

Vinte e Três no Xilindró

Vinte e três prisioneiros chegam a uma cadeia onde o carcereiro lhes explica as regras da casa, antes de lhes permitir uma reunião geral, ao que se seguirá o confinamento em celas individuais sem possibilidade de comunicação.

Há uma sala na cadeia onde se encontram dois interruptores, que não servem para nada de especial, cada um tem duas posições possíveis: ON e OFF.

Quando lhe apetece, o carcereiro escolhe aleatoriamente um prisioneiro, leva-o a esta sala, onde o detido deve escolher um dos interruptores e alterar o seu estado (de ON para OFF, ou de OFF para ON), após o que será devolvido à sua cela. Não se conhece o estado inicial dos interruptores.

O carcereiro garante que todos os prisioneiros irão a esta sala uma infinidade de vezes.

Se, em qualquer altura, algum prisioneiro disser que está convencido de que já todos visitaram esta sala pelo menos uma vez, vão todos em liberdade (se tal corresponder à verdade) ou são todos fuzilados (se for mentira).

Há alguma estratégia, que os presos possam combinar na reunião, que lhes garanta a libertação?

Solução:

Este problema é equivalente a outro em que os prisioneiros tenham apenas um interruptor, mas com a opção de não mudarem o seu estado. Na solução deste puzzle os prisioneiros vão usar o segundo interruptor como forma de não modificar o estado do primeiro.

Numa reunião prévia os prisioneiros elegem um chefe para fazer a contagem e a declaração final que os libertará. As regras de actuação sobre os interruptores são as seguintes:

- (1) O chefe desliga o 1º interruptor sempre que este estiver ligado; caso contrário não lhe toca.
- (2) Os restantes prisioneiros ligam o 1º interruptor sempre que o encontrarem desligado, até um máximo de duas vezes; caso contrário não lhe tocam.
- (3) Depois de desligar 43 vezes o 1º interruptor o chefe pronuncia que já todos os prisioneiros passaram pela sala dos interruptores.

A primeira vez que desliga o 1º interruptor o chefe não pode determinar se era esse o seu estado inicial, ou se já algum prisioneiro o havia ligado antes. Em todas as vezes seguintes, sempre que o chefe desliga o 1º interruptor estará a contar a passagem de um prisioneiro pela sala. Suponhamos que na regra (2) os prisioneiros ligassem o 1º interruptor uma única vez. Como o chefe tem de contar 22 passagens, depois da 21ª desligadura ficaria sem saber se já havia contado todos. Esta dificuldade resolve-se com uma segunda contagem, donde a segunda regra. Ao contar $43 = 21 + 22$ desligaduras o chefe saberá que terminou a contagem.