
Nome:

Número:

Curso:

- O exame que vai realizar tem a duração de três horas.
 - As respostas às perguntas do grupo I não necessitam de justificação. Deve assinalá-las preenchendo os campos respectivos.
 - As respostas erradas a perguntas de escolha múltipla pontuam negativamente.
 - A ausência de resposta não será pontuada.
 - O grupo I é eliminatório para quem não obtiver pelo menos 3 valores.
 - Nos grupos II, III e IV, deve justificar cada uma das suas respostas.
-

Grupo	Nota
I	
II-1	
II-2	
II-3	
II-4	
III-1	
III-2	
III-3	
III-4	
IV-1	
IV-2	
IV-3	
Nota Final	

I

- (1v.) **1.** Dezoito bolas, nove verdes e nove amarelas, são misturadas e distribuídas por duas caixas de modo que cada caixa fique exactamente com nove bolas. Qual o número total destas distribuições?

Nº de distribuições =

- (1v.) **2.** Uma sequência de k letras contem dois "A"'s, um "T" e $k - 3$ "U"'s. Determine k sabendo que existem exactamente 12 permutações desta sequência de letras.



$k = 5$



$k = 6$

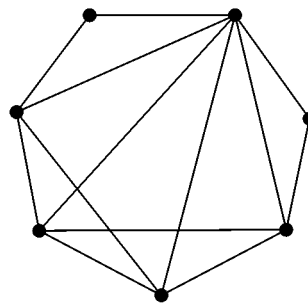
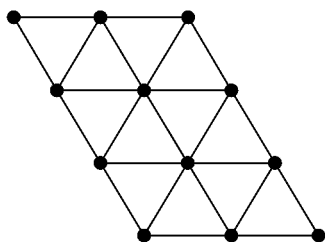


$k = 4$



$k = 7$

- (1v.) **3.** Considere os grafos G_1 e G_2 embaixo, respectivamente à esquerda e à direita.



Assinale as afirmações correctas.

G_1 tem cadeias abertas eulerianas.

Sim



Não



G_1 tem ciclos hamiltonianos.



G_2 tem ciclos hamiltonianos.



G_2 tem cadeias abertas eulerianas.



4. Escolha a melhor estimativa. Num poliedro convexo com 15 arestas o número de vértices é menor ou igual a: (1v.)



8



10

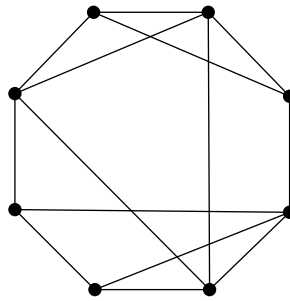


4



6

5. Seja H o grafo parcial, do grafo na figura em baixo, que é gerado pelo conjunto de todas as arestas tais que a soma dos graus das suas extremidades seja igual a 7. (1v.)



Assinale a afirmação correcta.

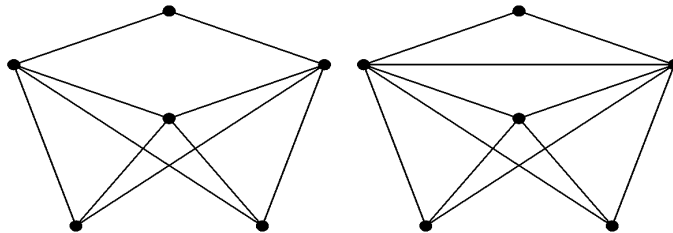
O grafo parcial H tem pelo menos um ciclo.

Sim	Não
☐	☐

E preencha o seguinte campo:

O grafo parcial H tem _____ componente(s) conexa(s).

6. Considere os grafos G_1 e G_2 em baixo, respectivamente à esquerda e à direita. (1v.)



Assinale as afirmações correctas.

Sim	Não
☐	☐
☐	☐

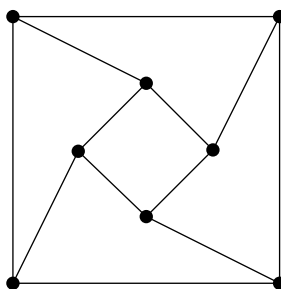
G_1 é um grafo planar.

G_2 é um grafo planar.

- (1v.) 7. Seja G um grafo planar topológico com c componentes conexas. Sabendo que G tem 12 arestas, 6 faces e v vértices, todos de grau 3, determine:

☐	$c = 2$ e $v = 8$	☐	$c = 3$ e $v = 10$
☐	$c = 1$ e $v = 8$	☐	$c = 2$ e $v = 9$

- (1v.) 8. Qual é o número cromático do seguinte grafo?



- | | | | | | | | |
|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|
| ☐ | 2 | ☐ | 5 | ☐ | 4 | ☐ | 3 |
|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|

II

Considere todas as distribuições de um conjunto de 10 presentes, uma colecção de 3 livros distintos mais 7 jogos idênticos, por 5 crianças. Quantas distribuições há satisfazendo as seguintes restrições:

- (1v.) 1. sem restrições.
- (1v.) 2. de modo que nenhuma criança fique com dois ou mais livros.
- (1v.) 3. de modo que cada criança fique exactamente com 2 presentes.
- (1v.) 4. de modo que nenhuma criança fique com 4 ou mais jogos.

III

Seja G um grafo simples de ordem $v = 13$, com $a = 75$ arestas e H um seu subgrafo parcial com todos os seus vértices de grau 1.

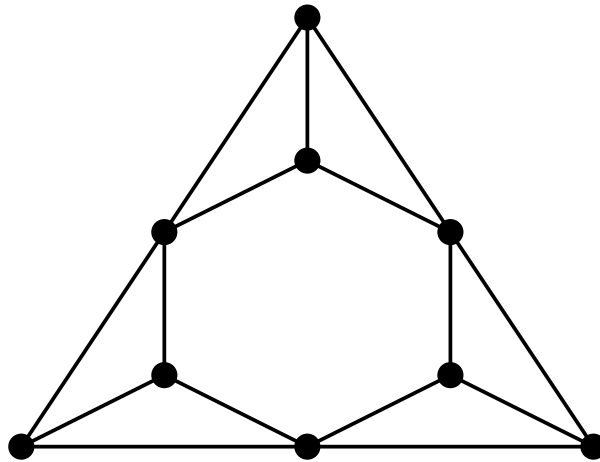
- (1v.) 1. Mostre que H tem no máximo 6 arestas.

Deve optar por responder apenas a uma das alíneas **2.** ou **3.**.

2. Prove que G tem pelo menos um vértice de grau $d = 12$. (1v.)
3. Prove que G tem pelo menos 7 vértices de grau $d = 12$. (1,5 v.)
4. Mostre que G tem índice cromático $\chi(G) = 13$. (1,5 v.)

IV

Considere o grafo planar topológico G na figura seguinte



1. Encontre uma representação planar topológica para o dual G^* de G . (1v.)
2. Admitem ciclos hamiltonianos os grafo G e G^* ? (1,5 v.)
Justifique. Em caso afirmativo dê exemplos.
3. Quais os números cromáticos de G e G^* ? (1,5 v.)
Encontre colorações de vértices correspondentes.