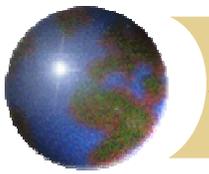


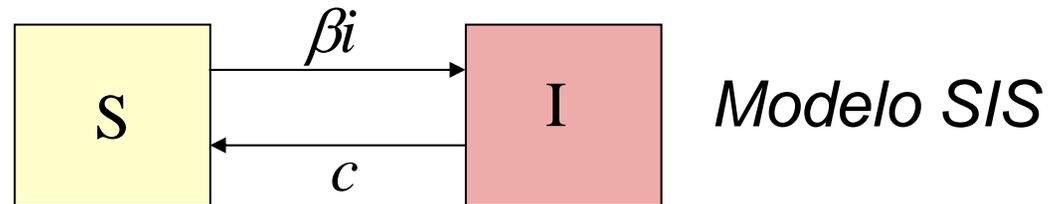
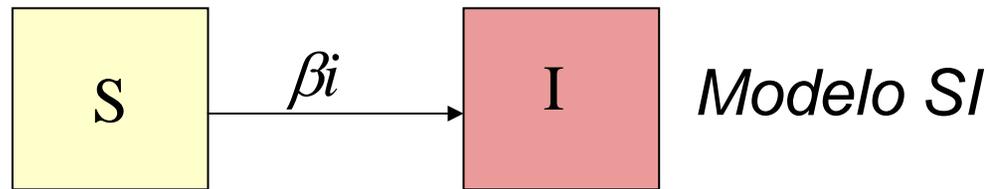
# *Modelos Compartimentais*

Introdução



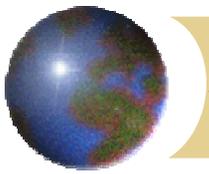
# Modelo SI, SIS

S Susceptíveis  
I Infectados



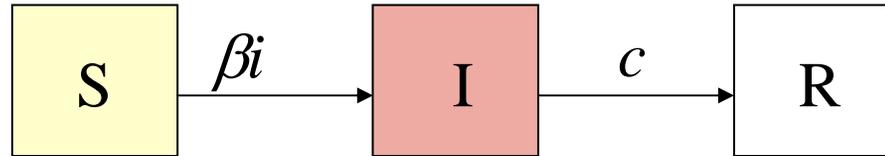
*Doenças letais e doenças que não conferem imunidade pós-recuperação*

HIV  
Sífilis  
Gonorreia  
Etc.



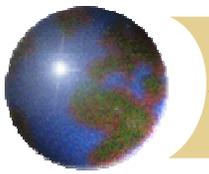
# Modelo SIR

S Susceptíveis  
I Infectados  
R Removidos



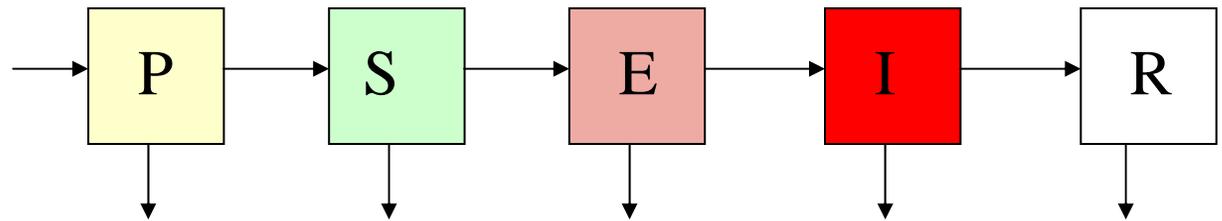
*Doenças que conferem imunidade pós-recuperação*

Sarampo  
Rubéola  
Parotidite  
Etc.



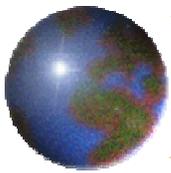
# *Maior realismo*

P Protecção maternal  
S Susceptíveis  
E Latentes  
I Infectados  
R Removidos



*Mortalidade natural*  
*Nascimentos*

*Modelo PSEIR*



# Imunidade: tudo ou nada ?

*Recuperar da infecção:*

SIS

→ Não confere qqer imunidade

SIR

→ Confere imunidade total

HIV

Sífilis

Gonorreia

...

Sarampo

Rubéola

Parotidite

...

*Não é necessariamente o mais comum*

Tuberculose

Pneumococo

Malária

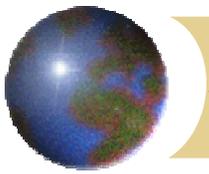


Pertussis ?

