

Tópicos de Matemática Finita

1ª Chamada

30 de Junho de 2001

Nome:

Número:

Curso:

- O exame que vai realizar tem a duração de 3 horas.
- consiste em: 12 questões de escolha múltipla, valendo 1 valor cada, e 2 grupos de desenvolvimento, com várias alíneas, valendo 4 valores cada grupo.
- Há dois tipos de questões de escolha múltipla:
 - i. No primeiro tipo há quatro alternativas de resposta das quais apenas uma está correcta. Cada alternativa tem associado o seguinte campo ☐ . Deve assinalar a sua resposta colorindo a preto ou azul o disco interior deste campo. A tabela seguinte mostra como estas questões serão classificadas.

resposta	valores
resposta certa	1
resposta errada	-0,3
não responde	0

- ii. No segundo tipo de questão são feitas quatro afirmações cuja validade se pede para avaliar. Marque as afirmações correctas no campo correspondente da primeira coluna, assinalada com um "Sim". Marque as afirmações falsas no campo correspondente da segunda coluna, assinalada com um "Não". A tabela seguinte mostra como, neste tipo de pergunta, a avaliação de cada uma das quatro afirmações será classificada.

avaliação	valores
avaliação correcta	0,25
avaliação errada	-0,25
não avalia	0

Escolha Múltipla	
Grupo 13	
Grupo 14	
Nota Final	

I. Perguntas de escolha múltipla

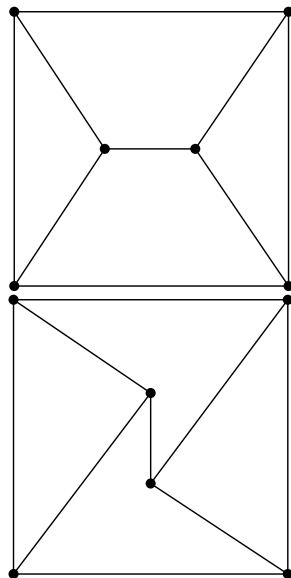
(1v.)

1.

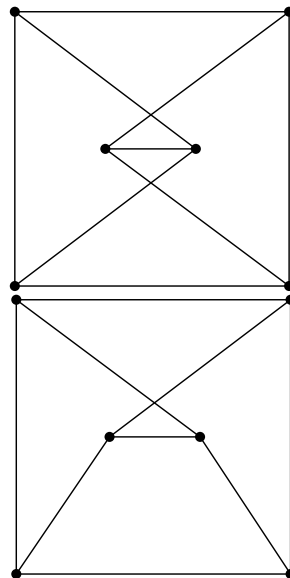
Qual dos seguintes grafos não é isomorfo aos restantes três?



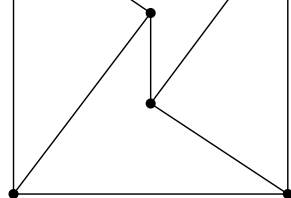
A)



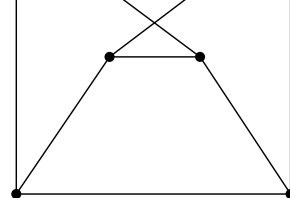
B)



C)



D)



(1v.)

2.

Escolha a melhor estimativa. O número de vértices num grafo simples planar com 10 arestas é pelo menos :



A) 6



B) 4



C) 7

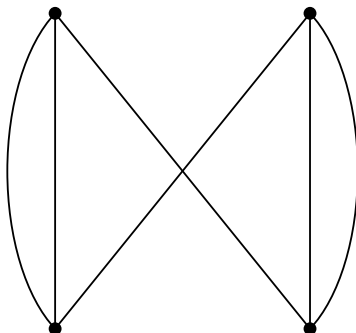


D) 5

(1v.)

3.

Qual é o índice cromático do seguinte grafo?



A) 3



B) 5

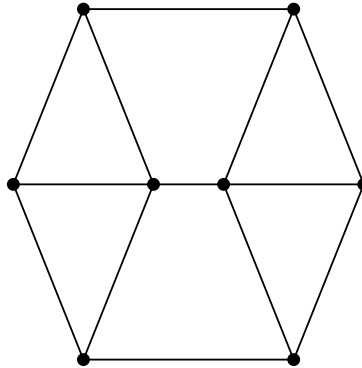


C) 2



D) 4

4. (1v.) Qual é o número cromático do seguinte grafo?



