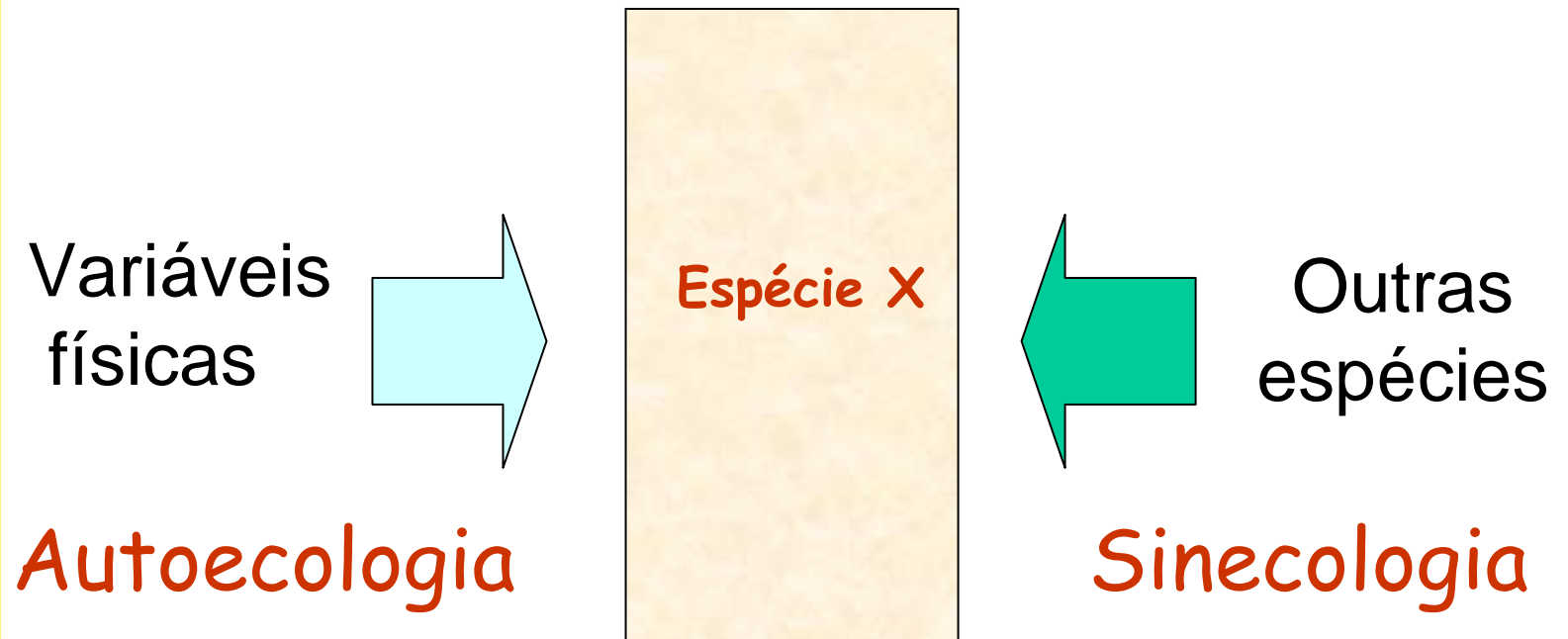
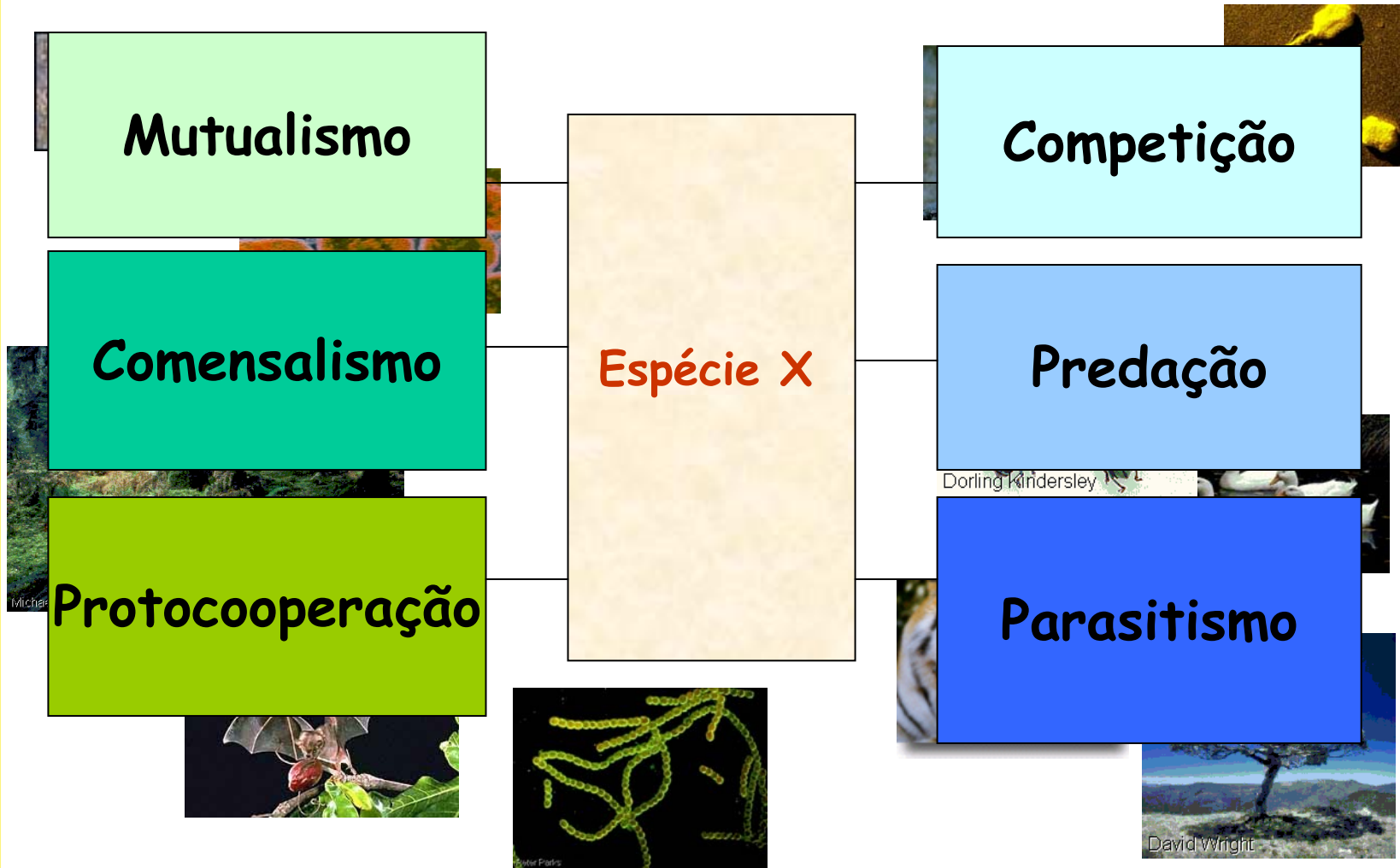


