de comprimento (na direcção y), com base na descrição em termos de modos locais normais, é dado por [8]:

$$\frac{k_r - k_s}{2} = \left[ \frac{-i\omega}{2i(\beta_n \cos\theta_n + \beta_m \cos\theta_m) \int_{-\infty}^{+\infty} (\vec{E}_{nt}^+ \times \vec{H}_{nt}^{-*}) \cdot \vec{e}_z dz} \right] \times \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} (\vec{E}_m^+ \cdot \vec{E}_n^{-*}) dx$$
(5.23)

Esta expressão é geral e aplica-se a distribuições modais arbitrárias.

Pode aplicar-se a expressão acima a distribuições modais em guias planares. O problema resumese ao cálculo do factor

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \left( \vec{E}_m^+ \cdot \vec{E}_n^{-*} \right) dx$$
(5.24)

Assume-se que todas as variações de índice são contínuas, embora, na realidade, isso nem sempre aconteça. Para perturbações em que  $\left|\frac{\partial g}{\partial z}\right| <<1$ , pode-se admitir que as componentes do campo segundo x são, aproximadamente, normais às interfaces, enquanto as componentes do campo segundo y e z são, aproximadamente, tangenciais.

É possível simplificar a expressão (5.24), usando um sistema de coordenadas diferente, figura 5.15.



Figura 5.15: Sistema de coordenadas local usado nos cálculos; este sistema de coordenadas segue o perfil variável da rede [8].

A coordenada espacial z' é tangente à fronteira entre o núcleo e o revestimento, descrita por x = g(z). O ângulo de rotação  $\alpha$  pode ser expresso a partir da derivada da função,  $tan \alpha = \frac{dg(z)}{dz}$ .

Considera-se que a distribuição de índice é função de x', mas não de z', no novo sistema de coordenadas:

$$n = n(x') \tag{5.25}$$

Mudando a variável de integração de x para x', e tendo em conta que:

$$\frac{\partial n^{2}}{\partial z} = \left(\frac{\partial n^{2}}{\partial x'}\right)\left(\frac{\partial x'}{\partial z}\right) = -\left(\frac{\partial n^{2}}{\partial x'}\right)\sin\alpha$$

$$dx = \left(\frac{\partial x}{\partial x'}\right)tx' = \frac{dx'}{\cos\alpha}$$
(5.26)

a expressão (5.24) toma a forma:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \left( \vec{E}_m^+ \cdot \vec{E}_n^{-*} \right) dx = -\varepsilon_0 \tan \alpha \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial n^2(x')}{\partial x'} \left( \vec{E}_{mx}^+ \cdot \vec{E}_{nx}^{-*} + \vec{E}_{my}^+ \cdot \vec{E}_{ny}^{-*} + \vec{E}_{mz}^+ \cdot \vec{E}_{nz}^{-*} \right) dx'$$
(5.27)

A componente normal à interface do campo eléctrico é descontínua, apresentando, por isso, alguns problemas ao cálculo do integral. Trata-se, separadamente, as componentes tangenciais e a componente normal, no produto interno em (5.27).

A parte do integral com o produto escalar das componentes tangenciais é

$$I_{1} = -\varepsilon_{0} \tan \alpha \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial n^{2}(x')}{\partial x'} \left( \vec{E}_{my}^{+} \cdot \vec{E}_{ny}^{-*} + \vec{E}_{mz}^{+} \cdot \vec{E}_{nz}^{-*} \right) dx'$$
(5.28)

Obtem-se para  $I_1$ , tendo em conta que as várias componentes do campo permanecem praticamente constantes ao longo da região de integração, a expressão

$$I_{1} = \varepsilon_{0} \tan \alpha (n_{f}^{2} - n_{c}^{2}) \left[ \vec{E}_{my}^{+} \cdot \vec{E}_{ny}^{-*} + \vec{E}_{mz}^{+} \cdot \vec{E}_{nz}^{-*} \right]_{x=g(z)}$$
(5.29)

A parte do integral com o produto escalar das componentes normais é

$$I_{2} = -\varepsilon_{0} \tan \alpha \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial n^{2}(x')}{\partial x'} \left(\vec{E}_{mx}^{+} \cdot \vec{E}_{nx}^{-*}\right) dx'$$
(5.30)

A continuidade da componente normal do vector  $\vec{D}$  requer que

$$n^{2}(x')E_{x}(x') = n_{f}^{2}E_{x}\Big|_{x=g(z)^{-}}$$
(5.31)