- ☐ A) 3 ☐ B) 4 ☐ C) 2 ☐ D) 5

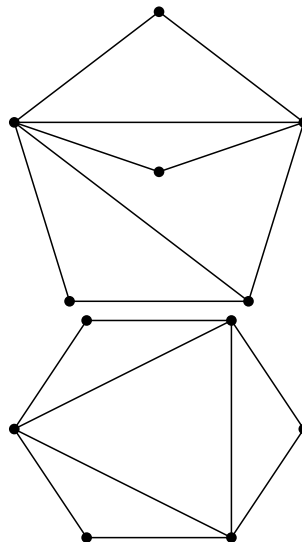
5. (1v.)

Um grafo planar topológico G tem 16 faces, todas de grau 4 e, os seus vértices de dois graus distintos, 3 e 4 respectivamente. Se x é o número de vértices de grau 3 e y o número de vértices de grau 4 então

- ☐ A) $x = 8$ e $y = 10$ ☐ B) $x = 6$ e $y = 3$
☐ C) $x = 9$ e $y = 9$ ☐ D) $x = 10$ e $y = 8$

6. (1v.)

Considere os grafos G_1 e G_2 , respectivamente da 1ª e 2ª figuras abaixo.



Assinale as afirmações correctas.

Sim Não

☐
☐

A) G_1 tem ciclos hamiltonianos.

☐
☐

B) G_2 tem ciclos hamiltonianos.

☐
☐

C) G_1 tem cadeias abertas eulerianas.

☐
☐

D) G_2 tem cadeias abertas eulerianas.

(1v.)

7.

Assinale as afirmações correctas.

Sim Não

☐
☐

A) Todo o grafo simples regular de ordem 12, com grau de vértice 3, tem 18 arestas.

☐
☐

B) Todo o grafo conexo é um grafo parcial de alguma árvore.

☐
☐

C) Uma árvore de ordem 8 tem 7 arestas.

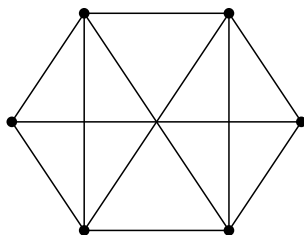
☐
☐

D) Todo o grafo conexo admite pelo menos um grafo parcial que é uma árvore.

(1v.)

8.

Seja H o subgrafo gerado pelos vértices de grau 3 do seguinte grafo embaixo.



Assinale as afirmações correctas.

Sim Não

☐
☐

A) o grafo H é uma árvore.

☐
☐

B) o grafo H é conexo.

☐
☐

C) o maior grau de vértice de H é 3.

☐
☐

D) o grafo H é regular, i.e. todos os seus vértices têm o mesmo grau.

(1v.)

9.

Seja $N(k)$ o número de maneiras de distribuir k bolas idênticas por 4 caixas numeradas de 1 a 4. Qual o valor de k que satisfaz $N(k) = 20$?

☐

A) 5

☐

B) 6

☐

C) 3

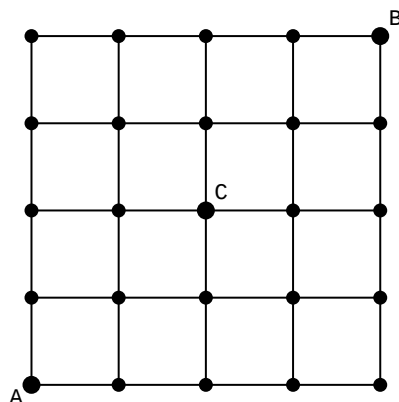
☐

D) 4

10.

(1v.)

Considere os três vértices A , B e C no grafo da figura seguinte.



Quantas cadeias elementares de comprimento 8 existem neste grafo com extremidade inicial A , extremidade final B e que passam pelo vértice C ?