Gripe

Meningite meningocócica

Vírus sincicial respiratório



# *Imunidade temporária e parcial*

*A susceptibilidade pós-infecção-recuperação deve-se a,*

**Imunidade temporária**

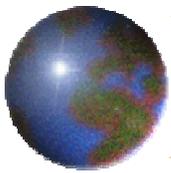
A imunidade adquirida está limitada no tempo

**Imunidade parcial**

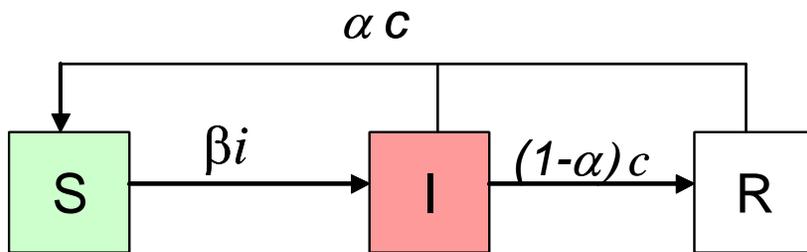
A imunidade adquirida não protege totalmente contra o agente

*Capacidade do agente para gerar diversidade antigénica*

Os mesmos mecanismos aplicam-se à protecção conferida por vacinas



# Imunidade temporária



$c$  = taxa recuperação da infecção

$$\alpha \in [0, 1]$$

*Não é uma taxa*

$\alpha = 0$   
Modelo SIR

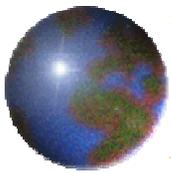
$\alpha = 1$   
Modelo SIS

Difteria, Tétano (vacina)

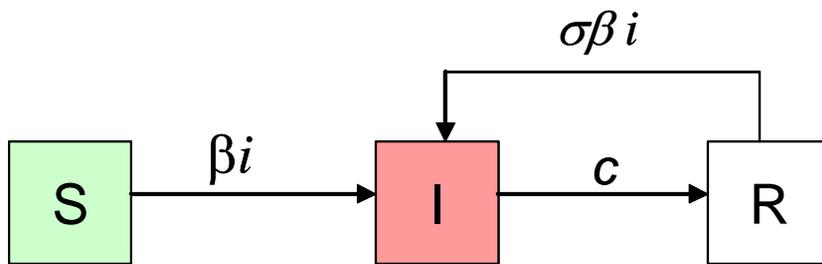
Pertussis ?

Malária

Sarampo, rubéola ... ?



## Imunidade parcial



$c$  = taxa recuperação da infecção

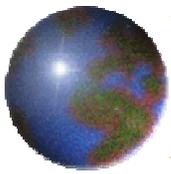
$$\sigma \in [0,1]$$

*Não é uma taxa*

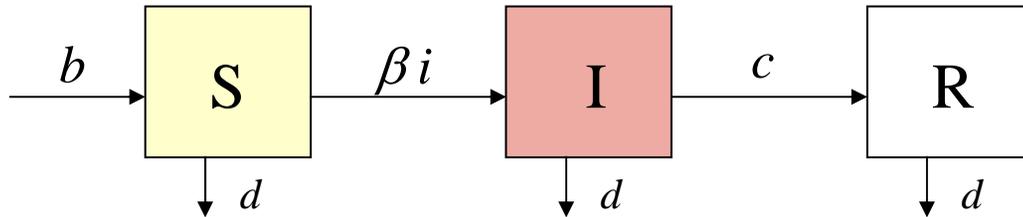
$\sigma = 0$   
Modelo SIR

$\sigma = 1$   
Modelo SIS

Gripe  
Meningococo, Pneumococo  
Malária  
Tuberculose  
Pertussis ?