 $I_2$  vem, então:

$$I_2 = -\varepsilon_0 \tan \alpha \cdot n_f^4 \left[ \vec{E}_{mx}^+ \cdot \vec{E}_{nx}^{-*} \right]_{x=g(z)^-} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial n^2(x')}{\partial x'} \frac{1}{n^4(x')} dx'$$
(5.32)

Após a integração, tem-se:

$$I_{2} = \varepsilon_{0} \tan \alpha \cdot \frac{n_{f}^{2}}{n_{c}^{2}} \left( n_{f}^{2} - n_{c}^{2} \right) \left[ \vec{E}_{mx}^{+} \cdot \vec{E}_{nx}^{-*} \right]_{x = g(z)^{-}}$$
(5.33)

O integral do denominador da expressão pode ser calculado usando a relação de ortogonalidade [6]:

$$-\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\vec{E}_{nt}^{+} \times \vec{H}_{nt}^{-*}\right) \vec{e}_{z} dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\vec{E}_{nt}^{+} \times \overline{H}_{nt}^{+*}\right) \vec{e}_{z} dx = 2P \cos \theta_{n}$$
(5.34)

O coeficiente de acoplamento  $\frac{(k_r - k_s)}{2}$ , para pequenas perturbações ( $\left|\frac{dg}{dz}\right| << 1$ ), é então dado por:

$$\frac{(k_r - k_s)}{2} = \frac{\omega \varepsilon_0 \left(\frac{dg}{dz}\right) (n_f^2 - n_c^2) \left[\frac{n_f^2}{n_c^2} E_{mx}^+ E_{nx}^{-*} + E_{my}^+ E_{ny}^{-*} + E_{mz}^+ E_{nz}^{-*}\right]}{2(\beta_n \cos \theta_n + \beta_m \cos \theta_m) 2P \cos \theta_n}$$
(5.35)

onde as componentes do campo são avaliadas no núcleo imediatamente abaixo da interface núcleo - superestrato. Na expressão acima, m corresponde ao modo incidente e n corresponde ao modo difractado.

Para um guia de onda planar com distribuição de índice em degrau e uma rede de difracção sinusoidal na superfície de separação entre o núcleo e o superestrato, os vários coeficientes de acoplamento são, assumindo que  $\beta_m \cos \theta_m + \beta_n \cos \theta_n \approx \frac{2\pi}{\Lambda}$ :

$$\begin{vmatrix} k_{TE-TE}^{-} = C_{TE} \frac{\cos 2\theta_{n}}{\cos \theta_{n}} \\ k_{TE-TM}^{-} = -k_{TM-TE}^{-} = \left[ i\sqrt{C_{TE}C_{TM}} \frac{\left(N_{TM}^{2} - n_{c}^{2}\right)^{\nu_{2}}}{\left(q_{c}\right)^{\nu_{2}} n_{c}} \right] \frac{\sin(\theta_{m} + \theta_{n})}{\cos \theta_{n}} \\ k_{TM-TM}^{-} = C_{TM} \frac{1}{n_{f}^{2}q_{c}} \left[ N_{TM}^{2} - \frac{n_{f}^{2}}{n_{c}^{2}} \left(N_{TM}^{2} - n_{c}^{2}\right) \cos 2\theta_{n} \right] \frac{1}{\cos \theta_{n}} \end{aligned}$$
(5.36)

com:

$$C_{TE} = \frac{\pi}{\lambda} \frac{\Delta h}{h_{effTE}} \frac{n_f^2 - N_{TE}^2}{N_{TE}}$$

$$C_{TM} = \frac{\pi}{\lambda} \frac{\Delta h}{h_{effTM}} \frac{n_f^2 - N_{TM}^2}{N_{TM}}$$

$$q_c = \frac{N_{TM}^2}{n_f^2} + \frac{N_{TM}^2}{n_c^2} - 1$$
(5.37)

onde  $h_{eff}$  (2.30 e 2.31) e N são a largura efectiva e o índice efectivo do modo (TE ou TM) do guia não-perturbado, respectivamente.