# *Influências sobre a dinâmica da população*



# Interações entre espécies



# Competição - definição

Existe competição entre organismos sempre que um deles exerça um efeito negativo sobre outro, quer consumindo quer controlando o acesso a um recurso limitado

Keddy, PA 1989. *Competition*. Chapman and Hall, NY

# Classificação da competição

Critério: espécies envolvidas

Competição *intraespecífica*

(Associada aos mecanismos de RDD)

Competição *interespecífica*

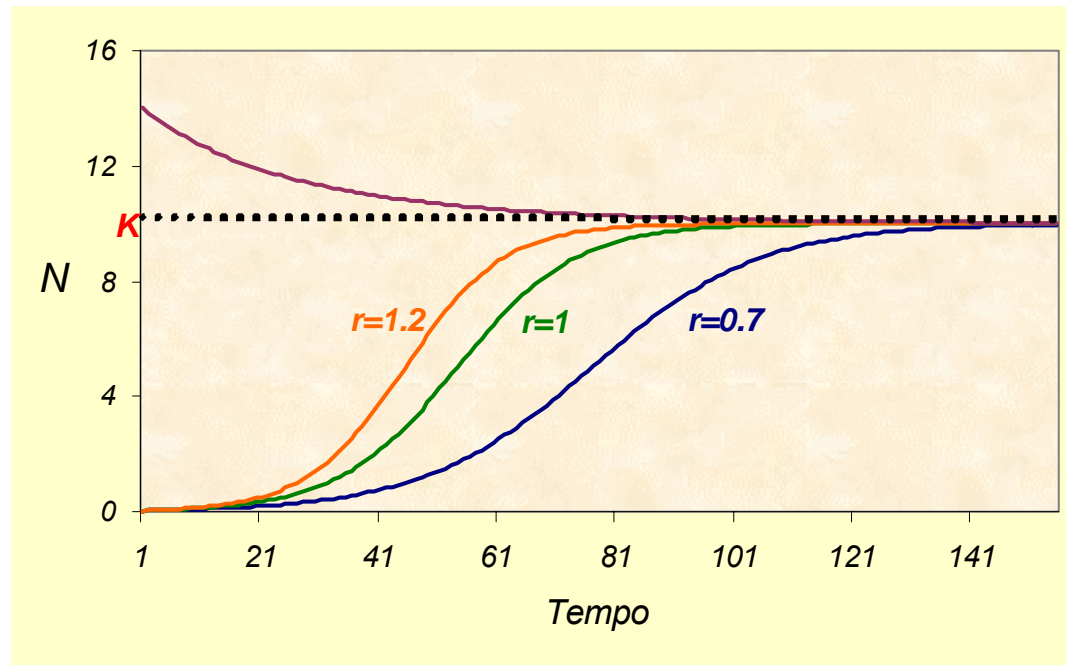
(Pode ou não regular o crescimento populacional)

*Representação teórica da  
competição*

# *X e Y isoladamente*

Reprodutores contínuos

$$\frac{dN}{dt} = rN \left( 1 - \frac{N}{K} \right)$$



## Dissecando a Eq. Logística

$$\frac{dX}{dt} = r_x X \left( 1 - \frac{X}{K_x} \right) \equiv \underbrace{\frac{1}{X} \frac{dX}{dt}}_{\text{T. crescimento por indivíduo}} = r_x - \underbrace{\frac{r_x}{K_x} X}_{\text{Efeito da competição intraespecífica}}$$

T. crescimento  
por indivíduo

Efeito da competição intraespecífica  
Efeito por indivíduo =  $r/K$

T. intrínseca crescimento  
( $r$  máximo)

Como introduzir o efeito negativo da competição com  $Y$  ?