# Representação matemática: o SIR



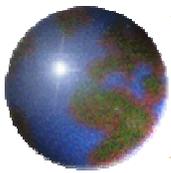
## Equação dos susceptíveis

$$\frac{dS}{dt} = dN - dS - \beta iS$$

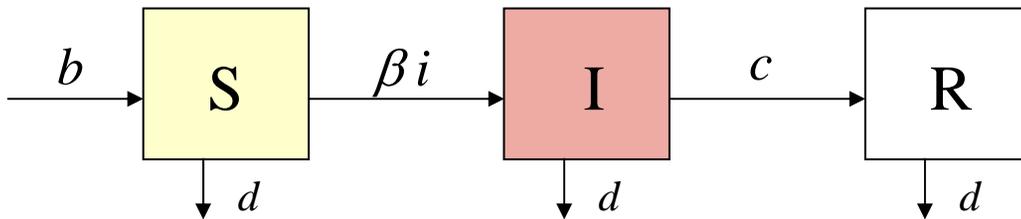
nascimentos                      mortes                      infecção

taxa natalidade = taxa mortalidade (N constante)  
Nascimentos proporcionais a N  
Mortes proporcionais a S

Mistura homogénea de indivíduos ( $\beta IS/N$ )  
Todas as taxas independentes da idade



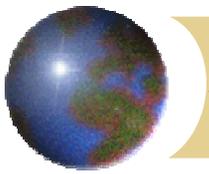
# Representação matemática: o SIR



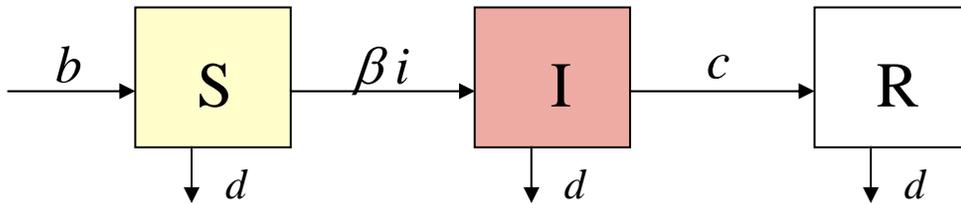
*Equação dos susceptíveis*  $\frac{dS}{dt} = dN - dS - \beta iS$

*Equação dos infectados*  $\frac{dI}{dt} = \beta iS - cI - dI$

*Equação dos removidos*  $\frac{dR}{dt} = cI - dR$



# Em termos de proporções,



*Susceptíveis*  $\frac{dS}{dt} = dN - dS - \beta iS$

*Infectados*  $\frac{dI}{dt} = \beta iS - cI - dI$

*Removidos*  $\frac{dR}{dt} = cI - dR$

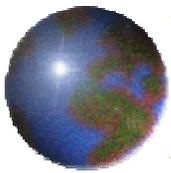
Dividindo  
tudo por N

$$\frac{ds}{dt} = d - ds - \beta is$$

$$\frac{di}{dt} = \beta is - ci - di$$

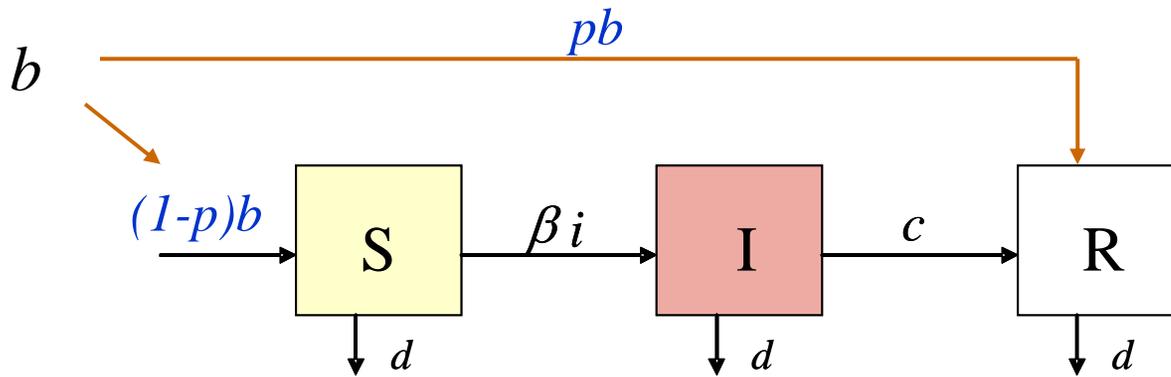
~~$$\frac{dr}{dt} = ci - dr$$~~

$$s + i + r = 1$$



# Imunização por vacinação

A fracção  $p$  de indivíduos é imunizada à nascença por vacinação



$$\frac{ds}{dt} = d - ds - \beta is$$

$$\frac{di}{dt} = \beta is - ci - di$$

$$\frac{dr}{dt} = ci - dr$$



$$\frac{ds}{dt} = (1-p)d - ds - \beta is$$

$$\frac{di}{dt} = \beta is - ci - di$$

$$\frac{dr}{dt} = pd + ci - dr$$