Para haver acoplamento significativo entre os modos incidente *m* e difractado *n* num guia com rede de difracção de período  $\Lambda$ , as constantes de propagação desses modos,  $\beta_m$  e  $\beta_n$ , devem satisfazer a relação

$$\begin{bmatrix} \beta_m \sin \theta_m = \beta_n \sin \theta_n \\ \beta_m \cos \theta_m + \beta_n \cos \theta_n = 2\pi/\Lambda \end{bmatrix}$$
(5.38)

Da expressão do coeficiente de acoplamento entre os modos TE, conclui-se que este tipo de acoplamento é nulo para incidência a 45<sup>0</sup>. Não há conversão de modos TE-TM ou TM-TE para incidência normal. Da expressão anterior, conclui-se que, no acoplamento TE-TM (ou TM-TE), os ângulos de incidência e de reflexão são diferentes, isto é,  $\theta_m \neq \theta_n$ .

Verifica-se que os coeficiente de acoplamento obtidos por ambas as formulações (modos ideais normais, modos locais normais), para acoplamento TE-TE e TE(TM)-TM(TE), coincidem [9]. Contudo, os coeficientes de acoplamento TM-TM diferem de forma significativa, em guias fortemente assimétricos e guias com forte confinamento, isto é, em guias com  $n_f >> n_c$  [9].

L. A. Weller-Brophy e D. G. Hall [10] apresentaram resultados experimentais que mostram que a descrição baseada na expansão em modos locais normais é mais realista que a descrição em modos ideais normais para os modos TM, particularmente quando a direcção de propagação não coincide com a direcção definida pelo vector da rede. Optou-se, portanto, pela formulação baseada nos modos locais normais para fazer a simulação e caracterização de multiplexadores/desmultiplexadores de comprimento de onda baseados em guias com redes de difracção.

## 5.2.2 Solução das Equações Acopladas

Para se conhecer a dependência das características funcionais (reflectividade, largura de banda, largura angular) da rede relativamente aos parâmetros dos guias e da rede, é necessário determinar a solução das equações acopladas.

Assumindo  $A^+(z)$  e  $A^-(z)$  da forma:

as equações acopladas vêm:

### 5.2.2 Solução das Equações Acopladas

$$\frac{dR(z)}{dz} = i\delta R(z) + k^{-}S(z)$$

$$\frac{dS(z)}{dz} = -i\delta S(z) + k^{-}R(z)$$

$$(5.40)$$

Para uma rede de comprimento L, com as condições fronteira correspondentes a um reflector, R(0) = 1 e S(L) = 0, a solução das equações acopladas é [8]:

$$\begin{bmatrix} R(z) = \frac{1}{\alpha} \left[ \frac{-(k^{-})^{2} \sinh(\alpha L)}{\alpha \cos(\alpha L) - i\delta \sinh(\alpha L)} + i\delta \right] \sinh(\alpha z) + \cosh(\alpha z) \\ S(z) = \frac{-(k^{-})}{\alpha \cos(\alpha L) - i\delta \sinh(\alpha L)} \sinh[\alpha (L-z)] \end{bmatrix}$$
(5.41)

com:  $\alpha^2 = (k^-)^2 - \delta^2$ 

A reflectividade 
$$\Re\left(=\frac{|S(0)|}{|R(0)|}^2\right)$$
, para uma rede de comprimento L, é:

$$\Re = \left| \frac{-k^{-} \sinh(\alpha L)}{\alpha \cosh(\alpha L) - i \delta \sinh(\alpha L)} \right|^{2}$$
(5.42)

Estas expressões são gerais, e aplicam-se a qualquer polarização, qualquer que seja o ângulo de incidência na rede. As dependências angular e na polarização estão incluidas em  $k^-$  e  $\delta$ . Para se caracterizar completamente o comportamento da rede reflectora, é apenas necessário conhecer os seguintes três parâmetros:

 $k^- \equiv k$ : coeficiente de acoplamento  $\delta$  : parâmetro de assincronia L : comprimento da rede

Para incidência segundo o ângulo de Bragg, ( $\delta = 0$ ), a reflectividade  $\Re$  de uma rede de comprimento *L* é:

$$\Re(Bragg) = \tanh^2(k^-L) \tag{5.71}$$

### 5.2.2 Solução das Equações Acopladas

A potência reflectida normalizada,  $\Re$ , em função de kL, está representada na figura 5.16.



Figura 5.16: Reflectividade da rede de difracção em função de kL, na condição de Bragg.

Para se obter uma reflectividade elevada ( $\Re \approx 1$ ), os modos devem estar em sincronismo de fase ( $\delta = 0$ ) e a rede deverá ter um comprimento tal que  $kL \ge 3$ .