# O coeficiente de competição $c_{xy}$

Coeficiente de competição de Y com X

$$c_{xy} = \frac{\text{Efeito negativo de 1 Y sobre 1 X}}{\text{Efeito negativo de 1 X sobre 1 X}}$$

*Incorporação na equação de X :*

$$\frac{1}{X} \frac{dX}{dt} = r_x - \frac{r_x}{K_x} X - \frac{r_x}{K_x} c_{xy} Y$$

Efeito de 1 Y sobre 1 X

Efeito total  
de Y sobre X



Ainda  $c_{xy}$

$$\frac{1}{X} \frac{dX}{dt} = r_x - \frac{r_x}{K_x} X - \underbrace{\frac{r_x}{K_x} c_{xy}}_{\text{Efeito de 1 Y sobre 1 X}} Y$$

$c_{xy}$

Efeito de 1 Y sobre 1 X

Se

$c_{xy} = 0$  não há competição

$c_{xy} = 1$  competição *interespecífica* = *intraespecífica*

$c_{xy} > 1$  competição *interespecífica* > *intraespecífica*

$c_{xy} < 1$  competição *interespecífica* < *intraespecífica*

# Equações Lotka-Volterra de Competição

$$\frac{1}{X} \frac{dX}{dt} = r_x - \frac{r_x}{K_x} X - \frac{r_x}{K_x} c_{xy} Y$$

$$\frac{1}{Y} \frac{dY}{dt} = r_y - \frac{r_y}{K_y} Y - \frac{r_y}{K_y} c_{yx} X$$

Isto é'

$$\frac{1}{X} \frac{dX}{dt} = \frac{r_x}{K_x} (K_x - X - c_{xy} Y)$$

$$\frac{1}{Y} \frac{dY}{dt} = \frac{r_y}{K_y} (K_y - Y - c_{yx} X)$$

# Generalização das equações a $n$ espécies

3 espécies

$$\frac{1}{X} \frac{dX}{dt} = \frac{r_x}{K_x} (K_x - X - c_{xy}Y - c_{xz}Z)$$

$$\frac{1}{Y} \frac{dY}{dt} = \frac{r_y}{K_y} (K_y - Y - c_{yx}X - c_{yz}Z)$$

$$\frac{1}{Z} \frac{dZ}{dt} = \frac{r_z}{K_z} (K_z - Z - c_{zx}X - c_{zy}Y)$$

Em geral ...

$$\frac{1}{N_i} \frac{dN_i}{dt} = \frac{r_i}{K_i} \left( K_i - N_i - \sum_{i \neq j}^{n-1} c_{ij} N_j \right)$$

## *Objectivos do estudo das eqs L-V*

Em que condições é que X e Y podem coexistir competindo ?

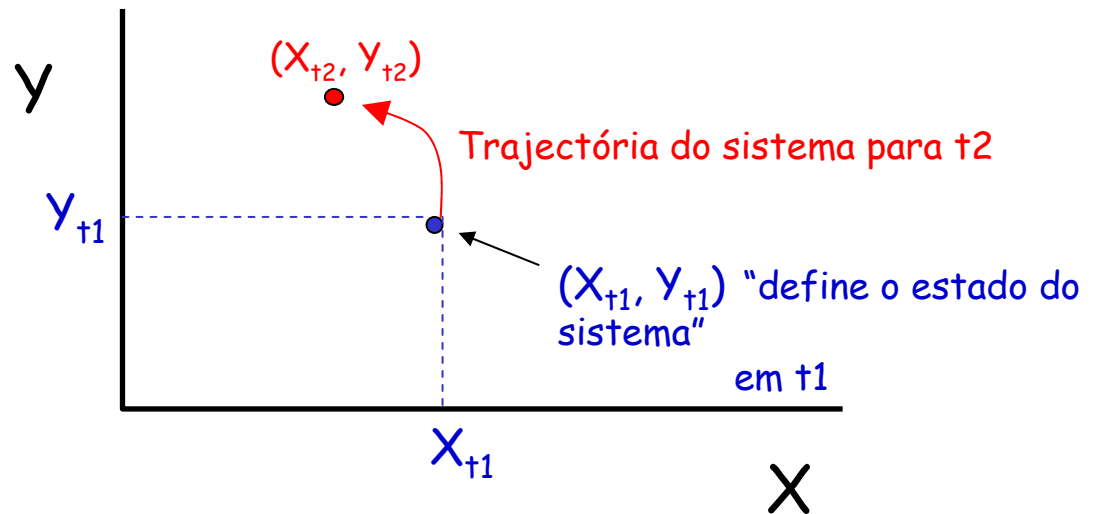
Se não podem competir, qual é eliminada ?

