Tópicos de Matemática Finita **Data: 15-07-2002**
2ªÉpoca **Código: 3B**

Nome:

Número: **Curso:**

- **O exame que vai realizar tem a duração de três horas.**
- **As respostas às perguntas do grupo I não necessitam de justificação. Deve assinalá-las preenchendo os campos respectivos.**
- **As respostas erradas a perguntas de escolha múltipla pontuam negativamente.**
- **A ausência de resposta não será pontuada.**
- **O grupo I é eliminatório para quem não obtiver pelo menos 3 valores.**
- **Nos grupos II, III e IV, deve justificar cada uma das suas respostas.**

Grupo	Nota
I	
II-1	
II-2	
II-3	
II-4	
III-1	
III-2	
III-3	
III-4	
IV-1	
IV-2	
IV-3	
Nota Final	

I

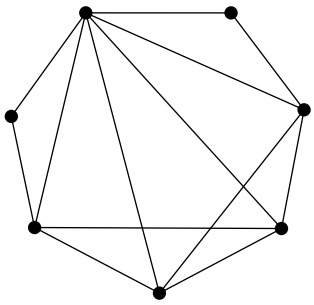
(1v.) **1.** Doze bolas, seis vermelhas e seis verdes, são misturadas e distribuídas por duas caixas de modo que cada caixa fique exactamente com seis bolas. Qual o número total destas distribuições?

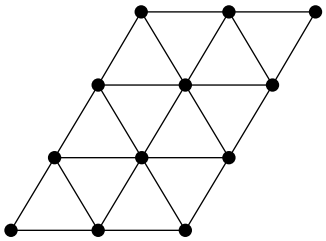
Nº de distribuições =

(1v.) **2.** Uma sequência de k letras contem três "C"'s, um "D" e $k-4$ "E"'s. Determine k sabendo que existem exactamente 60 permutações desta sequência de letras.

◯ $k=5$ ◯ $k=6$ ◯ $k=8$ ◯ $k=7$

(1v.) **3.** Considere os grafos G_1 e G_2 embaixo, respectivamente à esquerda e à direita.





Assinale as afirmações correctas.

	Sim	Não
G_1 tem ciclos eulerianos.	◯	◯
G_1 tem ciclos hamiltonianos.	◯	◯
G_2 tem ciclos hamiltonianos.	◯	◯
G_2 tem cadeias abertas eulerianas.	◯	◯

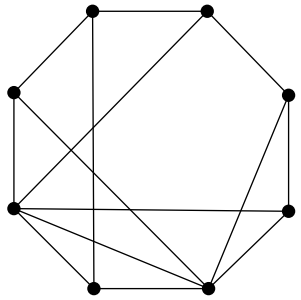
---

4. Escolha a melhor estimativa. Num poliedro convexo com 9 arestas o número de vértices é menor ou igual a: (1v.)

◯ 8 ◯ 10 ◯ 4 ◯ 6

---

5. Seja H o grafo parcial, do grafo na figura em baixo, que é gerado pelo conjunto de todas as arestas tais que a soma dos graus das suas extremidades seja maior ou igual a 8. (1v.)



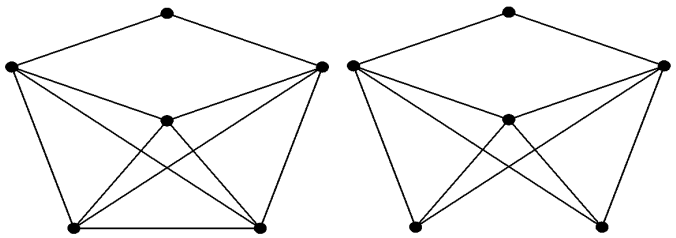
Assinale a afirmação correcta.

	Sim	Não
O grafo parcial H tem pelo menos um ciclo.	◯	◯

E preencha o seguinte campo:
O grafo parcial H tem _____ componente(s) conexa(s).

---

6. Considere os grafos G_1 e G_2 em baixo, respectivamente à esquerda e à direita. (1v.)



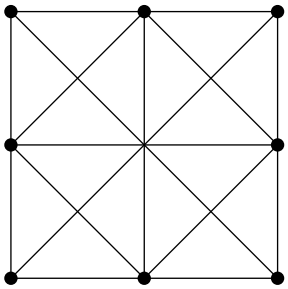
Assinale as afirmações correctas.

	Sim	Não
G_1 é um grafo planar.	◯	◯
G_2 é um grafo planar.	◯	◯

(1v.) **7.** Seja G um grafo planar topológico com c componentes conexas. Sabendo que G tem 16 arestas, 12 faces e v vértices, todos de grau 4, determine:

- ◯ $c = 2$ e $v = 6$
- ◯ $c = 1$ e $v = 5$
- ◯ $c = 3$ e $v = 8$
- ◯ $c = 2$ e $v = 8$

(1v.) **8.** Qual é o número cromático do seguinte grafo?



◯ 2 ◯ 5 ◯ 4 ◯ 3

II

Considere todas as distribuições de um conjunto de 8 presentes, uma colecção de 3 livros distintos mais 5 jogos idênticos, por 4 crianças. Quantas distribuições há satisfazendo as seguintes restrições:

(1v.) **1.** sem restrições.

(1v.) **2.** de modo que nenhuma criança fique com dois ou mais livros.

(1v.) **3.** de modo que cada criança fique exactamente com 2 presentes.

(1v.) **4.** de modo que nenhuma criança fique com 3 ou mais jogos.

III

Seja G um grafo simples de ordem $v = 11$, com $a = 51$ arestas e H um seu subgrafo parcial com todos os seus vértices de grau 1.

(1v.) **1.** Mostre que H tem no máximo 5 arestas.

Deve optar por responder apenas a uma das alíneas **2.** ou **3.**.

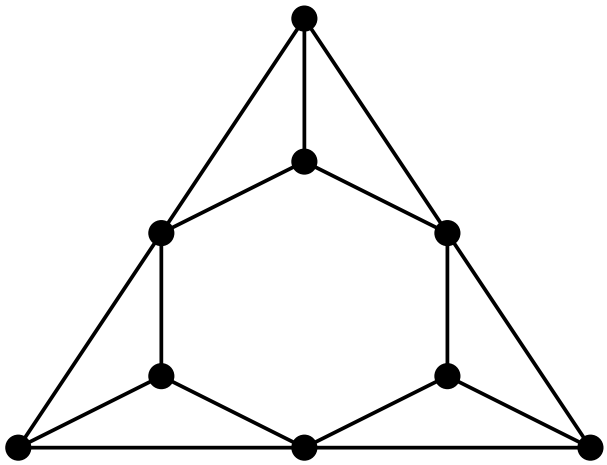
2. Prove que G tem pelo menos um vértice de grau $d = 10$. (1v.)

3. Prove que G tem pelo menos 3 vértices de grau $d = 10$. (1,5 v.)

4. Mostre que G tem índice cromático $\mathrm{q}(G) = 11$. (1,5 v.)

IV

Considere o grafo planar topológico G na figura seguinte



1. Encontre uma representação planar topológica para o dual G^* de G. (1v.)

2. Admitem ciclos hamiltonianos os grafo G e G^*? (1,5 v.)
Justifique. Em caso afirmativo dê exemplos.

3. Quais os números cromáticos de G e G^*? (1,5 v.)
Encontre colorações de vértices correspondentes.