Assumindo  $k(\lambda)L = 3$ , a reflectividade  $\Re$  em função da assincronia normalizada  $\delta_k$  está representada na figura 5.17, para um exemplo.



Figura 5.17: Reflectividade em função do parâmetro de assincronia normalizado ( $h = 4.0 \mu m$ ,  $\Delta h = 0.52 \mu m$ ,  $\lambda = 1.55 \mu m$ ,  $n_c = n_s = 1.480$ ,  $n_f = 1.485$ ).

O factor  $\delta'_k$  é função do ângulo de incidência e do comprimento de onda; conhecendo a dependência em  $\lambda \in \theta$ , obtem-se a resposta espectral ( $\Re vs. \lambda$ ) ou a função de resposta angular ( $\Re vs. \theta$ ).

### 5.2.3 Redes em Guias de Onda Planares de Três Camadas

### 5.3 Redes em Guias de Onda Planares de Três Camadas

Aplica-se, de seguida, o formalismo apresentado à análise de guias de onda planares com redes de difracção na fronteira entre o núcleo e o superestrato, figura 5.18.



Figura 5.18: Representação esquemática da perturbação na fronteira entre o superestrato e o núcleo de um guia planar.

Na análise, considera-se um guia planar de três camadas com as características nominais:

- índice do superestrato: 1.480;
- índice do núcleo: 1.485;
- índice do subtrato: 1.480;
- espessura do núcleo 4 μm;
- amplitude da perturbação 0.20 µm.

e o comprimento de onda  $\lambda = 1.55 \mu m$ . Admite-se a ocorrência de desvios nos valores nominais dos parâmetros do guia e da rede reais.

Pode-se, em geral, assumir o campo constante em toda a extensão das perturbações nas fronteiras entre a região 3 e a região 1, sempre que  $\Delta h/h < 0.1$  ( $x \in [-a - \Delta h_1, -a + \Delta h_1]$ , figura 5.18).

As figuras 5.19 (a) e (b) representam o comprimento da rede para elevada reflectividade  $(K(\theta) \cdot L = 3)$  em função do ângulo de incidência, na condição de Bragg. A figura 5.19 (a) referese a um guia de onda em que o superestrato é o ar (índice de refracção do superestrato 1.00), e a figura 5.19 (b) refere-se a um guia de onda simétrico (índice de refracção do superestrato 1.480).

#### 5.2.3 Redes em Guias de Onda Planares de Três Camadas



Figura 5.19: Comprimento da rede  $(L = 3 / K(\theta))$  em função do ângulo de incidência, (a) para um guia assimétrico  $(n_c=1.000)$  e (b) para um guia simétrico  $(n_c = n_s)$ .  $h=4.0 \ \mu\text{m}$ ,  $\Delta h=0.20 \ \mu\text{m}$ ,  $n_s=1.480$  e  $n_f=1.485$ .

Assumindo  $k(\lambda)L = 3$ , a reflectividade  $\Re$  em função de  $\theta$  em torno do ângulo de Bragg, está representada na figura 5.20.



Figura 5.20: Reflectividade em função do ângulo de incidência, para os mesmos parâmetro da figura 5.19, com  $\Lambda = 0.52 \ \mu m$ .

#### 5.2.3 Redes em Guias de Onda Planares de Três Camadas

Da mesma forma, assumindo  $k(\theta)L = 3$ , a reflectividade  $\Re$  em função de  $\lambda$  em torno de 1.55 µm, está representada na figura 5.21.



Figura 5.21: Reflectividade em função do ângulo de íncidência, para os mesmos parâmetro da figura 5.19, com  $\Lambda = 0.52 \ \mu m$ .

### 5.3. Redes Periódicas em Guias de Onda Planares com Quatro Camadas

Se se substituir o guia de três camadas por um um guia de quatro camadas, em que a camada entre o "núcleo" e o superestrato (camada intermédia) apresenta um índice de refracção substancialmente diferente do do "núcleo", a perturbação é maior. Analisa-se o caso do acoplamento induzido pela perturbação no guia de onda em que a fronteira perturbada apresenta um perfil de sinusoidal.



Figura 5.22: Representação esquemática da perturbação na fronteira entre o superestrato e a camada intermédia, num guia de quatro camadas.