# O espaço de fase

$$\frac{dX}{dt} = \frac{r_x}{K_x} (K_x - X - c_{xy}Y)X$$

$$\frac{dY}{dt} = \frac{r_y}{K_y} (K_y - Y - c_{yx}X)Y$$

X e Y são as variáveis dependentes



## Nulclina de X

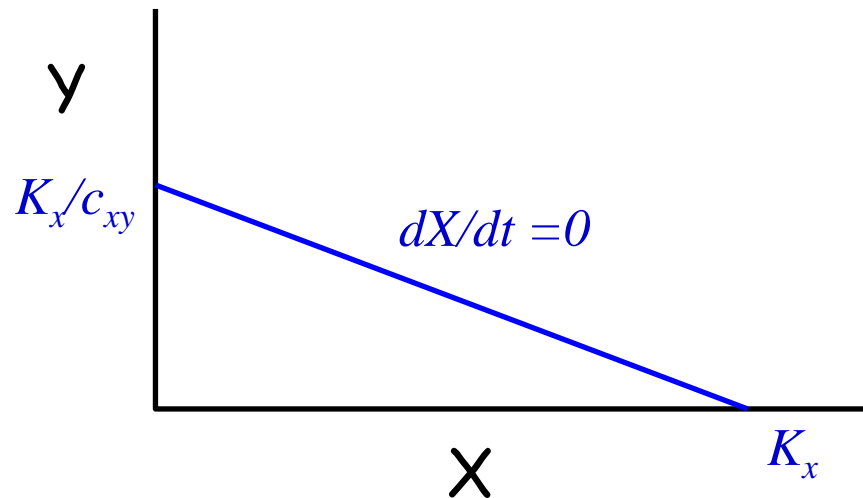
$$\frac{dX}{dt} = \frac{r_x}{K_x} (K_x - X - c_{xy}Y)X$$

