

Nome:

Número:

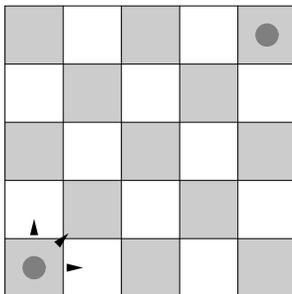
Curso:

- O exame que vai realizar tem a duração de três horas.
 - As respostas às perguntas do grupo I não necessitam de justificção. Deve assinalá-las preenchendo os campos respectivos.
 - As respostas erradas a perguntas de escolha múltipla pontuam negativamente.
 - A ausência de resposta não será pontuada.
 - O grupo I é eliminatório para quem não obtiver pelo menos 3 valores.
 - Nos grupos II, III e IV, deve justificar cada uma das suas respostas.
-

Grupo	Nota
I	
II-1	
II-2	
II-3	
II-4	
III-1	
III-2	
III-3	
III-4	
IV-1	
IV-2	
IV-3	
IV-4	
Nota Final	

I

- (1v.) 1. Num tabuleiro de xadrez 5×5 um peão tem três tipos de movimentos:
- (1) pode mover-se na horizontal, uma casa para sua direita,
 - (2) pode mover-se na vertical, uma casa para cima,
 - (3) pode mover-se na diagonal, uma casa para a direita e uma para cima.



Quantos caminhos (sequências de movimentos) levam o peão do canto inferior esquerdo até ao canto superior direito em 7 movimentos? Observe que em todos estes caminhos é feito exactamente um movimento na diagonal.

- 120 70 210 140

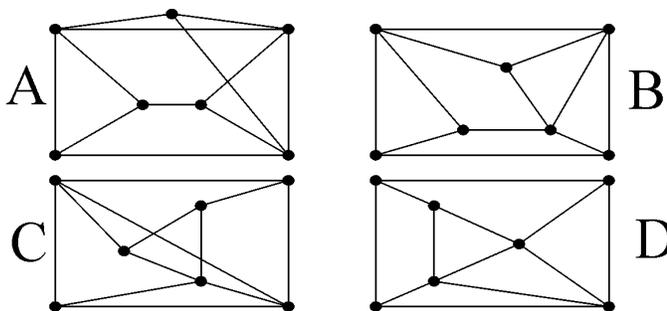
- (1v.) 2. Considere o conjunto de todas as listas de inteiros (x_1, x_2, x_3) tais que

$$2 \leq x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq 6.$$

O cardinal deste conjunto é igual a

- 42 21 28 35

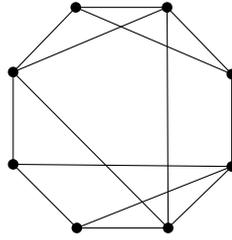
- (1v.) 3. Considere os grafos A , B , C e D na figura em baixo.



Qual deles não é isomorfo aos restantes?

- A B C D

4. Seja H_i o subgrafo gerado pelos vértices de grau i do grafo em baixo. (1v.)



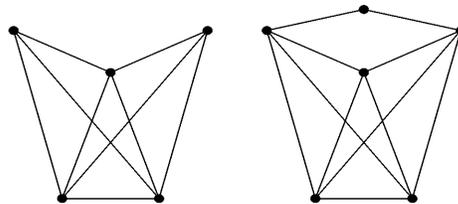
Assinale as afirmações correctas.

	Sim	Não
H_3 é conexo.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
H_3 é uma árvore.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
H_3 tem um ciclo.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
H_4 é conexo.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
H_4 é uma árvore.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
H_4 tem um ciclo.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

5. Um poliedro convexo P tem 32 faces, sendo 20 de grau 3 e 12 faces de grau d . Sabendo que P tem v vértices, todos de grau 4, determine v e d : (1v.)

<input type="checkbox"/>	$v = 32$ e $d = 8$	<input type="checkbox"/>	$v = 12$ e $d = 4$
<input type="checkbox"/>	$v = 24$ e $d = 6$	<input type="checkbox"/>	$v = 30$ e $d = 5$

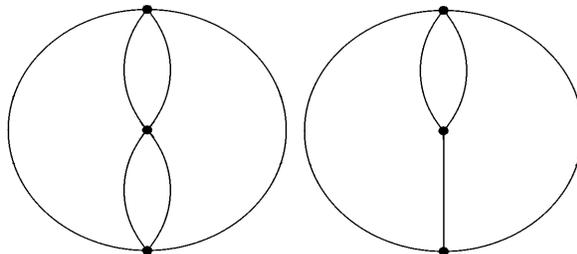
6. Considere os grafos G_1 e G_2 em baixo, resp. à esquerda e à direita. (1v.)



Assinale as afirmações correctas.

	Sim	Não
G_1 é um grafo planar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
G_2 é um grafo planar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

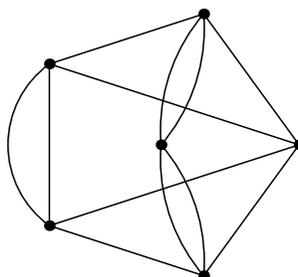
- (1v.) 7. Considere os grafos G_1 e G_2 em baixo, resp. à esquerda e à direita.



Assinale as afirmações correctas.

	Sim	Não
G_1 é o dual de um grafo com cinco vértices.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
G_1 é o dual de um grafo sem arestas paralelas.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
G_1 é o dual de um grafo sem ciclos.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
G_2 é o dual de um grafo com quatro vértices.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
G_2 é o dual de um grafo sem ciclos.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
G_2 é o dual de um grafo sem lacetes.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

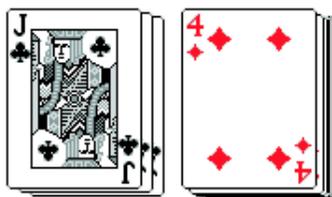
- (1v.) 8. Qual é o índice cromático do seguinte grafo?



- 5 6 4 7

II

Um baralho contem 9 cartas: 3 *valetes de paus* e 6 *quatro de ouros*.



- (1v.) 1. De quantas maneiras diferentes pode ordenar as nove cartas do baralho?

2. Baralhe e retire sucessivamente, sem reposição, três cartas deste baralho. (1v.)
Qual a probabilidade de saírem exactamente 2 *valetes* entre estas três cartas?

O baralho é distribuído por 3 jogadores, 3 cartas a cada um.

3. Qual o número total de distribuições? (1v.)
4. Quantas destas distribuições deixam pelo menos um jogador sem *valetes de paus*? (1v.)

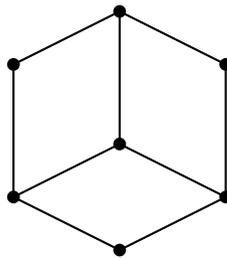
III

Seja G um grafo planar topológico, simples, de ordem v , com f faces, c componentes conexas e todos os seus vértices de grau 4.

1. Prove que $v \geq 6$. (1v.)
2. Supondo que $v = 15$, qual o valor máximo que c pode tomar? (1v.)
3. Supondo que $v = 15$, mostre que $f \leq 18$. (1v.)
4. Dê um exemplo de um grafo nas condições acima com $v = 8$ vértices. (1v.)

IV

Considere o grafo planar topológico G na figura seguinte



1. Qual o número cromático de G ? (1v.)
2. Admite ciclos hamiltonianos o grafo G ? Justifique. (1v.)
3. Encontre uma representação planar topológica para o dual de G . (1v.)
4. Veja se o dual de G tem cadeias eulerianas. Em caso afirmativo dê um exemplo. (1v.)