Considere-se o guia planar de quatro camadas cuja geometria e distribuição da permitividade eléctrica estão indicadas na figura 5.23. As regiões 1 e 2 são as regiões de confinamento do campo electromagnético.



Figura 5.23: Representação esquemática da estrutura planar dieléctrica assimétrica de quatro camadas.

A situação ilustrada corresponde a um guia com  $n_1 \ge n_2 \ge n_3 \ge n_4$ ; contudo, a análise desenvolvida aplica-se também a outras possibilidades. Para modos guiados, tem que se considerar dois casos possíveis para a constante de propagação  $\beta$ : (a)  $k \cdot n_2 \ge \beta \ge k \cdot n_3$ , (b)  $k \cdot n_1 \ge \beta \ge k \cdot n_2$ . Nas aplicações em estudo e para os guias considerados,  $a \ll d$  e  $n_1 > n_2$ , donde o índice efectivo dos modos satisfaz a condição  $n_2 \ge N \ge n_3$ . O caso de interesse é, pois, o caso (a).

Sejam, portanto, os modos de um guia planar de quatro camadas em que  $k \cdot n_2 \ge \beta \ge k \cdot n_3$ . Os modos TE e TM deste guia podem ser expressos como:

$$\begin{bmatrix}
\left\{ -A \sin a K_{1} + B \cos a K_{1}\right) \exp\left[K_{4}(x+a)\right] & x \leq -a \\
A \sin K_{1}x + B \cos K_{1}x & -a \leq x \leq 0 \\
\frac{B \cos\left(K_{2}x + \chi\right)}{\cos \chi} & 0 \leq x \leq d \\
\frac{B \cos\left(dK_{2} + \chi\right)}{\cos \chi} \exp\left[K_{3}(d-x)\right] & x \geq d
\end{bmatrix}$$
(5.43)

onde:

$$\begin{bmatrix} K_1^2 = k^2 n_1^2 - \beta^2 \\ K_2^2 = k^2 n_2^2 - \beta^2 \\ K_3^2 = \beta^2 - k^2 n_3^2 \\ L_4^2 = \beta^2 - k^2 n_4^2 \end{bmatrix}$$
(5.44)

As componentes do campo magnético dos modos TE,  $H_x$  e  $H_z$ , são obtidas a partir da componente  $E_y$  do campo eléctrico:

$$\begin{bmatrix}
 H_x = -\frac{\beta}{\omega\mu_o} E_y \\
 H_z = -\frac{i}{\omega\mu_o} \frac{\partial E_y}{\partial x}
 \end{bmatrix}$$
(5.45)

Nos modos TM, as componentes do campo eléctrico  $E_x$  e  $E_z$  são obtidas a partir da componente  $H_y$  do campo magnético:

$$E_{x} = \frac{\beta}{\omega \varepsilon_{o} n_{j}^{2}} H_{y}$$

$$E_{z} = \frac{i}{\omega \varepsilon_{o} n_{j}^{2}} \frac{\partial H_{y}}{\partial x}$$
(5.46)

As condições-fronteira para os modos TE requerem que  $E_y$  seja contínua ao longo das fronteiras x=-a, x=0, e x=d, assim como a componente  $H_z$  do campo magnético. Delas resulta a equação de valores próprios para os modos TE, para um guia de quatro camadas assimétrico [11]:

$$\tan dK_{2} = \frac{K_{2} \left[ K_{3} + K_{1} \tan \left\{ \tan^{-1} \left( \frac{K_{4}}{K_{1}} \right) - aK_{1} \right\} \right]}{K_{2}^{2} - K_{1} K_{3} \tan \left\{ \tan^{-1} \left( \frac{K_{4}}{K_{1}} \right) - aK_{1} \right\}}$$
(5.47)

com a constante  $\chi$  dada por:

$$\chi_{TE} = \tan^{-1} \left[ \frac{K_4}{K_1} \right] - aK_1 \tag{5.48}$$

Da continuidade de  $H_y$  e de  $E_z$  nas fronteiras x=-a, x=0 e x=d, resulta a equação de valores próprios para os modos TM :

$$\tan dK_{2} = \frac{K_{2} \cdot n_{2}^{2} \left[ K_{3} \cdot n_{1}^{2} + K_{1} \cdot n_{3}^{2} \tan \left\{ \tan^{-1} \left( \frac{K_{4} \cdot n_{1}^{2}}{K_{1} \cdot n_{4}^{2}} \right) - aK_{1} \right\} \right]}{K_{2}^{2} \cdot n_{2}^{2} \cdot n_{3}^{2} - K_{1}K_{3} \cdot n_{2}^{4} \tan \left\{ \tan^{-1} \left( \frac{K_{4} \cdot n_{1}^{2}}{K_{1} \cdot n_{4}^{2}} \right) - aK_{1} \right\} \right]}$$
(5.49)

com a constante  $\chi$  dada por:

$$\chi_{_{TM}} = tan^{-1} \left[ \frac{K_4 \cdot n_1^2}{K_1 \cdot n_4^2} \right] - aK_1$$
(5.50)