$$\frac{dX}{dt} = 0 \quad ?$$

$$X=0$$

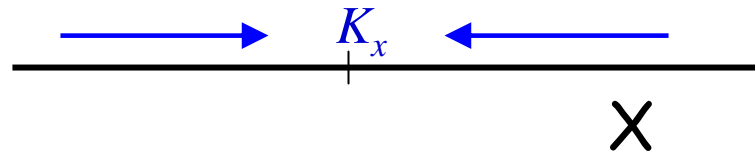
$$(K_x - X - c_{xy}Y) = 0$$

$$X = K_x - c_{xy}Y$$

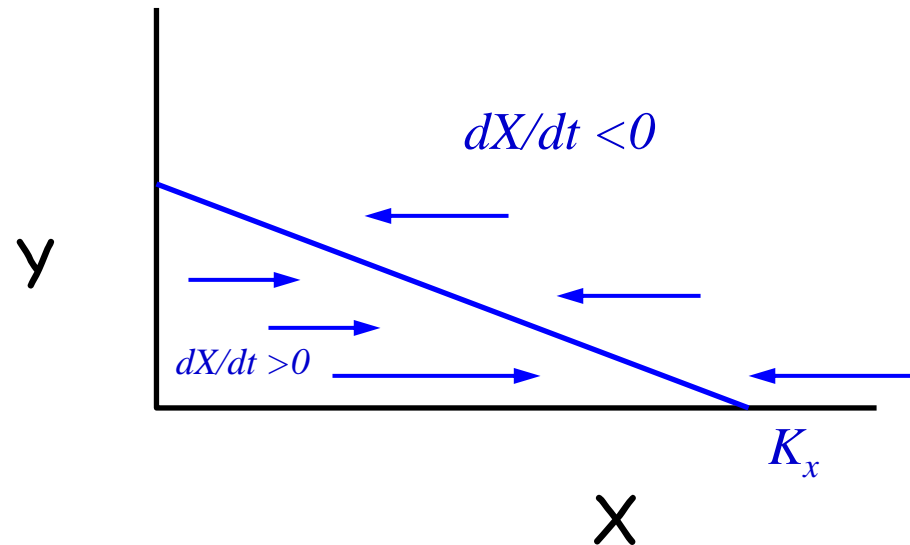


# Dinâmica de $X$

*Sem  $Y$*



*Com  $Y$*



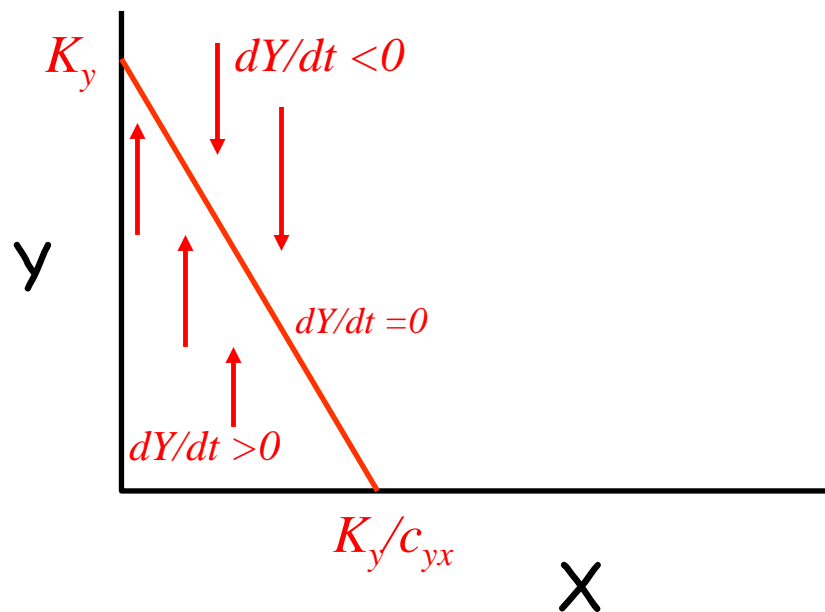
# Nulclina e dinâmica de $Y$

$$\frac{dY}{dt} = \frac{r_y}{K_y} (K_y - Y - c_{yx}X)Y$$

$$\frac{dY}{dt} = 0 \quad ?$$

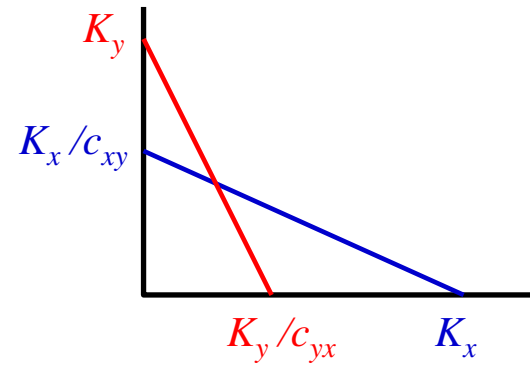
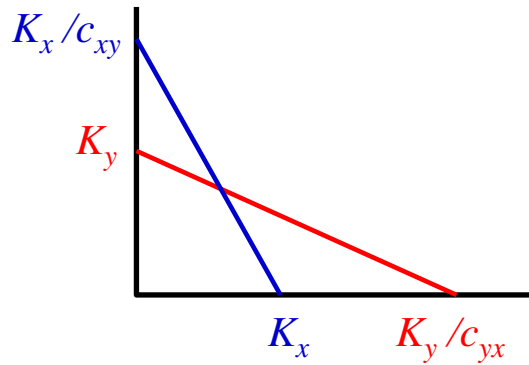
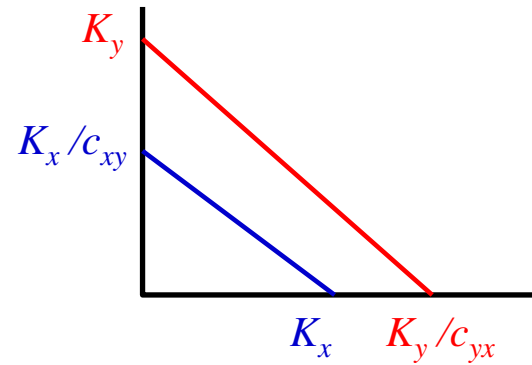
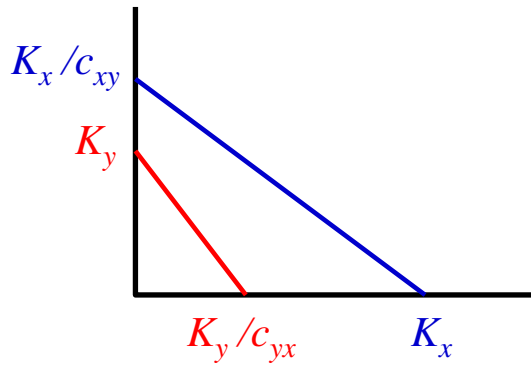
$$Y=0$$