- ☐ A) 40 ☐ B) 20 ☐ C) 16 ☐ D) 36

11.

(1v.)

Considere todas as palavras de 5 letras que se podem escrever usando apenas as três letras "A", "B" e "C". Quantas destas palavras contêm exactamente 2 vezes a letra "B"?

- ☐ A) 80 ☐ B) 60 ☐ C) 100 ☐ D) 40

12.

(1v.)

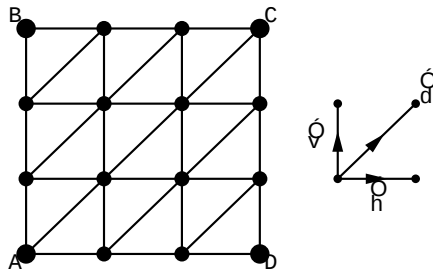
Num grupo de 10 pessoas um boato é espalhado aleatoriamente através de sucessivos contactos telefónicos. Cada pessoa passa o boato, com igual probabilidade, a qualquer um dos restantes membros do grupo, excluindo é claro aquele que lhe transmitiu o rumor. Qual a probabilidade de a pessoa que inicia o boato ser contactada na terceira chamada ?

- ☐ A) $\frac{1}{10}$ ☐ B) $\frac{1}{12}$ ☐ C) $\frac{1}{8}$ ☐ D) $\frac{1}{6}$

Nos grupos seguintes justifique convenientemente as suas respostas

II

Considere o seguinte grafo planar topológico G de ordem 16.



Este grafo tem três tipos de arestas, paralelas aos vectores $\vec{v}$, $\vec{h}$ e $\vec{d}$, a que chamaremos respectivamente: arestas **verticais**, arestas **horizontais** e arestas **diagonais**. Chamaremos **caminho** a uma cadeia de G onde as arestas sejam percorridas na mesma direcção e sentido dos vectores acima. Conhecida a extremidade inicial, cada caminho fica univocamente descrito por uma palavra no alfabeto $\{V, H, D\}$, isto é por uma sequência de letras neste conjunto.

- (1) Dados três números inteiros p , q e r , quantas palavras, neste alfabeto de três letras, se podem escrever usando p vezes a letra V , q vezes a letra H e r vezes a letra D ?
- (2) Para que valores de p , q e r as palavras da alínea anterior descrevem caminhos ligando os vértices A e C ?
- (3) Quantos caminhos existem com extremidade inicial no vértice A e extremidade final em C ?
- (4) Quantos caminhos de comprimento 3 existem?

III

Considere o grafo planar topológico G do problema anterior. Sejam G^* o dual de G e G' o grafo que se obtém de G^* removendo o vértice associado à face ilimitada juntamente com todas as arestas nele incidentes.

- (1) Veja se, no grafo G , existem cadeias eulerianas ligando os vértices A e C . E conectando o par de vértices B, D ?
- (2) Diga se existem ciclos hamiltonianos em G .
- (3) Represente o grafo planar topológico G' .
- (4) Qual o número cromático de G ?

I 1. A resposta correcta é a D).

I 2. A resposta correcta é a A).

I 3. A resposta correcta é a A).

I 4. A resposta correcta é a A).

I 5. A resposta correcta é a A).

I 6. A) afirmação errada
B) afirmação correcta
C) afirmação correcta
D) afirmação errada

I 7. A) afirmação correcta
B) afirmação errada
C) afirmação correcta
D) afirmação correcta

I 8. A) afirmação correcta
B) afirmação correcta
C) afirmação errada
D) afirmação correcta

I 9. A resposta correcta é a C).

I 10. A resposta correcta é a D).

I 11. A resposta correcta é a A).

I 12. A resposta correcta é a C).

II (a) $\frac{(p+q+r)!}{p!q!r!}$
(b) $(p, q, r) = (3, 3, 0), (p, q, r) = (2, 2, 1), (p, q, r) = (1, 1, 2)$ ou $(p, q, r) = (0, 0, 3)$.
(c) $\frac{6!}{3!3!} + \frac{5!}{2!2!} + \frac{4!}{2!} + 1$
(d) 111

III A resposta correcta é a).