As soluções das equações (5.47) e (5.49) podem ser obtidas numericamente. Para tal, foi implementado um algoritmo, programado em FORTRAN. O conhecimento da constante de propagação permite o cálculo do campo nas várias regiões do guia, e daí dos vários coeficientes de acoplamento.

A figura 5.24 mostra a região de operação "monomodo" (TE<sub>o</sub> ou TM<sub>o</sub>) a 1.300  $\mu$ m, para um guia de quatro camadas (espessura do núcleo 4  $\mu$ m; índice do núcleo: 1.485; índice do subtrato: 1.480; índice do superestrato 1.480), em que se faz variar a espessura da camada intermédia *a*, e o respectivo índice de refracção *n<sub>i</sub>*.



Figura 5.24: Região de operação "monomodo" ( $TE_o$  ou  $TM_o$ ), em função dos parâmetros da camada intermédia.

A espessura da camada intermédia com índice de refracção superior a 1.500 não pode exceder 400 nm. Na análise, considera-se uma estrutura de quatro camadas com as características nominais do guia de três camadas, índice da camada intermédia 1.500 e espessura máxima da camada intermédia 0.4 µm. Admite-se, novamente, a ocorrência de desvios nos valores nominais dos parâmetros do guia e da rede.

As figuras 5.25 (a) e (b) representam o comprimento da perturbação para elevada reflectividade  $(K(\theta) \cdot L = 3)$  em função do ângulo de incidência, na condição de Bragg. A figura 5.25 (a) referese a um guia de onda em que o superestrato é o ar (índice de refracção do superestrato 1.00), e a figura 5.25 (b) refere-se a um guia em que o índice de refracção do superestrato é 1.480.



Figura 5.25: Comprimento da perturbação  $(L = 3 / K(\theta))$  em função do ângulo de incidência para um guia de quatro camadas com  $a = 0.40 \ \mu\text{m}$  e  $n_i = 1.500$ , (a) para um guia cujo superestato é o ar,  $n_c = 1.000$ , e (b) para um guia em que o índice do superestrato igual ao índice do substrato  $(n_c = n_s)$ .  $h = 4.0 \ \mu\text{m}$ ,  $a = 0.40 \ \mu\text{m}$ ,  $\Delta h = 0.20 \ \mu\text{m}$ ,  $n_s = 1.480 \ e \ n_f = 1.485$ .  $\lambda = 1.55 \ \mu\text{m}$ .

Assumindo  $k(\lambda)L = 3$ , a reflectividade  $\Re$  em função de  $\theta$  em torno do ângulo de Bragg, está representada na figura 5.26.



Figura 5.26: Reflectividade em função do ângulo de incidência para os mesmos paraâmetros da figura 5.25, com  $\Lambda = 0.52 \ \mu m$ .

Da mesma forma, assumindo kL = 3, a reflectividade  $\Re$  em função de  $\lambda$  em torno de 1.55  $\mu$ m, está representada na figura 5.21.



Figura 5.27: Reflectividade em função do comprimento de onda da radiação para os mesmos parâmetros da figura 5.25, com  $\Lambda = 0.52 \ \mu m$ .

Os guias de onda fabricados apresentam, além da perturbação desejada na fronteira entre a camada intermédia e o superestrato, também uma perturbação espúria na fronteira entre a camada intermédia e o núcleo, figura 5.28, resultante da tecnologia de fabricação.



Figura 5.28: Representação esquemática de um guia de quatro camadas, com ambas as fronteiras da camada intermédia perturbadas.

Tendo presente que a extensão transversal da região perturbada é pequena, quando comparada com as dimensões do "núcleo" do guia, e menor que o comprimento de onda, podemos, em geral, considerar o campo constante em toda a extensão transversal das perturbações, nas fronteiras entre a região 4 e a região 1 ( $x \in [-a - \Delta h_1, -a + \Delta h_1]$ ), e entre a região 1 e a região 2 ( $x \in [-\Delta h_2, +\Delta h_2]$ ).