$$(K_y - Y - c_{yx}X) = 0$$
$$Y = K_y - c_{yx}X$$



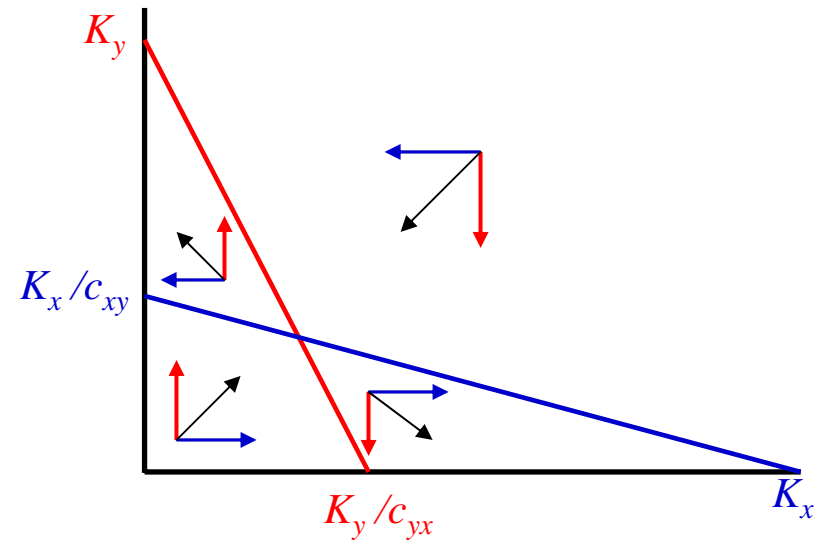
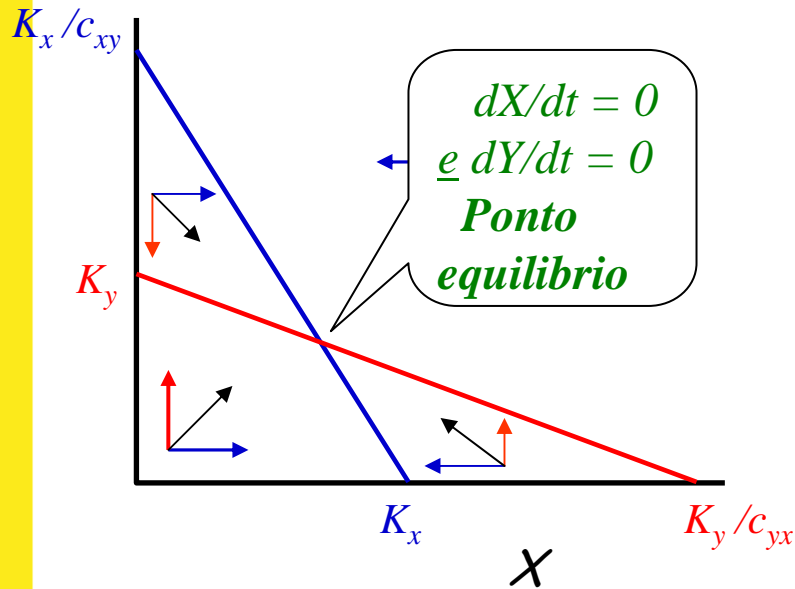


# 4 possibilidades



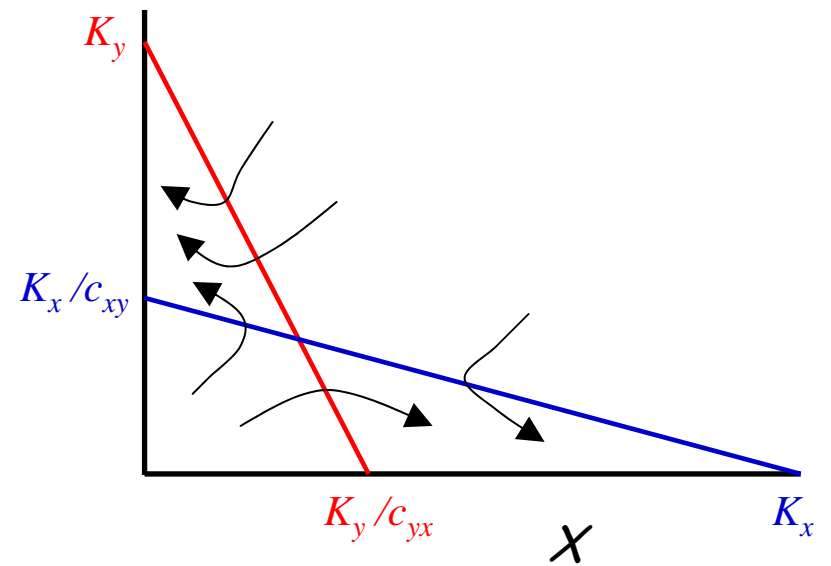
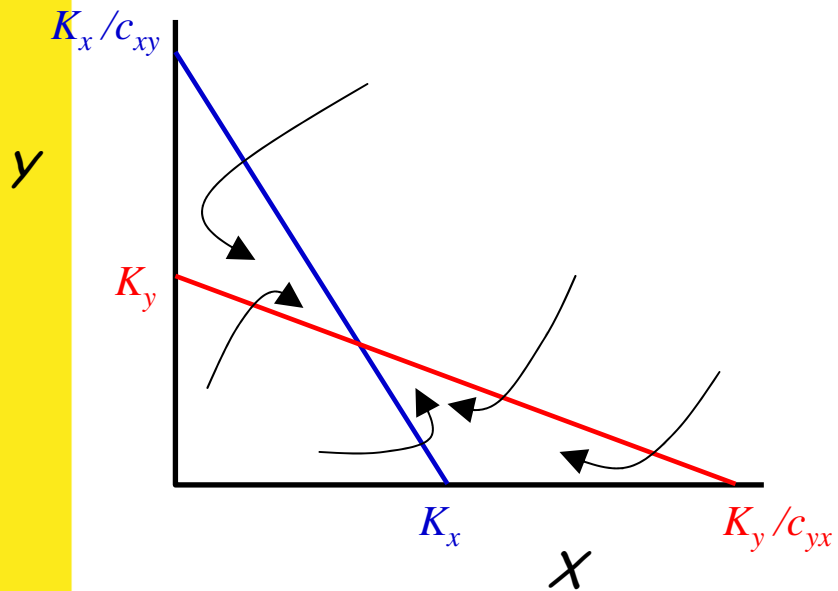
*Interpretação biológica ?*