As figuras 5.29 (a) e (b) representam o comprimento da rede para elevada reflectividade  $(K(\theta) \cdot L = 3)$  em função do ângulo de incidência, na condição de Bragg. A figura 5.29 (a) referese a um guia de onda simétrico com a perturbação na fronteira entre o núcleo e a camada intermédia, e a figura 5.29 (b) refere-se a um guia simétrico com ambas as fronteiras da camada intermédia perturbadas, e com as mesmas características do guia da figura 5.29 (a).



Figura 5.29: Comprimento da perturbação  $(L = 3 / K(\theta))$  em função do ângulo de incidência, (a) para um guia assimétrico  $(n_c = 1.000)$  e (b) para um guia simétrico  $(n_c = n_s)$ .  $h = 4.0 \ \mu$ m,  $\Delta h = 0.20 \ \mu$ m,  $n_s = 1.480$  e  $n_f = 1.485$ .  $\lambda = 1.55 \ \mu$ m.

Assumindo  $k(\lambda)L = 3$ , a reflectividade  $\Re$  em função de  $\theta$  em torno do ângulo de Bragg, está representada na figura 5.30.



Figura 5.30: Reflectividade em função do angulo de íncidencia para os mesmos paraâmetros da figura 5.29, com  $\Lambda = 0.52 \ \mu m$ .

Da mesma forma, assumindo  $k(\theta)L = 3$ , a reflectividade  $\Re$  em função de  $\lambda$  em torno de 1.55 µm, está representada na figura 5.31.



Figura 5.31: Reflectividade em função do comprimento de onda da radiação para os mesmos parâmetros da figura 5.29, com  $\Lambda = 0.52 \ \mu m$ .

### 5.4 Outros Tipos de Dispositivos

Dispositivos WDM com funcionalidades mais complexas podem ser obtidos usando redes de fase sobrepostas em guias de onda [12,13]. Foram demonstradas redes com eficiências superiores a 50%, com separação angular e de comprimento de onda de 0.2<sup>0</sup> e 2 nm, respectivamente, e níveis de "crosstalk" inferiores a -40 dB [14].

Essas redes de fase são obtidas por modulação periódica do índice de refracção (secção 5.1.1), que pode ser criada num guia planar fotosensível usando técnicas holográficas ou feixes de electrões e técnicas variadas, entre as quais a permuta iónica. Usando redes de difracção de fase sobrepostas, é possível separar vários sinais de diferentes comprimentos de onda. Este tipo de dispositivo combina as propriedades intrínsecas das redes de difracção (elevada eficiência, elevadas selectividades em comprimento de onda e angular) com as vantagens da óptica integrada (miniaturização, estabilidade dos dispositivos e possibilidade de integração monolítica).

Redes de difracção curvilíneas, em geral elípticas [14], e redes com período variável [15] são usadas para obter reflexão, focagem, colimação, acoplamento, compensação de dispersão e filtragem.

## 5.6 Bibliografia

- T. Suhara, H. Nishihara,"Integrated Optics Components and Devices Using Periodic Structures", *IEEE J. Quantum Electron.* QE-22, 845 (1986)
- [2] H. Nishihara, M. Haruna, T. Suhara, "Optical Integrated Circuits", *McGraw-Hill*, London (**1989**)
- [3] S. Zhang, Th. Tamir, "Analysis and Design of Broadband Grating Components, *IEEE J. Quantum Electron*, **QE-29**, 2813 (**1993**)
- [4] G. Assanto, M. B. Marques, G. I. Stegeman, "Grating Coupling of Ligth Pulses into Third-order Nonlinear Waveguides", J. Opt. Soc. Am. B8, 553 (1991)
- [5] M. J. Adams, et al, "Semiconductor Lasers for Long-wavelength Optical-fibre Communications Systems", *Peter Peregrims*, Londres (1987)
- [6] D. Marcuse, "Theory of Dielectric Optical Waveguides", 2<sup>a</sup> ed., Academic Press, London (1991)
- [7] K.Wagatsuma, et al, "Mode Conversional Optical Filtering of Obliquely Incident Waves in Corrugated Waveguide Filters", *IEEE J. Quantum Electron.* QE-15, 632 (1979)
- [8] L. A. Weller-Brophy, D. G. Hall, "Local Normal Mode Analysis of Guided Mode Interactions With Waveguide Grating", J. Lightwave Technol. LT-6, 1069 (1988)
- [9] D. G. Hall, "Optical Wavegide Diffraction Gratings: Coupling Between Guided Modes", *Prog. Optics*, vol. XXIX (1991)
- [10] L. A. Weller-Brophy, D. G. Hall, "Measured TM-TM Coupling in Waveguide Gratings", Opt. Lett. 12, 756 (1987)
- [11] M.J. Adams, "An Introduction to Optical Waveguides", John Wiley & Sons, New York (1981)
- [12] V. Minier, et al, "Superimposed Phse Gratings in Planar Optical Waveguides for Wavelength Demultiplexing Applications", *IEEE Photon. Technol. Lett.* 5, 330 (1993)
- [13] M. R. Wang, et al, "Wavelength-division Multiplexing and Demultiplexing on Locally Sensitized Single-mode Polymer Microstructure Waveguides", *Opt. Lett.* 15, 363 (1990)
- [14] V. Minier, et al, "Diffraction Characteristics of Superimposed Holografic Gratings in planar Optical Waveguides", *IEEE Photon. Tech. Lett.* 4, 1115 (1992)
- [15] M. Matsuhara, et al, "Optical Waveguide Filters: Synthesis", J. Opt. Soc. Am. 65, 804 (1975)

# 6 Concl us ões

O trabalho apresentado respeitou à modelização de dispositivos ópticos integrados, com aplicação em Multiplexagem por Divisão de Comprimento de Onda, usando a Teoria de Acoplamento de Modos.

Examinou-se, em detalhe, as duas formulações mais comuns da Teoria de Acoplamento de Modos: (i) Teoria de Acoplamento de Modos baseada nos Modos Ideais Normais; (ii) Teoria de Acoplamento de Modos Baseada nos Modos Locais Normais. Analisou-se ambas as teorias, distinguindo as diferenças fundamentais na abordagem das condições fronteira: os Modos Ideais Normais, em geral, não satisfazem as condições-fronteira do problema, ao contrário dos Modos Locais Normais.

Abordou-se, no seguimento, o acoplamento entre dois ou mais guias de onda, referindo as diferentes análises e respectiva validade. Aplicou-se a teoria de acoplamento melhorada a acopladores direccionais de dois e de três guias, com vista à obtenção da configuração óptima e à análise de tolerâncias de multiplexadores e desmultiplexadores de dois canais. Os resultados obtidos, usando os algoritmos implementados estão, de acordo com os calculados pela técnica BPM-FFT. Demonstrou-se que, na respectiva configuração óptima, é possível obter dispositivos WDM com bom desempenho. No entanto, ficou evidente a necessidade de atingir tolerâncias de fabricação relativamente apertadas.

Analisou-se, ainda, a propagação de campos guiados por guias planares com perturbação na distribuição de índice de refracção, nomeadamente perturbações periódicas na interface núcleo/superestrato. Foi particularmente estudado o caso de reflectores de Bragg do tipo co-planar.

Referiu-se um método para aumentar a interacção entre ondas guiadas e redes periódicas em guias de onda com baixo contraste de índice de refracção, por introdução de uma camada de índice de refracção elevado entre o núcleo e o superestrato (camada intermédia). Os resultados obtidos mostram que é possível obter bom desempenho destes reflectores de Bragg. Analisou-se o efeito da presença de uma perturbação espúria na interface núcleo/camada intermédia, devida à técnica de fabricação da rede periódica desejada na interface superestrato/camada intermédia. Verificou-se que a sua presença afecta negativamente e de forma significativa o desempenho do reflector de Bragg.

Seria interessante vir a dispor-se de resultados experimentais respeitantes à caracterização de dispositivos implementados de acordo com os parâmetros deste estudo.

A generalização dos estudos desenvolvidos a outros casos seria muito interessante, e seria um seguimento lógico deste trabalho. Assim, a síntese de acopladores direccionais com acoplamento variável seria muito interessante. No caso das redes periódicas integradas, quer o caso de redes elípticas, quer o caso de redes com modulação (de amplitude e/ou de frequência), mereceriam um estudo aprofundado, em face do seu interesse actual em aplicações.

A utilização de redes periódicas em cascata, com um desfasamento entre elementos, seria ainda um tópico de interesse para continuação deste trabalho.