# Pontos de equilíbrio e coexistência

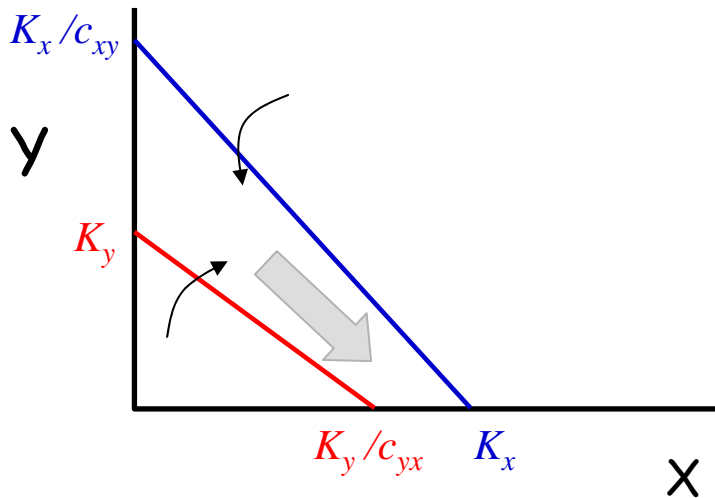


*X e Y tendem para o p<sup>to</sup> equilíbrio e coexistem*

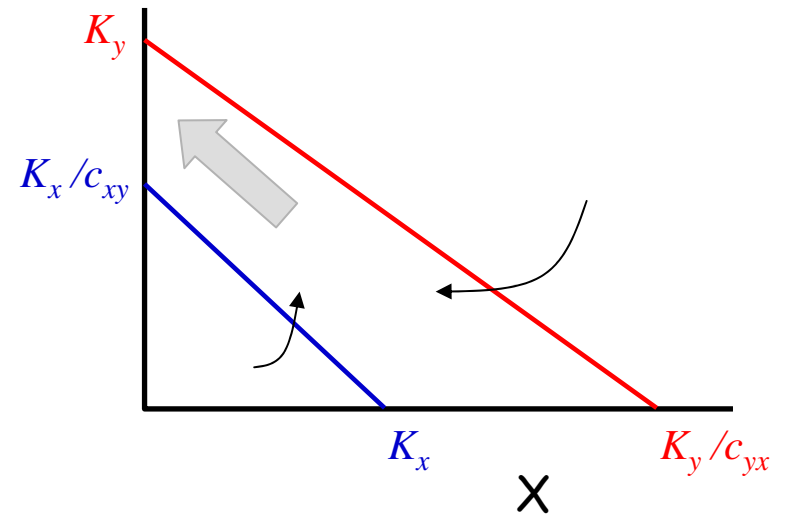
# Trajectórias do sistema



# Coexistência impossível

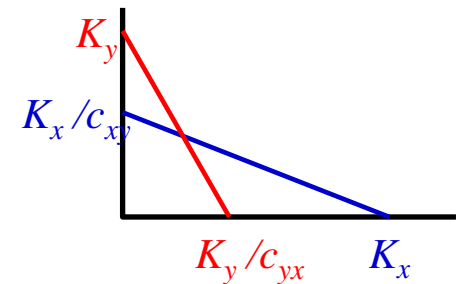
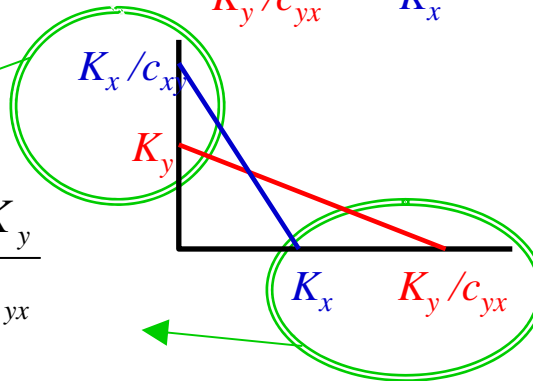
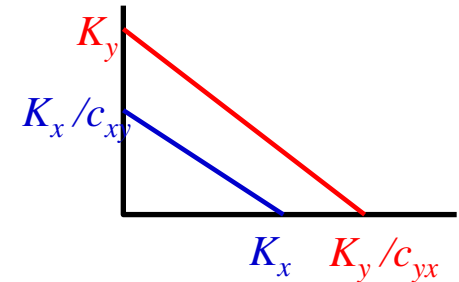
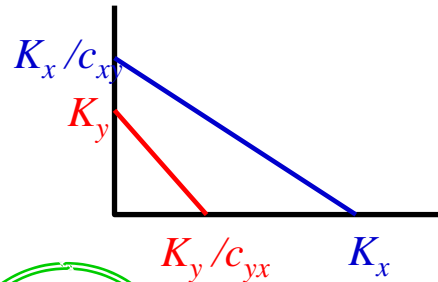


Y extingue-se



X extingue-se

# Interpretação biológica



$$\frac{K_x}{c_{xy}} > K_y \quad e \quad K_x < \frac{K_y}{c_{yx}}$$

$$c_{yx} < \frac{K_y}{K_x} < \frac{1}{c_{xy}}$$

Condições biológicas para coexistência !

# Condições para a coexistência

$$c_{yx} < \frac{K_y}{K_x} < \frac{1}{c_{xy}}$$

Assumindo  $K_x \approx K_y$

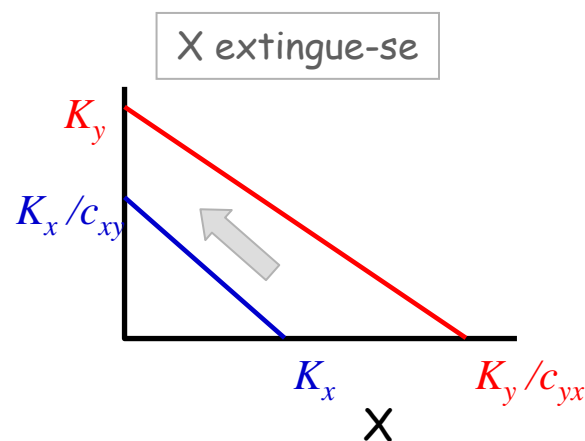
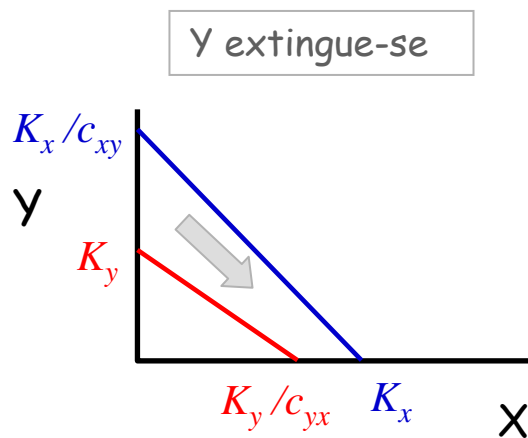
Coexistência possível se  $c_{yx} < 1$

$$c_{xy} < 1$$

Competição *inter-específica* < *intra-específica*

As espécies competidoras devem ter requisitos ecológicos suficientemente diferentes !

## Competição inter-específica > intra-específica



Assumindo  $K_x \approx K_y$

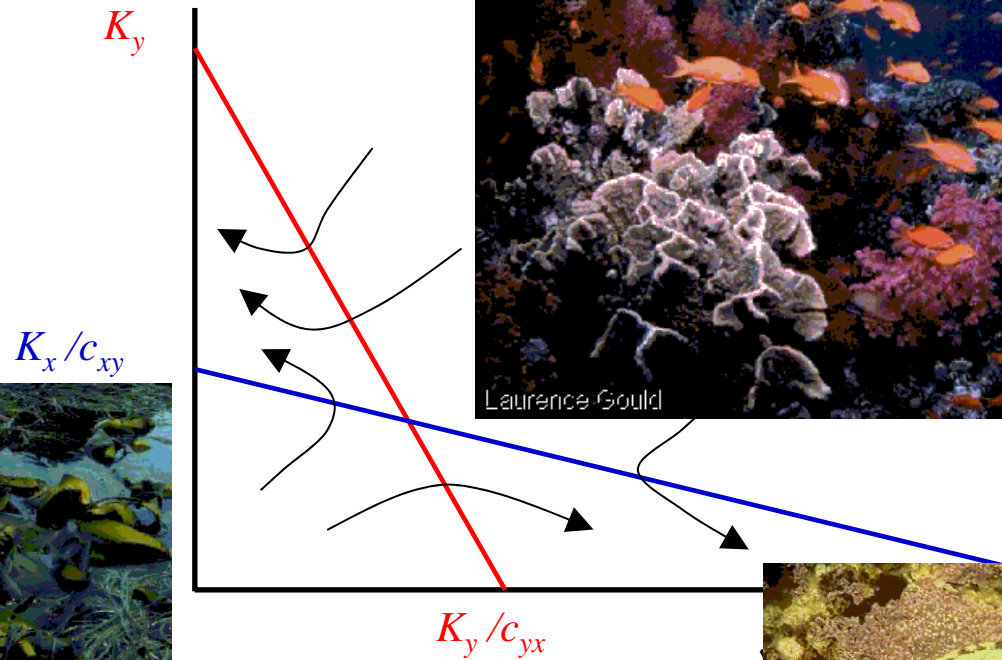
$$c_{yx} > 1$$

$$c_{xy} < 1$$

$$c_{yx} < 1$$

$$c_{xy} > 1$$

# Competição “contingente”, Yodzis 1989







Alfred Lotka, 1880-1949



Vito Volterra, 1860-1940